

الجزء الثانى

من الرسائل

حررها

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين محمد بن محمد بن الحسن الطوسى

المتوفى فى ذى الحجة سنة (٦٧٢) ببغداد رحمه الله تعالى

مشتملة على تسع رسائل وهى هذه

(١) كتاب معرفة مساحة الاشكال لبنى موسى

(٢) كتاب المفروضات لثابت بن قرة

(٣) كتاب مأخوذات لارشميدس

(٤) كتاب فى جرمى النيرين لاسطرخس

(٥) كتاب فى الكرة والاسطوانة لارشميدس

(٦) كتاب فى الطلوع والغروب لاوطولوقس

(٧) كتاب فى المطالع لايسقلاوس

(٨) الرسالة الشافية للطوسى نفسه

(٩) كتاب مانالاوس

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة حيدراباد الدكن

لا زالت شموس افاداتها بازغة وبدورها

افاضاتها طالعة الى آخر الزمن سنة ١٣٥٩

كتاب معرفة مساحة الاشكال

لبنى موسى

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى
فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لا زالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ ﻫ

بسم الله الرحمن الرحيم

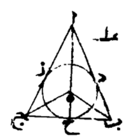
كتاب معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية

لبنى موسى محمد والحسن واحمد ـ ثمانية عشر شكلا

صدر الكتاب

الطول اول الاقدار التى تحد الاشكال وهوما امتد على استقامة فى الجهتين جميعا فانه لا يكون منه الا طول فقط فاذا امتد السطح اعتراضا فى غير جهة الطول فذلك الامتداد هو العرض وليس العرض كما يظن كثير من الناس انه الخط الذى يحيط بالسطح فى غير جهة الطول ولوكان كذلك لما كان السطح ذا طول وعرض فقط ولكان العرض طولا ايضا لأن العرض عندهم خط والخط طول وقد احكم ذلك اقليدس حيث قال الخط طول فقط والسطح طول وعرض فقط واما السمك فهوامتداد فى غير جهتى الطول والعرض والذين يظنون ان العرض خط يظنون ايضا ان السمك خط وبيان خطائهم فى ذلك سواء .

وهذه الاقدار الثلاثة تحد عظم كل جسم وانبساط كل سطح والعمل فى تقديركميتها انما يتبين بالقياس الى الواحد المسطح والواحد المجسم والواحد المسطح الذى به يقاس السطح هوسطح طوله واحد وعرضه واحد وزواياه قائمة والواحد المجسم الذى به يقاس المجسم هو جسم طوله واحد وعرضه واحد



معرفة مساحة الاشكال ص٣

واحد وسمكه واحد وقيام بعض سطوحه على بعض على زوايا قائمة فان المقدار الذى به تقدر السطوح والاجسام تحتاج الى ان يلتئم بعضه الى بعض عند التضعيف التياما لا يترك فى خلله شيئا الا اتى عليه وتحتاج مع ذلك الى ان يكون تميز ما اتى عليه التقدير مما لم يأت عليه سهلا ولا شئ ابلغ فى سهولة ذلك التميز من ان يكون حكم الواحد الذى به يقدر فى افراده وفى تضاعيفه حكما واحدا لتكون المؤنة فى تميز ما قدر مما لم يقدر فى جميع الاحوال واحدة وليس هذا موجود فى شئ من الاشكال الا فى المربع فانه اذا ضوعف انما يتغير كيته ويكون تربيعه بافيا واعظم الاشكال المربعة احاطة هو القائم الزوايا فهذا هو العلة فى جعل ذلك معيارا دون غيره .

الاشكال

(ا) كل مضلع يحيط بدائرة فسطح نصف قطر تلك الدائرة فى نصف جميع اضلاع ذلك المضلع هو مساحته فليحط شكل – اب ج – بدائرة – د ح ز – التى مركزها – ه – ونصف قطرها – ه ح – ونصل – ه ا – ه ب – ه ج – فظاهر ان – ه ح – عمود لمثلث – ه ب ج – وان سطح – ه ح – فى نصف – ب ج – هو مساحة مثلث – ه ب ج – وكذلك الحكم فى مثلثى – ا ه ب ا ه ج – فاذا نصف قطر الدائرة فى نصف جميع الاضلاع هو مساحة مثلث ا ب ج – ونعلم من مثل ذلك ان كل مجسم يحيط بكرة فان تضعيف نصف الكرة بثلث مساحة سطح المجسم المحيط بها هو تكسير المجسم وهو اعظم من تكسير الكرة .

اقول هذا انما يتبين بتوهم قسمه المجسم بمخروطات رؤسها مركز الكرة وقواعدها قواعد المجسم ويكون نصف قطر الكرة اعمدة على قواعدها فتكون مساحته مساحة تلك المخروطات (١) .

(ب) كل مضلع فى دائرة يحيط به فسطح نصف قطر الدائرة فى نصف جميع الاضلاع اقل من مساحة الدائرة فليحط دائرة – ا ب ج – بمثلثه وليكن

(١) الشكل الواحد – ١ .

المركز ـ ه ـ ونصل ـ ه ب ـ ه ج ـ وليكن ـ ه د ـ عمودا على ـ ب ج ـ ونخرجه الى ـ ز ـ ونصل ـ ب ز ـ ج ز ـ فسطح ـ ه ز ـ فى نصف ـ ب ج ـ تكون مساحة مثلثى ـ ه ب ج ـ ز ب ج ـ وهو اقل من مساحة قطاع ـ ه ب ز ج ـ واعظم من مساحة مثلث ـ ه ب ج ـ وبمثله تبين فى باقى الشكل وتبين ان مساحة الدائرة اعظم كثيرا من مساحة مثلث ـ ا ب ج ـ ويعلم من مثل ذلك ان المجسم الذى يحيط به كرة يكون تضعيف نصف قطر الكرة بثلث سطح المجسم اقل من مساحة الكرة (١) .

(ج) اذا كان خط محدود ودائرة فان كان الخط اقصر من محيطها امكن ان يعمل فى الدائرة شكل مضلع يحيط به الدائرة ويكون جميع اضلاعه اطول من ذلك الخط وان كان الخط اطول من محيطها امكن ان يعمل على الدائرة مضلع يحيط بالدائرة ويكون جميع اضلاعه اقصر من ذلك الخط فلتكن الدائرة ا ب ج ـ والخط ـ ح و ـ وهو اقصر اولا من محيط ـ ا ب ج ـ وليكن محيط دائرة ـ د ز ه ـ مثل خط ـ ح و ـ فاذا عمل فى دائرة ـ ا ب ج ـ مضلع لايماس محيط ـ ه د ز ـ كان جميع اضلاعه اطول من محيط ـ ه د ز ـ اعنى من خط ـ ح و ـ ثم لتكن الدائرة ـ ه د ز ـ وخط ـ ح و ـ اطول من محيطها وليكن محيط ـ ا ب ج ـ مثل خط ـ ح و ـ واذا عمل فى دائرة ـ ا ب ج ـ مضلع لايماس محيط ـ ه د ز ـ كان جميع اضلاعه اقصر من محيط ـ اب ج اعنى من خط ـ ح و ـ ثم اذا عمل على دائرة ـ ه د ز ـ مضلع يماسها ويشبهه المضلع المذكور كان جميع اضلاعه اقصر كثيرا من خط ـ ح و ـ وذلك ما اردناه (٢) .

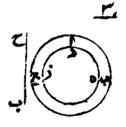
اقول هذا مبنى على وجود دائرة يساوى محيطها اى خط محدود يفرض وهذا مما لم يتبين فى موضع .

(د) كل دائرة فسطح نصف قطرها فى نصف محيطها هو مساحتها فلتكن

---

(١) الشكل الثانى ـ ٢ (٢) الشكل الثالث ـ ٣ .





معرفة مساحة الاشكال من

الدائرة ـ ا ب ج ـ والمركز ـ ه ـ ونصف القطر ـ ه ج ـ فان لم يكن سطح ـ ه ج ـ فى نصف محيط ـ ا ب ج ـ مساويا لمساحة الدائرة كان السطح ـ ه ج ـ فى خط اما اطول من نصف محيط ـ ا ب ج ـ او اقصر منه او مساويا لمساحتها وليكن اولا المساوى لها سطح ـ ه ج ـ فى خط اقصر من نصف محيط ـ ا ب ج ـ وليكن ذلك الخط ـ ح و ـ فضعف ـ ح ـ واقصر من محيط ـ ا ب ج ـ وقد يمكن ان يعمل فى دائرة ـ ا ب ج ـ مضلع يكون جميع اضلاعه اطول من ضعف ـ ح و ـ ونصفه اطول من ـ ح و ـ ويكون نصف قطر ـ ه ج ـ فى نصف جميع اضلاع ذلك المضلع اصغر من مساحة الدائرة فسطح ـ ه ج ـ فى ـ ح و ـ اقل من مساحة الدائرة كثيرا وكان مثلها هذا خلف ثم ليكن المساوى لمساحتها سطح ـ ه ج ـ فى خط اطول من نصف محيط ـ ا ب ج ـ وليكن ذلك الخط ـ ح و ـ وضعف ـ ح و ـ اطول من محيط الدائرة وقد يمكن ان يعمل على دائرة ـ ا ب ج ـ مضلع يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف ـ ح و ـ ويكون سطح نصف قطر ـ ه ج ـ فى نصف جميع اضلاعه اعظم من مساحة الدائرة فسطح ـ ه ح ـ فى ـ ح و ـ اعظم كثيرا منها وكان مثلها هذا خلف فاذا سطح ـ ه ج ـ فى نصف محيط ـ ا ب ج ـ مساو لمساحة دائرة ـ ا ب ج ـ وذلك ما اردناه (١)

وقد بان منه ان سطح نصف الكرة فى نصف القطر فى نصف اى قوس فرض يكون مساويا لمساحة القطاع الذى يحيط به تلك القوس ونصفا قطرين يمران بطرفيها .

(٥) نسبة قطر كل دائرة الى محيطها واحدة فلتختلف دائرتا ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ وليكن ـ ب ج ـ قطر ـ ا ب ج ـ و ـ د ه ـ قطر ـ د ه ز ـ فان لم يكن كما ادعينا فلتكن نسبة ـ ب ج ـ الى محيط ـ ا ب ج ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ح و ـ و ـ ح و ـ اما اطول من محيط ـ د ه ز ـ او اقصر منه ونجعله اولا اقصر منه

---

(١) الشكل الرابع ـ ٤ ـ .

وينصف ـ ح و ـ على ـ ط ـ وليكن عمود ـ ح ك ـ على ـ ح و ـ مساويا لنصف ـ د ه ـ ونتمم سطح ـ ك ط ـ فسطح ـ ك ط ـ اصغر من مساحة دائرة ه ز د ـ ولتكن نسبة ـ ح ك ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة نصف ـ ب ج ـ الى نصف محيط ـ ا ب ج ـ وسطح ـ ك ح ـ فى ـ ح ط ـ هو سطح ـ ك ط وسطح نصف ـ ب ج ـ فى نصف محيط ـ ا ب ج ـ هو سطح دائرة ـ ا ب ج فنسبة سطح ـ ك ط ـ الى دائرة ـ ا ب ج ـ كنسبة ـ ط ح ـ اعنى نصف ـ د ه ـ الى نصف ـ ب ج ـ مثناة وهى نسبة ـ د ه ـ الى ـ ب ج ـ مثناة .

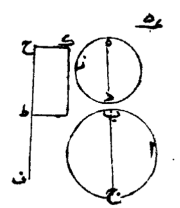
وقد بين اقليدس ان نسبة ـ د ه ـ الى ـ ب ج ـ مثناة كنسبة دائرة د ز ه ـ الى دائرة ـ ا ب ج ـ فنسبة سطح ـ ك ط ـ الى دائرة ـ ا ب ج كنسبة دائرة ـ د ه ز ـ اليها فسطح ـ ك ط ـ مساو لدائرة ـ د ه ز ـ وكان اصغر منها هذا خلف فليس ـ خط ـ ح و ـ اقصر من محيط ـ د ه ز ـ وبمثل هذا التدبير تبين انه ليس اطول منه فاذا نسبة ـ د ه ـ الى محيط ـ د ه ز ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى محيط ـ ا ب ج ـ وكذلك فى كل دائرتين غيرهما وذلك ما اردناه (١) .

ثم لتبين نسبة القطر الى المحيط بالوجه الذى عمل به ارشميدس فانه لم يصل الينا وجه استخرجه احد الى زماننا غير ذلك وهذا الوجه وان لم يوصل الى معرفة قدر احدهما من الآخر حتى ينطبق به على الحقيقة فانه موصل الى استخراج قدر احدهما من الآخر الى اى غاية اراد الطالب من التقريب .

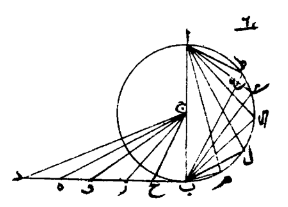
(و) وليكن لبيانه دائرة ـ ا ط ب ـ وقطرها ـ ا ب ـ ومركزها ـ ج ـ ونخرج من ـ ج خط ـ ج د ـ يحيط مع ـ ج ب ـ بثلث قائمة ونخرج من ـ ب عمود ـ ب د على ـ ج ب ـ فالقوس التى يوتر زاوية ـ ب ج د ـ نصف سدس دائرة ـ ا ط ب ـ وخط ـ ب د ـ نصف ضلع المسدس المحيط بدائرة ـ ا ط ب ونتصف زاوية ـ ب ج د ـ بخط ـ ج ه ـ وننصف زاوية ـ ب ج ه ـ بخط ـ ج

---

(١) الشكل الخامس ـ ه ـ .



معرفة مساحة الاشكال ص٦



معرفة مساحة الاشكال ص

و ـ وننصف زاوية ـ ب ج ـ بخط ـ ج ز ـ وننصف زاوية ـ ب ج ز ـ بخط ـ ج ح ـ فتبين ان القوس التى توتر زاوية ـ ب ج ح ـ جزء من (١٩٢) من محيط ـ ا ط ب ـ وان خط ـ ب ح ـ نصف ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط بدائرة ـ ا ط ب ـ ولنجعل ـ ج د ـ (٣٠٦) لسهولة العمل كما تتبين فيكون مربعه (٩٣٦٣٦) وكان ـ ب د ـ (١٥٣) لأن زاوية ـ ب ج د ـ ثلث زاوية ج ب د ـ القائمة وكان مربع ـ ب د ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ب ـ (٧٠٢٢٧) فخط ـ ج ب ـ اكثر من (٢٦٥) ولكن نسبة ـ ب ج ـ ج د ـ مجموعين الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ه ـ لأن ـ ج ه ـ ينصف زاوية ـ ب ج د ـ و ـ ب ج ـ ج د ـ مجموعين اكثر من (٥٧١) و ـ ب د ـ (١٥٣) فنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ه ـ اعظم من نسبة (٥٧١) الى (١٥٣) وبالمقدار الذى يكون ـ ب ه ـ (١٥٣) يكون ـ ج ب ـ اكثر من (٥٧١) ومربعه اكثر من (٣٢٦٠٤١) ومربع ـ ب ه ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ه ـ اكثر من (٣٤٩٤٥٠) فخط ـ ج ه ـ اكثر من (٥٩١) وثمن (١) .

وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب د ـ اعظم من نسبة (١١٦٢) وثمن الى (١٥٣) واذا كان ـ ب و ـ (١٥٣) كان ـ ج ب ـ اكثر من (١١٦٢) وثمن ومربعه اكثر من (١٣٥٠٣٤) ومربع ـ و ب ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ه ـ اكثر من (١٣٧٣٩٤٣) فخط ـ ج و ـ اكثر من (١١٧٢) وثمن وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ز ـ اعظم من نسبة (٢٣٣٤) وربع الى (١٥٣) فاذا كان ـ ب ز ـ (١٥٣) كان ـ ج ب ـ اكثر من (٢٣٣٤) وربع ومربعه اكثر من (٥٤٤٨٧٢٣) ومربع ـ ب ز ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ز ـ اكثر من (٥٤٧٢١٣٢) فخط ـ ج ز ـ اكثر من (٢٣٣٩) وربع وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ح ـ اعظم من نسبة (٤٦٧٣) ونصف الى (١٠٣) فاذا كان خط ـ ب ح ـ (١٥٣) كان ـ ج

---

(١) الشكل السادس ـ ٦ ـ .

ب ـ اكثر من (٤٦٧٣) ونصف وهذا هو قدر ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا عند القطر فقدر القطر عند جميع اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط بالدائرة اعظم من قدر (٤٦٧٣) ونصف عند (١٤٦٨٨) وهو اقل من ثلاثة وسبع من الواحد ثم نخرج فى دائرة ـ اط ب ـ وتر السدس وهو ـ ط ب ـ ونخرج اط ـ وننصف زاوية ـ ط اب ـ بخط ـ اى ـ ونصل ـ ى ب ـ وننصف زاوية ـ ى اب ـ بخط ـ اك ـ ونصل ـ ك ب ـ وننصف زاوية ـ ك اب بخط ـ ال ـ ونصل ـ ل ب ـ وننصف زاوية ـ ل اب ـ بخط ـ ام ـ ونصل ـ م ب ـ فيكون ـ م ب ـ ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط به الدائرة ثم نجعل ـ اب ـ (١٥٦٠) لسهولة هذا العمل فيكون وتر ـ ب ط ـ (٧٨٠) ويكون مربع ـ اب ـ (٢٤٣٣٦٠٠) ومربع ـ ب ط ـ (٦٠٨٤٠٠) ومربع ـ ط ا ـ (١٨٢٥٣٠٠) فخط ـ ط ا ـ اقل من (١٣٥١) ولكن نسبة ـ ط ا ـ اب ـ معا الى ـ ط ب ـ كنسبة ـ اط ـ الى ـ ط ع ـ وهى كنسبة ـ اى ـ الى ـ ى ب ـ وخطا ـ ط ا ـ اب ـ معا اقل من (٢٩١١) و ـ ط ب ـ (٧٨٠) فاذا كان ـ ى ب ـ (٧٨٠) كان ـ اى ـ اقل من (٢٩١١) ومربع ـ اى ـ اقل من (٨٤٧٣٩٢١) ومربع ـ ى ب ـ (٦٠٨٤٠٠) ومربع ـ اب ـ اقل من (٩٠٨٢٣٢١) فخط ـ اب ـ اقل من (٣٠١٣) وثلاثة ارباع وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ اك ـ الى ـ ك ب ـ اقل من نسبة (٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد الى (٧٨٠) فاذا كان خط ـ ك ب ـ (٧٨٠) كان (اك) اقل من (٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد وقدر (٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد عند (٧٨٠) كقدر (١٨٢٣) عند (٢٤٠) كان (اك) اقل من (١٨٢٣) ومربع ـ اك ـ اقل من (٣٣٢٣٣٢٩) ومربع ـ ك ب ـ (٧٧٦ ٠) فمربع ـ اب ـ اقل من (٣٣٨ ٩٢٩) فخط ـ اب ـ اقل من (١٨٣٨) وتسعة اجزاء من احد عشر من واحد .

وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ال ـ الى ـ ل ب ـ اقل من

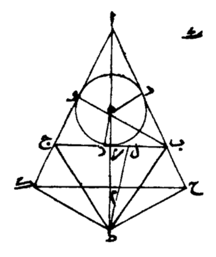
نسبة (٣٦٦١) و تسعة من احد عشر الى (٢٤٠) و قدر (٣٦٦١) و تسعة من احد عشر عند (٢٤٠) كقدر (١٠٠٧) عند (٦٦) و اذا كان ـ ل ب ـ (٦٦) كان ـ ا ل ـ اقل من (١٠٠٧) او مربع ـ ا ل ـ اقل من (١٠١٤٠٤٩) ومربع ـ ل ب ـ (٤٣٥٦) ومربع ـ ا ب ـ اقل من (٤٠٥ ١٠١٨) فخط ـ ا ب ـ اقل من (١٠٠٩) وسدس واحد وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ا م ـ الى ـ م ب ـ اقل من (٢٠١٦) وسدس واحد عند (٦٦) فاذا كان ـ ا م ـ اقل من (٢٠١٦) وسدس ومربع ـ ا م ـ اقل من (٤٠٦٤٩٢٨) ومربع ـ ب م ـ (٤٣٥٦) ومربع ـ ا ب ـ اقل من (٤٠٦٩٢٨٤) فخط ـ ا ب ـ اقل من (٢٠١٧) وربع واحد ولكن خط ـ م ب ـ بهذا القدر (٦٦) وخط ـ م ب ـ ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة فنسبة القطر الى اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة اقل من نسبة (٢٠١٧) وربع واحد الى (٦٣٣٦) وقد تبين ان نسبة جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة الى القطر اعظم من نسبة ثلاثة وعشرة اجزاء من واحد وسبعين الى الواحد ومحيط الدائرة اطول من جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة واقصر من جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط بالدائرة فقد صح مما وصفنا ان نسبة محيط الدائرة الى قطرها اعظم من نسبة ثلاثة وعشرة اجزاء من واحد وسبعين الى الواحد واصغر من نسبة ثلاثة وسبع الى الواحد وذلك ما اردناه .

و من الممكن ان يوصل بهذا الوجه بعينه الى اى غاية يراد من التدقيق فى هذا العمل .

(ز) كل مثلث اذا ضرب نصف جميع اضلاعه فى فضله على كل ضلع من اضلاعه بان يضرب فى فضله على احد اضلاعه ثم فى ثانيها ثم فى ثالثها كان الحاصل مساويا لضرب تكسيره فى نفسه فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ ونرسم اعظم دائرة يحيط بها وهى دائرة ـ د ز و ـ وليكن مركزها ـ ه ـ ونخرج

ه د ـ ه و ـ ه ز ـ الى نقط التماس ونخرج ـ ا ه ـ ونبين ان ـ ا د ـ ا و ـ متساويان وكذلك ـ ب د ـ ب ز ـ و ـ ج و ـ ج ز ـ وظاهر ان احد خطى ـ ا د ـ ا و ـ فضل نصف جميع الاضلاع على ـ ب ج ـ وان احد خطى ـ ب د ـ ب ز ـ فضل نصفه على ـ ا ج ـ وان احد خطى ـ ج و ـ ج ز ـ فضل نصفه على ـ ا ب ـ ثم نخرج ـ ا ه ـ الى ـ ط و ـ ا ب ـ الى ان يصير ـ ب ح ـ مثل ـ ج ز ـ و ـ اج ـ الى ان يصير ـ ج ك ـ مثل ـ ب ز فيكون كل واحد من ـ ا ح ـ ا ك ـ مثل نصف جميع الاضلاع ونخرج من نقطتى ـ ح ك ـ عمودى ـ ح ط ـ ك ط ـ فيلتقيان ضرورة على نقطة واحدة من ـ ا ط ـ وهى نقطة ـ ط ـ مثلا ويكون ـ ط ح ـ ط ك ـ متساويين .

وان اردنا اخرجنا عمود ـ ح ط ـ ووصلنا ـ ط ك ـ وبينا انه ايضا عمود لتساوى ضلعى ـ ا ك ـ ا ح ـ وكون ـ ا ط ـ مشتركا وتساوى زاويتى ح ا ط ـ ك ا ط ـ ونصل ـ ب ط ـ ط ج ـ ونصل ـ ب ل ـ من ـ ب ج ـ مثل ـ ب ح ـ ونصل ـ ط ل ـ فهو عمود على ـ ب ج ـ لأن الفضل بين مربعى خطى ـ ب ط ـ ط ج ـ كالفضل بين مربعى خطى ـ ب ح ـ ج ك ـ فلذلك ـ ط ل ـ عمود على ـ ب ج ـ وهو مساو ـ لط ح ـ لكون ب ح ـ مساويا ـ لب ل ـ وب ط ـ مشتركا وزاويتا ـ ح ل ـ قائمتين فتكون زاويتا ـ ل ب ط ـ ح ب ط ـ متساويتين ونصل ـ ب ه ـ فزاويتا ـ ز ب ه ـ د ب ه ـ متساويتان ولكون زاوية ـ ل ب ح ـ مع زاوية ـ ل ط ح ـ كقائمتين تكون زاوية ـ ز ب د ـ مساوية لزاوية ـ ل ط ح ـ ونصفها لنصفها فزاوية ـ ه ب د ـ من مثلث ـ ب د ه ـ مساوية لزاوية ب ط ح ـ من مثلث ـ ب ح ط ـ وزاويتا ـ ب ز ه ـ ب ح ط ـ قائمتان فمثلثا ـ ب ه د ـ ب ح ط ـ متشابهان ونسبة ـ د ه ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ط ـ و ـ د ب ـ مثل ـ ب ز ـ و ـ ب ح ـ مثل



معرفة مساحة الاشكال ص ١١

مثل ـ زج ـ فنسبة ـ ح د ـ الى ـ زب ـ كنسبة ـ ز ج ـ الى ـ ح ط ـ و ضرب ـ د ه ـ فى ـ ح ط ـ مسا و لضرب ـ ب ز ـ فى ـ ز ج ـ وايضا نسبة مربع ـ ه د ـ الى ضرب ـ ه د ـ فى ـ ح ط ـ اعنى الى ضرب ـ ب ز ـ فى ـ زج ـ كنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ط ـ اعنى كنسبة ـ ا د ـ الى ـ ا ح ـ فنسبة مربع ـ ه د ـ الى ضرب ـ ب ز ـ فى ـ ز ج ـ كنسبة ـ ا د ـ الى ا ح ـ فضرب مربع ـ ه د ـ فى ـ ا ح ـ كضرب ـ ب ز ـ فى ـ ز ج فى ـ ا د ـ واذا ضربنا هما فى ـ ا ح ـ صار مربع ـ ه د ـ فى مربع ـ ا ح ـ كضرب ـ ب ز ـ فى ـ ز ج ـ فى ـ ا د ـ فى ـ ا ح ـ ولكون ـ ه د ـ فى ـ ا ح ـ كتكسير المثلث يكون مربع ـ ه د ـ فى مربع ـ ا ح ـ مربع تكسير المثلث فاذا مربع تكسير المثلث مسا ولضرب ـ ب ز ـ فى ـ ز ج ـ فى ا د ـ فى ـ اح ـ اعنى الفصول الثلاثة فى نصف جميع الاضلاع وذلك ما اردناه (١).

وايضا بوجه آخر بعد ان ثبت ان نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ب ح ـ الى ـ ح ط ـ انا اذا جعلنا الثانى وسطا بين الاول والرابع كانت نسبة الاول الى الرابع مؤلفة من نسبة الاول الى الثانى و من نسبة الثانى الى الرابع اعنى من نسبة الاول الى الثالث فنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ط ـ مؤلفة من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ب ـ و من نسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ب ـ و ـ د ب ـ مثل ـ ب ز ـ و ـ ب ح ـ مثل ـ ز ج ـ فنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ط ـ اعنى نسبة ـ ا د ـ الى ـ ا ح ـ مؤلفة من نسبة ـ ه د ـ الى ـ ب ز ـ و من نسبة ه د ـ الى ـ ز ج ـ فضرب ـ ا د ـ فى ـ ب ز ـ فى ـ ز ج ـ كضرب مربع ـ ه د ـ فى ـ ا ح ـ و نتمم البرهان بالوجه المتقدم .

(ح) كل نقطة فى داخل كرة تخرج منها اربعة خطوط متساوية الى سطح الكرة فوقعت على نقطة ليست فى سطح واحد مستقيم فهى مركز الكرة

---

(١) الشكل السابع ـ ٧ ـ .

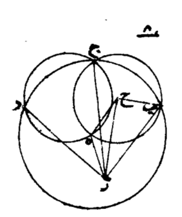
فلتكن الكرة ـ ا ب ج د ه ـ والنقطة الداخلة ـ ز ـ والخطوط الخارجة منها الى سطح الكرة خطوط ـ ز ب ـ ز ج ـ ز د ـ د ه ـ وهى متساوية وليست فى سطح واحد وذلك لأن كل ثلث نقطة فهى فى سطح واحد لما تقرر فى كتاب اقليدس فندير على ـ ب ج ه ـ دائرة ـ ب ج د ـ وعلى نقط ـ ه ج د ـ دائرة ـ ج د ه ـ ونخرج من ـ ز ـ على سطح دائرة ـ ب ج ه ـ عمود ـ ز ح فيقع على مركز دائرة ـ ب ج ه ـ لأنا اذا وصلنا خطوط ـ ب ح ـ ج ح ـ ه ح ـ كانت متساوية لتساوى خطوط ـ ز ب ـ ز ج ـ ز ه ـ واشتراك ز ح ـ وكون الزوايا التى عند ـ ح ـ قائمة ولأن دائرة ـ ب ج ه ـ على سطح كرة ـ ا ب ج د ه ـ وخرج من مركزها عمود ـ ح ز ـ فهو يمر مركز الكرة على ما تبين فى ثانى اشكال كتاب الاكر لثاوذوسيوس .

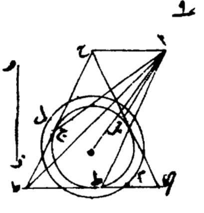
وبمثل ذلك تبين ان العمود الخارج من مركز دائرة ـ ه ج د ـ تمر بمركز الكرة والعمودان لا يتلاقيان الا عند ـ ز ـ فز ـ مركز الكرة وذلك ما اردناه (١) .

(ط) كل مخروط مستدير قائم فسطح الخط الواصل بين رأسه واى نقطة فرضت على محيط قاعدته فى نصف محيط قاعدته تساوى سطحه المستدير فليكن المخروط ـ ا ب ج د ـ ورأسه ـ ا ـ دائرة قاعدته ـ ب ج د ـ ومركزها ه ـ ومحوره ـ ا ه ـ وهو عمود على سطح القاعدة حتى يكون المخروط قائما ونصل ـ ا ب ـ فسطح ـ ا ب ـ فى نصف محيط ـ ب ج د ـ هو مساحة السطح المستدير المحيط بالمخروط والا فليكن ـ ا ب ـ فى خط اطول من نصف المحيط اولا وليكن ذلك الخط ـ و ز ـ ونعمل على محيط ـ ب ج د ـ مضلعا يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف ـ و ز ـ وهو مضلع ـ ح ط ك ـ ولتماس الدائرة على نقط ـ ب ـ ج ـ د ـ ونخرج خطوط ـ ا ح ـ ا ط ـ ا ك ـ ونصل ـ ا ج ـ ا د ـ فتكون خطوط ـ ا ب ـ ا ج ـ ا د ـ المتساوية اعمدة

(١) الشكل الثامن ـ ٨ ـ .

على


ش
ج
د
ح
ب
ه
ز


ا
ح
و
ل
ج
ز
ب
ط

على اضلاع ـ ح ط ـ ط ك ـ ك ح ـ لأن ـ ا ه ـ عمود على سطح دائرة ـ ب ج د ـ والخطوط الواصلة بين مركزها ونقط التماس اعمدة على الاضلاع ولذلك يكون سطح ـ ا ب ـ فى نصف جميع الاضلاع مساويا لسطح المضلع المحيط بالمخروط المستدير وهو اعظم من سطح المخروط المستدير ونصف جميع الاضلاع اقصر من خط ـ وز ـ وكان سطح ـ ا ب ـ فى ـ وز ـ هو سطح المخروط المستدير فسطح المستدير اعظم مما هو محيط به هذا خلف .

ثم ليكن ـ وز ـ اقصر من نصف المحيط ـ و ـ ا ب ـ فى ـ وز ـ هو سطح المخروط المستدير وليكن ـ ا ب ـ فى نصف ـ ب ج د ـ الذى هو اعظم منه مساويا ـ لسطح مخروط مستدير قاعدته دائرة ـ م ل ـ ورأسه ـ ا ـ ونعمل فى دائرة ـ م ل ـ ذا اضلاع وزوايا متساوية غير مماسة لدائرة ـ ب ج د ـ ونخرج من زواياه الى ـ ا ـ خطوطا فيكون السطح المحيط بالجسم الحادث اقل من سطح المخروط المستدير الذى قاعدته ـ م ل ـ لكون المخروط محيطا به ولكن سطح خط يخرج من ـ ا ـ الى منتصف احد اضلاع الشكل الذى لا يماس دائرة ـ ب ج د ـ فى نصف اضلاعه هو مثل سطح ذلك الجسم والخط الخارج من ـ ا ـ الى منتصف ذلك الضلع اطول من خط ـ ا ب ـ ونصف اضلاع الشكل اطول من نصف محيط دائرة ـ ب ج د ـ فسطح المخروط المستدير الذى قاعدته ـ م ل ـ اصغر من سطح الجسم الذى فى داخله هذا خلف فاذا سطح ـ ا ب ـ فى نصف دائرة ـ ب ج د ـ خط مساو لسطح مخروط ـ ا ب ج د ـ وذلك ما اردناه (١) .

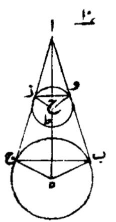
(ى) كل مخروط مستدير قاعدته دائرة وقد فصله سطح موازلقاعدته كان ذلك الفصل دائرة والمحور يمر بمركزها فليكن المخروط رأسه ـ ا ـ وقاعدته ـ ب ج د ـ ومركزها ـ ه ـ والسطح الفاصل ـ وط ز ـ والمحور ـ ا ه ـ وقد مر بنقطة ـ ح ـ من السطح الفاصل فنعلم على ـ ب ج د ـ نقطتى ـ ب ج ـ على ان قوس ـ ب ج ـ اقل من نصف دائرة ونخرج ـ ه ب ـ ه ج ـ

(١) الشكل التاسع ـ ٩ .

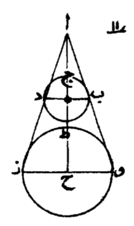
ب ا ـ ج ا ـ ب ج ـ فيمر مثلث ـ ا ب ه ـ بفصل ـ و ح ـ من السطح الفاصل و مثلث ـ ا ه ج ـ بفصل ـ ز ج ـ ومثلث ـ ا ب ج ـ بفصل ـ و ز ـ ويحدث مثل ـ وز ح ـ وتكون اضلاعه موازية لاضلاع مثلث ـ ه ب ج ـ كل لنظيره فيكونان متشابهين ونسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ و ح ـ الى ـ ح ز ـ و ـ ب ه ـ ه ج ـ متساويان فكذلك ـ وح ـ ح ز ـ متساويان وكل خط يخرج من ـ ح ـ الى محيط ـ وز ط ـ فوز ط ـ دائرة مركزها ـ ح ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يا) كل قطعة من مخروط مستدير قائم فيما بين دائرتين متوازيين فاذا اخرج فيهما قطران متوازيان ووصل بين اطرافهما بخطين متقابلين كان سطح احد الخطين فى نصفى محيطى الدائرتين مساويا لسطح القطعة المستدير فلتكن القطع ـ ب ج و ط ز ـ قاعدتها ـ وط ز ـ والاخرى التى تلى رأس المخروط ـ ب ج د ـ و ـ ه ح ـ من المحور ما يقع بينهما وهو عمود على الدائرتين ولنخرج قطرا ـ ب د ـ و ز ـ متوازيين ولنوصل بينهما ـ ب و ـ دز ـ نقول فسطح ـ ب و ـ فى نصفى دائرتى ـ ب ج د ـ و ط ز ـ هو السطح المستدير المحيط بالقطعة فلنتمم المخروط الى الرأس وهو ـ ا ـ ونخرج ـ ح ه ـ الى ـ ا ـ وكذلك ـ و ب ز د ـ ومعلوم ان سطح ـ ا و ـ فى نصف محيط ـ و ط ز ـ هو سطح جميع المخروط و سطح ـ ا ب ـ فى نصف محيط ـ ب ج د ـ هو سطح مخروط ـ ا ب ج د ـ وفضل الاول على الآخر هو السطح المستدير المحيط بالقطعة وذلك هو سطح ـ ب و ـ فى نصف محيط ـ و ط ز ـ مع سطح ـ ا ب ـ فى فضل نصف محيط ـ و ط ز ـ على نصف محيط ـ ب ج د وسطح ـ ا ب ـ فى فضل نصف محيط ـ و ط ز ـ على نصف محيط ـ ب ج د ـ مساو لسطح ـ ب و ـ فى نصف محيط ـ ب ج د ـ لأن نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب و ـ كنسبة نصف دائرة ـ ب ج د ـ الى فضل نصف دائرة ـ وط

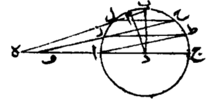
(١) الشكل العاشر ـ ١٠ .


ش١٠
ا
و
ز
ح
ط
ب
ج
د

١١



١٢



على نصف دائرة ــ ب ج د ــ وذلك ما اردناه (١) .

وقد يعلم من ذلك ان خطى ــ و ب ــ ب ا ــ ان كانا متساويين كيف كان اتصالهما على استقامة او غير استقامة فان تضعيف احدهما بنصف دائرة وط ز ــ وبدائرة ــ ب ج د ــ هو مساحة سطح المجسم الذى رأسه ــ ا وقاعدته دائرة ــ وط ز ــ ومن ها هنا يعلم ايضا انه ان كانت قطع كثيرة من مخروطات الاساطين مركب بعضها على بعض وكان ــ اعلى سطح القطعة السفلى هو قاعدة القطعة التى فوقها وكان رأس القطعة العليا من القطع نقطة وكانت جميع القواعد متوازية والخطوط الخارجة فى جميع القطع من قواعدها الى اعاليها مستقيمات متساويات فان سطح احد تلك الخطوط فى نصف محيط قاعدة السفلى وفى جميع محيطات قواعد سائر القطع التى فوقها هو مساحة سطح المجسم المركب منها جميعا سواء كانت سطوح القطع متصلة على استقامة اوعلى غير استقامة .

(يب) لتكن ــ ا ب ج ــ دائرة قطرها ــ ا ج ــ ومركزها ــ د ــ وقد قام عمود ــ د ب ــ منه على القطر ولنقسم ربع ــ ا ب ــ باقسام متساوية كم كانت ــ وهى ــ ا ز ــ ز ل ــ ل ب ــ ولنخرج وتر ــ ب ل ــ وننفذه وننفذ قطر ــ ج ا ــ الى ان يلتقيا على ــ ه ــ ونخرج من نقطتى ــ ز ل ــ وترى ــ ز ط ــ ل ح ــ موازيين لقطر ــ ج ا ــ .

فاقول ان خط ــ ه د ــ يساوى نصف قطر ــ ج ا ــ ووترى ــ ز ط ل ح ــ جميعا فنخرج ــ ط ا ــ ح ز ــ وننفذ ــ ح ز ــ الى ان يلقى ــ ج ه ــ على و ــ وبمثل ذلك ندبر ان كانت الاقسام اكثر فخطوط ــ ج ه ــ ط ز ــ ح ل متوازية وخطوط ــ ط ا ــ ح و ــ ب ه ــ متوازية لأن قوسى ــ ط ح ــ ح ب ــ متساويتان ــ لقوسى ــ ا ز ــ ز ل ــ فسطح ــ ط اوز ــ متوازى الاضلاع ــ و ــ ط ز ــ مثل ــ ا و ــ وبمثل ذلك ــ ح ل ــ مثل ــ و ه ــ فده مثل ــ د ا ــ ط ز ــ ح ل ــ جميعا وذلك ما اردناه (٢) .

---

(١) الشكل الحادى عشر ــ ١١ (٢) الشكل الثانى عشر ــ ١٢ .

وان اخرجنا ـ د م ـ عمودا على ـ وتر ـ ب ل ـ كان سطح نصف ب ل ـ فى ـ د ه ـ اصغر من مربع نصف القطر واكبر من مربع ـ د م ـ وذلك لأن مثلثى ـ د ب م ـ ب ه د ـ متشابهان لكون زاويتى ـ د م ب ـ ه ب د ـ قائمتين وزاويــة ـ ب ـ مشتركة ونسبــة ـ ب م ـ الى ـ م د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ه ـ فب م ـ اعنى نصـف ـ ب ل ـ فى ـ د ه ـ مساو ـ لب د ـ فى ـ د م ـ و ـ ب د ـ فى ـ د م ـ اصغر من مربع ـ ب د ـ واعظم من مربع ـ م د ـ فاذا نصف ـ ب ل ـ فى نصف القطر وفى وترى ط ز ـ ح ل ـ جميعا اصغر من مربع نصف القطر واعظم من مربع ـ د م ـ فكل دائرة يخرج قطر فيها وينصف نصفها ويقسم احد الربعين باقسام متساوية كم كانت ونخرج من نقط الاقسام اوتارا فى الدائرة موازية للقطر كان سطح نصف وتراحد تلك الاقسام فى نصف القطر فى جميع الاوتار اصغر من مربع نصف القطر واعظم من مربع العمود الخارج من المركز الواقع على احد اوتار تلك الاقسام وذلك هو المطلوب .

(يج) اذا وقع فى نصف كرة مجسم يحيط به نصف الكرة وكان المجسم مركبا من قطع مخروطات مستديرة كم كانت وكان اعلى سطح كل قطعة قاعدته للقاعدة التى فوقها وقاعدة القطعة السفلى هو قاعدة نصف الكرة ورأس المخروط الاعلى نقطة هى قطب نصف الكرة وكانت القواعد متوازية والخطوط الخارجة من قواعد القطع الى اعاليها على استقامة متساوية ثم وقع فى المجسم نصف كرة يحيط به المجسم قاعدتها دائرة فى سطح قاعدة النصف الاول كان السطح المحيط بالمجسم اصغر من ضعف قاعدة نصف الكرة الاولى واعظم من ضعف قاعدة النصف الكرة الثانية كان السطح المحيط بالمجسم اصغر من ضعف قاعدة نصف الكرة الاولى واعظم من ضعف قاعدة نصف الكرة الثانية فليكن الكرة ـ ا ب ج د ـ قاعدتها عظيمة ـ ا ب ج ـ وقطبها ـ د ـ وليكن فيه مجسم على ما وصفنا مركب من ثلث قطع اولاها يرتفع من دائرة ـ ا ب ج ـ الى دائرة ـ ه ط ح ـ

والثانية ترتفع منها الى دائرة ــ و ل ز ــ والثالثة ترتفع منها الى نقطة ــ د ــ .

نقول فالسطوح المستديرة المحيطة بهذا المجسم جميعا اصغر من ضعف سطح دائرة ــ ا ب ج ــ فلنخرج فى نصف كرة ــ ا ب ج د ــ نصف عظيمة تمر بالقطب وهو ــ ا د ب ــ ونخرج قطر ــ ا ب ــ للكرة وننصفه على م ــ ونخرج ــ ح ه ــ ز و ــ فهما موازيان ــ لا ب ــ لأنها فصول مشتركة بين عظيمة ــ ا د ب ــ والدوائر الثلاثة وهما قطرا دائرتى ــ ح ه ط ــ و ز ل ــ ونخرج خطوط ــ ب ه ــ ه و ــ و د ــ من القواعد الى الاعالى وهى متساوية بالفرض وسطح نصف واحد منها فى نصف ــ ا ب ــ وفى ــ ه ح ــ و ز ــ جميعا اصغر من مربع نصف ــ ا ب ــ للمار وايضا سطح واحد منها فى نصف محيط دائرة ــ ا ب ج ــ وفى محيطى دائرتى ــ ح ه ط ــ ز و ل ــ جميعا مثل السطح المحيط بالمجسم للمار وسطح واحد منها فى نصف ــ ا ب ــ وفى ه ح ــ و ز ــ جميعا .

ثم الحاصل فيما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط مساويا لسطح واحد منها فى نصف محيط دائرة ــ ا ب ج ــ وفى محيطى دائرتى ــ ح ه ط ــ ز و ل ــ جميعا اعنى السطح المحيط بالمجسم وهو اقل من ضعف الحاصل من ضرب مربع نصف ــ ا ب ــ فى ما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط ومربع نصف ــ ا ب ــ فيما اذا ضرب فيه القطر مساو لسطح الدائرة لأن ضرب نصف ا ب ــ فيما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط هو نصف المحيط وضربه مرة اخرى فى نصف ــ ا ب ــ هو سطح الدائرة فالسطح المحيط بالمجسم اقل من نصف سطح دائرة ــ ا ب ج ــ ثم نرسم فى مجسم ــ ا ب ج د ــ نصف كرة يحيط به المجسم ولكون سطح قاعدته دائرة فى سطح دائرة ــ ا ب ج ــ يكون اصغر منها وننصف خطوط ــ ب ه ــ ه و ــ و د ــ على نقط ــ س ــ ع ــ ف ــ ونصل ــ م س ــ م ع ــ م ف ــ وهى متساوية لانها اعمدة من المركز على اوتار متساوية ونرسم على مركز ــ م ــ وببعد ــ م س ــ ف

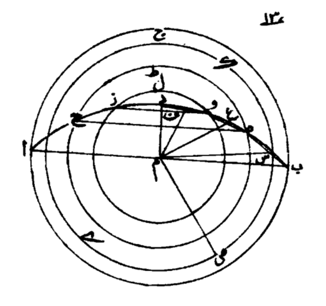
سطح دائرة ـ ا ب ج ـ دائرة ـ ك ص ى ـ ونخرج فى سطح هذه الدائرة خط ـ م ص ـ وليس هو فى سطح الدائرة ـ ا د ب ـ ولأن خطوط ـ م س ـ م ع ـ م ف ـ م ص ـ الاربعة المتساوية التى ليست فى سطح واحد خرجت من نقطة ـ م ـ الى محيط الكرة الداخلة يكون ـ م ـ مركزا لها و ـ م س ـ نصف قطر لها ودائرة ـ ك س ى ـ قاعدة لها ومربع ـ م س ـ اصغر من سطح نصف ـ ب ه ـ فى نصف ـ ا ب ـ وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا فمربع ـ م س ـ فى المقدار الذى اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط اعنى سطح دائرة ـ ك ص ى ـ اصغر من سطح نصف ـ ب ه ـ فى نصف ـ ا ب ـ وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا ثم الحاصل فى المقدار الذى اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط اعنى نصف سطح المجسم المحيط بنصف الكرة الداخلة فجميع سطح المجسم اعظم من ضعف سطح دائرة ـ ك ص ى ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يد) سطح نصف الكرة المستدير ضعف سطح الدائرة العظيمة التى هى قاعدته فليكن ـ ا ب ج د ـ نصف كرة ودائرة ـ ا ب ج ـ عظيمة تقع فيها وهى قاعدته و ـ د ـ قطبها فان لم يكن ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ مساويا لسطح نصف الكرة فليكن اولا اصغر منه وليكن مساويا لسطح نصف كرة اصغر من ـ ا ب ج د ـ وهو نصف ـ ه ح ـ ط ك ـ فاذا عمل فى نصف كرة ـ ا ب ج د ـ مجسم كما وصفنا قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه نقطة ـ د ـ بحيث لا يماس نصف كرة ـ ه ح ط ك ـ كان سطحه اصغر من ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ واعظم من سطح نصف كرة ـ ه ح ط ك ـ وضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ المساوى لسطح نصف كرة ـ ه ح ط ك ـ اعظم كثيرا منه هذا خلف .

ثم ليكن ضعف سطح دائرة ـ اب ج ـ اعظم من سطح نصف كرة ا ب ج د ـ وليكن مساويا لسطح نصف كرة ـ و ز ل م ـ ونعمل فيه مجسما

---

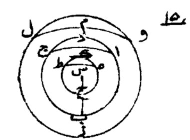
(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ .



معرفة مساحة الاشكال ص ١٨







معرفة مساحة الاشكال ص۱۹

كما وصفنا غير مماس لنصف كرة ـ ا ب ج د ـ فيكون سطح الجسم اعظم من ضعف دائرة ـ ا ب ج ـ لما مر وسطح نصف كرة ـ وز ل م ـ اعظم من سطح الجسم لكونه محيطا به فسطح نصف كرة ـ و ز ل م ـ اعظم كثيرا من سطح دائرة ـ ا ب ج ـ وكان مثله ـ هذا خلف فاذا الحكم ثابت وذلك ما اردناه (١) .

وقد بان منه ان سطح الكرة اربعة امثال سطح اعظم دائرة يقع فيها .

(يه) كل كرة فان الحاصل من ضرب نصف قطرها فى ثلث السطح المحيط بها مساو لعظمها فلتكن الكرة ـ ا ب ج د ـ ونصف قطرها ـ س ف ـ فان لم يكن ـ س ف ـ فى ثلث سطح كرة ـ ا ب ج د ـ عظمها فليكن اولا اصغر من عظمها وليكن ـ س ب ـ فى ثلث سطح كرة اعظم من كرة ا ب ج د ـ مساويا لعظم كرة ـ ا ب ج د ـ مثلا ككرة ـ وز ل م ـ فليكن مركزاهما واحدا ونعمل على كرة ـ ا ب ج د ـ مجسما كما وصفنا لا تماس كرة ـ و ز ل م ـ فيلزم مما مر ان ـ س ب ـ فى ثلث سطح الجسم يساوى الجسم ويكون اكبر من كرة ـ ا ب ج د ـ و يلزم منه ان يكون ثلث سطح الجسم اعظم من ثلث كرة ـ و ز ل م ـ المحيط به هذا خلف ـ ثم ليكن ـ س ب ـ فى ثلث سطح كرة اصغر من كرة ـ ا ب ج د ـ ككرة ـ ه ح ط ك ـ مساويا لعظم كرة ـ ا ب ج د ـ ونعمل فى كرة ـ ا ب ج د ـ مجسما كما وصفنا بحيث لا يماس كرة ـ ه ح ط ك ـ ويجب مما مر ان ـ س ب ـ فى ثلث مساحة سطح الجسم اصغر من مساحة كرة ـ ا ب ج د ـ فثلث سطح ـ ه ح ط ك ـ اعظم من ثلث سطح الجسم المحيط به هذا خلف، فاذا الحكم ثابت وذلك ما اردناه (٢) .

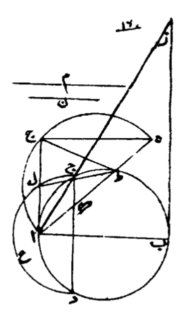
(يو) نريد ان نجد مقدارين يقعان بين مقدارين مفروضين لتتوالى الاربعة على نسبة واحدة وعلم ذلك نافع لطالب الهندسة وبه يعرف ضلع المكعب

---

(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ (٢) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ ـ .

وذلك انا اذا عرفنا مقدارين يقعان بين الواحد والمكعب على نسبة واحدة يكون ثانيهما من جانب الواحد ضلعا للمكعب وهذا العمل لرجل من القدماء اسمه مانالاوس اورده فى كتاب له فى الهندسة ونحن نصفه .

ليكن المقدار ان خطى ـ م ـ ن ـ وليكن ـ م ـ اعظم من ـ ن ونرسم دائرة ـ ا ب ج ـ ونجعل قطرها وهو ـ ا ب ـ مساويا ـ لم ـ ونخرج فيها وتر ـ ا ج ـ مساويا لمقدار ـ ن ـ ونخرج من ـ ب ـ عمودا على ـ ا ب ـ ونخرج ـ ا ج ـ حتى يلقاه على ـ ز ـ ونقيم على قوس ـ ا ج ب ـ نصف اسطوانة مستديرة قائمة اعنى تكون اضلاعها اعمدة على سطح دائرة ـ ا ج ب ـ وندير على خط ـ ا ب ـ نصف دائرة يقوم سطحها على سطح ـ ا ب ج ـ على زوايا قوائم وهى قوس ـ ا ج ه ـ ونثبت نقطة ـ ا ـ من قوس ـ ا ح ه ـ فى موضعها كالمركز وندير قوس ـ ا ح ه ـ على مركز ـ ا ـ بحيث يكون سطحها فى جميع دورانها قائما على سطح ـ ا ب ج ـ على قوائم ليكون قوس ـ ا ح ه ـ يفصل سطح نصف الاسطوانة القائم على قوس ـ ا ج ب ـ ونثبت خط ـ ا ب ـ كالمركز وندير مثلث ـ ا ز ب ـ على محور ـ ا ب ـ حتى يلقى خط ـ ا ز ـ فصل سطح نصف الاسطوانة ونرسم نقطة ـ ج ـ من خط ـ ا ز ـ فى دورانه نصف دائرة ـ ج ع د ـ قائما على سطح ـ ا ب ج ـ على قوائم ونرسم على الموضع الذى يلقى فيه خط ـ ا ز ـ فصل سطح نصف الاسطوانة نقطة ـ ح ـ ونثبت قوس ـ ا ح ه ـ من مدارها عند نقطة ـ ح ـ ونخرج خطى ـ ا ح ـ ح ه ـ ونرسم حيث يلقى خط ـ ا ح ـ قوس ـ ج ع د نقطة ـ ل ـ ونخرج من نقطة ـ ح ـ عمودا على سطح دائرة ـ ا ب ج ـ وهو خط ـ ح ط ـ ونخرج ـ ل ك ـ وهو عمود على سطح دائرة ـ ا ب ج لأنه فصل مشترك لسطح مثلث ـ ا ح ه ـ ولنصف دائرة ـ ج ع د ـ القائمين على سطح ـ ا ب ج ـ ونخرج خط ـ ل ط ـ ونبين انه عمود على ـ ا ل ـ لأن سطح ـ ج ك ـ فى ـ ك د ـ مثل مربع ـ ل ك ـ ولكن ضرب


ز
م
ن
ح
ه
ج
ط
ل
ك
ا
ب
ع
د

ـ ج ك ـ ق ـ ك د ـ مثل ضرب ـ ط ك ـ ق ـ ك ا ـ نضرب ـ ط ك ـ ق ـ ك ا ـ مثل مربع ـ ل ك ـ فزاوية ـ ط ل ا ـ قائمة .

وقد تبين ان زاوية ـ ا ح ه ـ قائمة لأنها مركب على نصف دائرة ا ح ه ـ وان زاوية ـ ا ط ح ـ قائمة لان ـ ح ط ـ عمود على سطح دائرة ا ب ج ـ وخط ـ ط ا ـ فى سطح دائرة ـ ا ب ج ـ وان زاوية ـ ا ل ط ـ قائمة للامر فمثلثات ـ ا ح ه ـ ا ط ح ـ ا ل ط ـ فى كل واحد منها زاوية قائمة وزاوية حادة مشتركة فهى متشابهة ونسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة ا ح ـ الى ـ ا ط ـ وكنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ا ل ـ ولكن خط ـ ا ه ـ مثل مقدار ـ م ـ وخط ـ ا ل ـ مثل مقدار ـ ن ـ فقد وقع بينهما مقدار ـ ا ح ا ط ـ وتوالت على نسبة وذلك ما اردناه (١).

(يز) ولأن الاشياء التى استعملها مانالاوس وان كان صحيحا فهى اما ان لايمكن ان يفعل واما يكون عسيرا جدا طلبنا لذلك وجها اسهل .

فليكن المقداران ـ ا ب ـ ويخط ـ ج د ـ مثل ـ ا ـ ونخرج عليه عمود د ه ـ مثل ـ ب ـ ونصل ـ ه ج ـ ونخرج ـ ج د ـ ه د ـ لا الى احد ونخرج من ـ ه ـ عمودا على ـ ه ج ـ الى ان يلقى ـ ج د ـ على ـ و ـ ونخرج من ـ ج خطا موازيا ـ له و ـ الى ان يلقى ـ ه د ـ على ـ م ـ وهو ـ م ج ـ ونخرجه الى ان يصير ـ م ص ـ مثل ـ ه و ـ ويتوهم ان خط ـ و ه ـ يتحرك من ناحية نقطة ـ و ـ الى ناحية نقطة ـ د ـ ويكون طرفه الذى عند ـ و ـ غير مفارق فى حركته لخط ـ و د ـ ويكون الخط فى حركته لا يزال يمر على نقطة ـ ه ـ من خط ـ ج ه ـ كيما اذا تحرك خط ـ و ه ـ كما وصفنا فحيث كان طرفه من خط ـ و د ـ فان كان خط ـ و ه ـ فى تلك الحال يمتد على استقامة ما بين نقطة طرفه وبين نقطة ـ ه ـ من خط ـ ه ج ـ ثم نرسم على الممدود على استقامة خط ـ ه د ك ـ ونتوهم ان خط ـ م ص ـ يتحرك من ناحية نقطة ـ م ـ الى

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ .

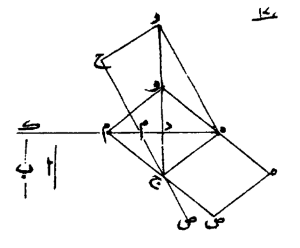
ناحية نقطة ـ ك ـ ويكون طرفه الذى عنـد ـ م ـ غير مفارق فى حركته لخط م ك ـ ويكون خط ـ م ص ـ فى حركته لا يزال مارا على نقطة ـ ج ـ من خط ـ ه ج ـ كما وصفنا من حركة خط ـ وه ـ و نتوهم ان خطى ـ و ه ـ م ص ـ فى حركتهما متوازيان ونتوهم ان على طرف خط ـ و ه ـ على نقطة ه ـ خطا قائما على خط ـ وه ـ على زاوية قائمة مثبتا معه فى حركته ولا نجعل لهذا الخط غاية محدودة ليكون هـذا الخط لا يزال يقطع خط ـ م ص ـ عند تحرك خطى ـ و ه ـ م ص ـ فاذا تحرك خطا ـ و ه ـ م ص ـ وكانا فى حركتهما متوازيين ولزم طرفاهما خطى ـ ود ـ م ك ـ كما وصفنا فلا محالة ان الخط القائم على خط ـ و ه ـ على زاوية قائمة الذى يتحرك معه ويقطع خط م ص ـ سينتهى الى نقطة ـ ص ـ فاذا انتهى الخط القائم على ـ وه ـ الى ـ ص اثبتنا هناك خطى ـ وه ـ م ص ـ وخططنا خطى ـ ه ص ـ و م ـ ومعلوم ان خط ـ ه ص ـ يقوم من كل واحد من خطى ـ وه ـ م ص ـ على زاوية قائمة لانه هو الخط الذى جعلناه يقوم من خط ـ وه ـ على زاوية قائمة ويتحرك معه ـ حتى ينتهى الى نقطة ـ ص ـ .

فاقول ان خطى ـ د م ـ د و ـ بين مقدارى ـ ج د ـ د ه ـ نسبة ج د ـ الى ـ د م ـ كنسبـة ـ د م ـ الى ـ د و ـ وكنسبة ـ د و ـ الى د ه ـ .

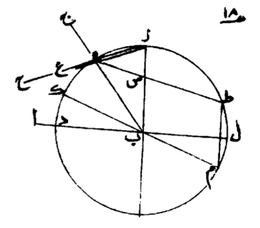
برهانه ان خطى ـ وه ـ م ص ـ متوازيان متساويان وزاويتى وه ص ـ م ص ه ـ قائمتان لخط ـ و م ـ مساو لخط ـ ه ص ـ وكل واحدة من زاويتى ـ ه و م ـ ص م و ـ قائمة ولكن ـ م د ـ عمود على خط ـ و ج وخط ـ ود ـ عمود على خط ـ ه م ـ فنسبة خط ـ ج د ـ الى ـ د م ـ كنسبة د م ـ الى ـ د و ـ وكنسبة ـ د و ـ الى ـ د ه ـ ولكن خط ـ ج د ـ مثل ا ـ وخط ـ د ه ـ مثل ـ ب ـ فخطا ـ د م ـ د و ـ وقعا بين ـ ا ب ـ وتوالت

(١) الشكل السابع عشر ١٧ ـ .

على



معرفة مساحة الاشكال ص٢٢



معرفة مساحة الاشكال ص ٢٣

الشكل ١٨ في ص ٢٥ و١٩ في ص ٢٧ طبع زايدا سهواً

على نسبة وذلك ما اردناه (١) .

ولكى يكون وجود ذلك بالفعل سهلا نجعل مكان خط ــ ه و ــ القائم علـى ــ ه ج ــ مسطرة ونجعل مكان ــ ه ج ــ مسطرة اخرى ينتظمها مع مسطرة ــ ه و ــ قطب عند نقطة ــ ه ــ مثبت فى موضعه ومسطرة ــ ه و ــ يدور عليه ونخرج خط ــ ج م ــ القائم على ــ ه ج ــ على زاوية قائمة الى نقطة ــ ه ونجعل ــ ج ح ــ مثل ــ ه د ــ ونصير مكان خط ــ ج ح ــ مسطرة ينتظمها مع مسطرة ــ ه ج ــ قطب عند نقطة ــ ج ــ مثبت فى موضعه ومسطرة ــ ح ج ــ يدور عليه كما تكون مسطرة ــ ه ج ــ ثابتة لا تتحرك فمسطرتا ــ ه و ــ ج ح ــ يدوران على قطبى ــ ه ــ ج ــ ونمد مسطرة فيما بين نقطتى ــ و ــ ح ينتظمها مع مسطرة ــ و ــ ه ــ قطب عند نقطة ــ و ــ ومع مسطرة ــ ج ح ــ قطب عندنقطة ــ ح ــ ويكون هذان القطبان مرسلين غير مثبتين كما تدور المساطر الثلاث اعنى مساطر ــ ه و ــ و ح ــ ح ج ــ على مسطرة ــ ه ج ــ المثبتة على نقطتى ه ــ ج ــ ونجعل فى ظهر مسطرة ــ ه و ــ شظية دقيقـة تجرى عـلى ظهرهـا فى مجرى ونجعل وسط هذه الشظية موضوعا على خط ــ و ه ــ ونجعل طولها مثل طول مسطرة ــ ه و ــ ونجعل فى طرف هذه الشظية الذى عند ــ و ــ قطبا يكون مركزه نقطة ــ و ــ ونقيم عن جنبتى ــ و د ــ سطحين يكون فضلا هما المشتركان مع فضـل سطح ــ ه ح ــ موازيين لخط ــ و د ــ ونجعل هذين السطحين مماسين للقطب الذى فى هذه الشظية ليكون اذا اديرت اضلاع مربع ــ ه ح ــ الثلاثة على ضلع ــ ه و ــ الثـابت بقى هذا القطب بين هذين السطحين وبقى مركز القطب لازما لخط ــ و د ــ ونخرج طرف الشظية عن نقطة ــ ه ــ متباعدا عنها على استقامة الخط الذى فيما بين مركز القطب وبين نقطة ه ــ ونجعل فى ظهر مسطرة ــ ج ح ــ شظية اخرى ونجرى على ظهرها ونجعل ابتداء هذه الشظية من عند نقطة ــ م ــ ومنتهاها عند نقطة ــ ص ــ كيما يكون طول هذه الشظية مثل طول الشظية المركبة على مسطرة ــ ه و ــ ونجعل فى

(١) الشكل الثامن عشر ــ ١٨

طرف هذه الشظية الذى عند ـ م ـ قطبا ونحتال فيه الحيلة التى وصفنا ليكون اذا ادير ت اضلاع مربع ـ ه ح ـ الثلاثة على ضلع ـ ه ج ـ الثابت تحرك مركز هذا القطب على خط ـ م ك ـ ودنا طرف هذه الشظية من نقطة ـ ك ثم نثبت فى الشظية المركبة على مسطرة ـ ه و ـ فى طرفها الذى عند نقطة ـ ه ـ شظية اخرى على زاوية قائمة منها يتحرك معهـا ونجعل هذه الشظيـة تنتهى الى الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ وتقطعها كيما اذا اديرت اضلاع مربع ـ ه ح ـ الثلاثة عـلى ضلع ـ ه وج ـ الثـابت دائما وجب ان تكون هذه الشظية الوسطى بين الشظيتين لا محالة تقطع الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ عند طرفها .

وبالبرهان الذى قد منا فى الخطوط فى هذا الشكل يعلم ان المساطر والشظايا التى تجرى عليها اذا اثبت فى هذا الموضع الذى انتهت فيه الشظية الوسطى الى طرف الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ فقد تم ما اردنا ان نعمل .

(يح) لنا ان نقسم بهذه الحيلة اى زاوية شئنا بثلاثة اقسام متساوية فلتكن الزاوية ـ ا ب ج ـ وليكن اولا اقل من قائمة ونأخذ من خطى ـ ب ا ـ ب ج مقدارى ـ ب د ـ ب ه ـ متساويين ونرسم على مركز ـ ه ـ وببعد هما ـ د ه ل ـ ونخرج ـ د ب ـ الى ـ ل ـ ونقيم ـ ب ز ـ عمودا على ـ ل د ـ ونصل ه ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ لا الى غاية ونفصل من ـ ز ح ز ع ـ مثل نصف قطر الدائرة فاذا توهمنا ان ـ ز ح ـ يتحرك الى ناحية نقطة ـ ل ـ ونقطة ـ ز ـ لازمة للمحيط فى حركتهـا وخط ـ ز ه ح ـ فى حركته لا يزال ـ يمر عـلى نقطة ـ ه ـ من دائرة ـ د ه ل ـ وتوهمنا نقطة ـ ز ـ لا يزال يتحرك حتى تصير نقطة ـ ع ـ على خط ـ ب ز ـ وجب حينئذ ان تكون القوس التى بين الموضع الذى انتهت اليه نقطة ـ ز ـ وبين نقطة ـ ل ـ هى ثلث قوس ـ د ه و الزاوية التى يوترها هذه القوس ثلث زاوية ـ د ب ه ـ

برهانه ليكن الموضع الذى انتهت اليه ـ ز ـ نقطة ـ ط ـ ونخرج ـ

ط ه ـ يقطع ـ ب ز ـ على ـ س ـ فخط ـ ط س ـ مساو لنصف قطر الدائرة لكونه مساويا ـ لزع ـ ونخرج من المركز قطرا يوازى ـ ط ه ـ وهو ـ م ب ك ـ ونخرج ـ م ط ـ فط س ـ مساويا وموازيا ـ لم ب ـ و ـ م ط ـ موازيا ومساويا ـ اب س ـ و ـ ب س ـ عمود على ـ ل د ـ فم ط ـ عمود على ـ ل د ـ ولذلك يكون منصفا بالقطر ويكون ـ م ل ـ مثل ـ ل ط ـ و ـ د ك ـ مثل ـ م ل ـ و ـ م ط ـ مساو ـ لط ه ـ فدك ـ مثل نصف ـ ك ه ـ وثلث ـ د ه ـ وزاوية ـ ك ب د ـ ثلث زاوية ـ ا ب ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

ويحرك بالحيلة المذكورة ـ ز ح ـ على ان يتحرك ـ ز ـ على المحيط لايفارقه ولا يزال يمر خط ـ ز ح ـ فى حركته على نقطة ـ ه ـ حتى تقع نقطة ع ـ على خط ـ ب ز ـ ويتم المطلوب وان كانت الزاوية منفرجة نصفناها وثلثنا النصف فيكون ثلثاه ثلث المنفرجة .

ينبغى لنا ان نصف بعد ذلك تقريب ضلع المكعب لينطبق به عند الحاجة ونعمل فى ذلك بالوجه الذى لا تقريب ابلغ منه .

اعنى اذا اردنا ان تكون بينه وبين الحقيقة مثلا اقل من دقيقة او من ثانية قدرنا عليه والعمل فيه ان صير المكعب الى اجزائها ثوالث او سوادس اوتواسع اوغير ذلك ثم نطلب مكعبا مساويا لذلك العدد ان كان والا طلبنا اقرب مكعب اليه واذا وجدناه حفظنا ضلعه فان كانت الاجزاء ثوالث فهو دقائق وان كانت سوادس فهو ثوانى وعلى هذا القياس امر المسائل .

وكل ما وصفنا فى كتابنا فانه من عملنا الا معرفة المحيط من القطر فانه من عمل ارشميدس والا معرفة وضع مقدارين بين مقدارين لتتوالى على نسبة واحدة فانه من عمل مانالاوس كما مر ذكره والحمد لله وحده .

---

(١) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ .

تم الكتاب ـ وفرغ المصنف رحمه الله منه فى ـ ز ب يز ح ـ خنج والناسخ من نسخه يوم الاحد الخامس من شوال السنة المذكورة فى مدينة تبريز حامدا ومصليا وهو مقبول بن اصيل الرومى الفيرشهرى(١) .

(٢) برهان آخر على الشكل السابع من كتاب بنى موسى وهو الطريق العام لمساحة المثلثات اظنه للخازن وهو هذا

كل مثلث اذا ضرب نصف مجموع اضلاعه فى فضله على احدها ثم فى فضله على الضلع الثانى ثم فى فضله على الضلع الثالث ويؤخذ جذر المبلغ فيكون تكسير المثلث .

برهانه ليكن المثلث ـ اب ح ـ ونعمل فيه دائرة ـ ده ز ـ على مركز ـ ح ـ ونصل بين المركز وبين نقط التماس بخطوط ـ ح د ـ ح ه ـ ح ز ـ فتكون اعمدة على الاضلاع متساوية ويكون ـ ح ه ـ ج ز ـ متساويين وكذلك ب د ـ ب ه ـ وكذلك ـ اد ـ ا ز ـ ونخرج ـ ج ب ـ ونجعل ـ ب د ا ـ مثل ـ د ـ فخط ـ ج ط ـ مثل نصف الاضلاع و ـ ط ب ـ فضله على ضلع ـ ب ج د ـ و ـ ب ه ـ فضله على ضلع ـ ا ج ـ و ـ ه ج ـ فضله على ضلع ـ ا ب .

وحاصل الدعوى ان سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ فى ـ ب ه ـ فى ـ ه ج ـ مساو لمربع تكسير المثلث الذى هو سطح ـ ح ه ـ فى ـ ط ج ـ فنخرج من ـ ب ـ عمود ـ ب ل ـ على ـ ج ب ـ ومن ـ ح ـ عمود ـ ح د ـ على ـ ج ح ـ ونخرجهما الى ان يتلاقيا على ـ ل ـ نصل ـ ج ل ـ ولكون زاويتى ـ ج ح ل ـ ج ز ل ـ قائمتين يقع ذوا ربعة اضلاع ـ ج ح ـ ب ل ـ فى دائرة يكون قطرها ـ ج ل ـ وتكون لذلك زاويتا ـ ج ح ب ـ ج ل ب ـ المتقابلتين كقائمتين ولكن زاوية ـ ج ح ب

(١) كذا فى ـ ر و ف ـ صف ـ والكاتب من نسخه ـ ز ب ـ ذى القعدة سنة ذ ـ لط ( ) من هنا الى آخره من ـ ر ـ وليس فى ـ صف .

مع زاوية ـ ا ح د ـ كقائمتين لأنهما نصفا الزوايا الستة المحيطة بنقطة ـ ح ـ التي هي كاربع قوائم فتكون لذلك زاوية ـ ا ح د ـ مساوية لزاوية ج ل ب ـ وكانت زاويتا ـ ج ب ل ـ ج د ا ـ قائمتين فمثلث ـ ج ب ل ـ تشبه مثلث ـ ح د ا ـ فنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ا د ـ اعني ـ ب ط ـ كنسبة ـ ب ل ـ الى ـ د ح ـ اعني ـ ج ح ـ كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ د ه ـ واذا ركبنا كانت نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط ب ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ط ـ واذا صيرنا ـ ج ط ـ ارتفاعا مشتركا للاولين و ـ ه ج ـ ارتفاعا مشتركا للاخيرين كانت نسبة مربع ـ ج ط ـ الى ـ ج ط ـ في ـ ط ب كنسبة ـ ب ه ـ في ـ ه ج ـ الى ـ ه ك ـ في ـ ه ج ـ اعني مربع ـ ه ح وضرب مربع ـ ج ط ـ الاول في مربع ـ ه ح ـ الرابع كضرب ـ ج ط في ـ ط ب ـ في ـ ب ه ـ في ـ ه ج ـ ولأن نسبة مربع ـ ج ط ـ الى ضرب ـ ج ط ـ في ـ ه ح ـ الى ـ ه ح ـ لكون ضرب ـ ج ط ـ في ـ ه ح ا ـ مفرطا في النسبة بين مربعي ـ ج ط ـ ه ح ـ ويكون لذلك ضرب مربع ـ ج ط ـ في مربع ـ ه ح ـ المساوي لضرب ـ ج ط ـ في ـ ط ب ـ في ـ ب ه ـ في ـ ه ج ـ مساويا لضرب مربع ـ ج ط ـ في ـ ه ح ـ الذي هو التكسير وذلك ما اردناه (١) .

(تمت الرسالة بعون الله وحسن توفيقه)

فالحمد لله تعالى اولا وآخرا والصلوة

على رسوله ظاهرا وباطنا وآله

الاطهار واصحابه الاخيار

---

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ .

كتاب المفروضات

لثابت بن قرة

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لا زالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب المفروضات

لثابت بن قرة الحرانى الصابى

وهى ستة وثلاثون شكلا وفى بعض النسخ اربعة وثلاثون شكلا على الترتيب المثبت بالارقام السود على الحاشية ولم يكن فيه شكل ـ د ـ ولا شكل ـ كج .

(١) نريد ان مثلث زاوية ـ ا ب ج ـ القائمه فلنعمل على ـ ب ج ـ مثلث ـ د ب ج ـ متساوى الاضلاع وننصف زاوية ـ د ب ج ـ بخط ب ه ـ فقد عملنا وذلك ان كل واحدة من زوايا ـ ا ب د ـ د ب ه ـ ه ب ج ـ ثلث قائمة وذلك ما اردناه (١) .

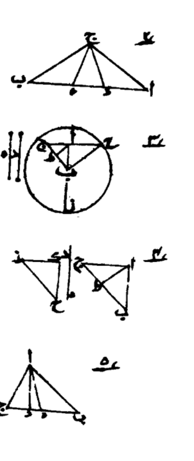
(ب) نريدان نقسم خط ـ ا ب ـ ثلاثة اقسام على ان يكون مربعا الطرفين متساوين لمربع الوسط فنعمل كل واحد من زاويتى ـ ب ا ج ـ ا ب ج ربع قائمة(ونخرجهما الى ان يلقيا على ـ ج ـ وكل واحدة من زاويتى ـ ا ج د ب ج ه ـ ايضا ربع قائمة وتم بذلك ما اردناه.

وذلك لانه لما كانت زاويتا ـ ا ب ز ـ ربعى قائمة ـ ٢) بقيت زاوية

(١) الشكل الواحد ـ ١ ـ (٢) بين القوسين سقط من صف .

عط

د ا
ه
ج ب


ج
ب ه د ا
ا
ج د ه ب

اج ب ـ قائمـة ونصف وتذهب منها زاوية ـ ا ج د ـ ب ج ه ـ ربعين فتبقى زاوية ـ دج ه ـ قائمة ومربعا ـ د ج ـ ج ه ـ كربع ـ د ه ـ ولكن دا ـ د ج ـ متساويان لتساوى زاويتى ـ دا ج ـ د ج ا ـ وكذلك ـ ه ج ـ ه ب ـ فاذا مربعا ـ ا د ـ ه ب ـ مساويان لمـربع ـ د ه ـ وذلك ما اردناه (١).

(ج) نريد ان نخرج من زاوية ـ ا ـ من مثلث ـ ب ا ج ـ خطا يقسم ب ج ـ بقسمين تكون نسبته الى احد القسمين مثلا الى الذى يلى ـ ج ـ كنسبة د ـ الى ـ ه ـ فنجعل نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ج ـ كنسبـة ـ د ـ الى ـ ه وندير على مركز ـ ب ـ وبعد من ـ ب ز ـ دائرة ـ ز ح ـ ونخرج ـ ج ا اليها فيلقاها على ـ ح ـ ونصل ـ ب ح ـ ونخرج ـ ا ط ـ موازيا ـ لب ح فقد عملنا وذلك لان نسبة ـ ب ز ـ اعنى ـ ب ح ـ الى ـ ب ج ـ التى هى كنسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ هى كنسبـة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ وذلك ما اردناه (٢).

(د) وبوجه آخر ولتكن النسبة كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ز ح ـ ونعمل على ز ـ زاوية مثل زاوية ـ ج د ـ (٣).

(ه) ليكن فى مثلث ـ ا ب ج ـ قاعدة ـ ب ج ـ اطول من ضلع ـ ا ج ونريد ان نخرج من ـ ا ـ خط ـ ا د ـ الى ـ ب ج ـ على ان يكون ـ ا د د ج ـ معا مثل ـ ب د ـ فلننصف ـ ب ج ـ على ـ ه ـ ونصل ـ ا ه ـ ونخرج فى مثلث ـ ا ه ج ـ ا د ـ على ان يكون ضعف ـ د ه ـ على الوجه المبين فى الشكل المقدم ونفصـل ـ ه ز ـ مثل ـ ه د ـ فيبقى ـ ب ز ـ مثل ـ د ج ـ ويكون ـ ا د ـ ز د ـ متساويين لكون كل واحد منهما ضعف ـ ه د ـ فاذا يكون جميع ـ ا د ـ د ج ـ مساويا ـ ا ب د ـ وذلك ما اردناه (٤).

(و) نريد ان نخرج فى مثلث ـ ا ب ج ـ من زاوية ـ ا ـ خط ـ ا د

(١) الشكل الثـانى ـ ٢ ـ (٢) الشكل الثالث ـ ٣ ـ (٣) الشكل الرابع ـ ٤

(٤) الشكل الخامس ـ ٥ ـ.

الى ـ ب ج ـ على ان يكون ـ ا د ـ د ج ـ معا مثل ـ د ب ـ ب ا ـ معا فلنخرج ـ ج ب ـ ونجعل ـ ب ه ـ مثل ـ ب ا ـ ونصل ـ ا ه ـ فيصير فى مثلث ـ ا ه ج ـ قاعدة ـ ه ج ـ اطول من ضلع ـ ا ج ـ ونخرج من ـ ا خط ـ ا د ـ على ان يكون ـ ا د ـ د ج ـ معا مثل ـ د ه ـ بالوجه المبين فى الشكل المتقدم فيكون اذا ـ ا د ـ د ج ـ مساويا ـ لد ب ـ ب ا ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ز) مثلث ـ ا ب ج ـ اخرج ضلع ـ ب ج ـ منه الى نقطة ما وهى ـ د ونريد ان نخرج من ـ د ـ خطا الى ـ ا ب ـ يحيط مع ـ د ب ـ ومع القسم الذى يلى ـ ب ـ من ـ ا ب ـ بمثلث مساو لمثلث ـ ا ب ج ـ فليضف الى ـ ب د فى جهة ـ ا ـ سطحا متوازى الاضلاع مساويا لضعف مثلث ـ ا ب ج وزاويته مساوية لزاوية ـ ب ـ وليكن ذلك سطح ـ ب د ه ز ـ ونصل ـ د ز فهو المطلوب لأن مثلث ـ د ز ب ـ يساوى مثلث ـ ا ب ج ـ لكون السطح مساويا لضعف كل واحد منهما وذلك ما اردناه (٢) .

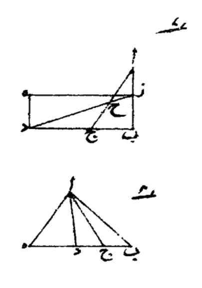
(ح) نريد ان نخرج من نقطة ـ ا ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ خطى ـ ا د ـ د ج ـ على ان يكونا مساويين لخطى ـ ا ج ـ ج ب ـ فيكون ـ ج د ـ على استقامة ـ ج ب ـ فلنخرج ـ ب ج ـ ونجعل ـ ج ه ـ مثل ـ ا ج ـ ج ب ونصل ـ ا ه ـ ونعمل على ـ ا ـ منه زاوية مثل زاوية ـ ه ـ وهى زاوية ـ ه ا د ـ فيكون لذلك ـ د ا ـ مساويا ـ لد ه ـ لجميع ـ ا د ـ د ج ـ مساو لجميع ا ج ـ ج ب ـ وذلك ما اردناه (٣) .

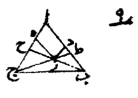
(ط) نريد ان نخرج فى مثلث ـ ا ب ج ـ خطين ينصف احدهما الآخر وتفصل الآخر منه ثلاثة مثلا فلننصف ـ ا ب ـ على ـ د ـ وتفصل ـ ا ه ـ ثلث ـ ا ج ـ ونخرج ـ د ز ـ موازيا ـ لا ج ـ و ـ ه ز ـ موازيا ـ لا ب وليلتقيا على ـ ز ـ ونصل ـ ب ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ و ـ د ج ـ ونخرجه الى

---

(١) الشكل السادس ـ ٦ ـ (٢) الشكل السابع ـ ٧ ـ (٣) الشكل الثامن ـ ٨ ـ


ا
ج د ب ه


ا
ز
ه
ح
د
ج ب
ا
ه د ج ب



ش ١٠

ط بب – فهما ما اردناه .

وذلك لأن فى مثلث – ب ا ح – نسبة – ب ح – الى – ز ح – كنسبة – ه ب ا – الى – د ا – وفى مثلث – ج ا ط – نسبة – ج ط – الى – ط ز كنسبة – ج ا – الى – ا ه – فاذا قد نصف – ب ح – لج ط – و فصل من ج ط – ط ز – يليه – بب ح – وكذلك فى سائر النسب وذلك ما اردناه (١) .

(ى) نفرض مثلث – ا ب ج – ونخرج فيه – ا د – كيف كان ونريدان نخرج فيه خطا مثل خط – ى ط ك – على ان يكون – ى ط – مثل خط – ه – مثلا و – ط ك – مثل خط – و – فلنخرج – ب ح – على ان تكون نسبة – ب ز – الى – ز ح – مثل نسبة – ه – الى – و – وذلك بان نقسم – ب ا – على تلك النسبة ونخرج من موضع القسمة خطا موازيا – لج ا – وليقع على نقطة – ز – من خط – ا د – ونصل – ب ز – ونخرجه الى – ح – فتكون نسبة – ب ز – الى – ز ح – كنسبة – ه – الى – و – فان كان – ب ح – اطول من – ه و – جميعا كانت المسئله ممكنة والا فلا .

ثم لنجعل – ب ز – الى – ه – كنسبة – ز ا – الى – اط – ونخرج من – ط – خطا موازيا – لب ح – وهو – ى ط ك – فهو المراد وذلك لأن نسبة – ب ز – الى – ى ط – كنسبة – ز ا – الى – ا ط – وكانت نسبة – ب ز – الى – ز ح – كنسبة – ى ط – الى – ط ك – وكنسبة – ه – الى – و – و – ى ط – مثل – ه – و – ط ك – مثل – و – وذلك ما اردناه (٢) .

(يا) لنخرج فى دائرة – ا ب ج – وترما – كا ج – ونريدان نخرج فى قوس – ا د ج – خطى – ا د – د ج – على نسبة خطى – ه ز – ح ط – فنعمل على – ه – من – ه ز – زاوية مثل الزاوية التى تقع فى قطعة – ا ج د – ونفصل ه ك – مثل – ه ط – ونصل – ز ك – ونعمل على – ا – من خط – ا ج – زاوية – ج ا ط – مثل زاوية – ك ز ه – وعلى – ج – منه زاوية – ا ج د –

(١) الشكل التاسع – ٩ و (٢) الشكل العاشر – ١٠ .

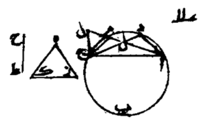
مثل زاوية ـ ز ك ه ـ فيجب ان يتلاقى الخطان على مثل ـ د ـ من المحيط والا فليتلاقيا على مثل ـ ل ـ اما خارجا واما داخلا ولنقطع ـ ا ل ـ المحيط على ـ م ـ ونصل ـ ج ل ـ ج م ـ فمثلثا ـ ا ل ج ـ ز ه ك ـ متشابهان وزاوية ال ج ـ مثل زاوية ـ ه ـ اعنى زاوية ـ ا م ج ـ فزاويتا ـ ا ل ج ـ ا م ج ـ الداخلة والخارجة متساويتان هذا خلف وعند تلاقيهما على ـ ه ـ اعنى المحيط وكون المثلثين متشابهين يجب ان تكون نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ه ك ـ اعنى نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ح ط ـ وذلك ما اردناه (١) .

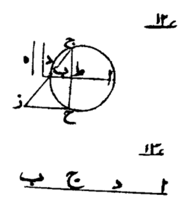
(يب) قطر ـ ا ب ـ فى دائرة ـ ا ب ج ـ ونقطة ـ ج ـ على محيطها مفروضان ونريد ان نخرج من نقطة ـ ج ـ وترا يقطعه القطر على نسبة ـ د ه ـ فلنصل ـ ج ب ـ ونخرجه ونجعل نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة د ـ الى ـ ه ـ ونخرج من ـ ز ـ خطا يوازى ـ ب ا ـ فان لم تلق الدائرة كانت المسئلة غير ممكنة واذ لقيها فليلقها على ـ ح ـ ونصل ـ ج ح ـ وهو المطلوب وليقطع ـ ا ب ـ ج ح ـ على ـ ط ـ فلان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ تكون نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط ح ـ ايضا كذلك وذلك ما اردناه (٢) .

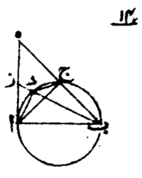
(يج) خط ـ ا ب ـ قسم على ـ ج ـ وفصل من ـ ا ج ـ الاطول مثل ب ج ـ الاقصر وهو ـ ج د ـ ففصل ـ ا د ـ نقول فسطح ـ ا ب ـ فى ـ ا د ـ يساوى مربع ـ ا د ـ وسطح ـ ا د ـ فى ـ د ج ـ مرتين وذلك لان سطح ـ ا ب ـ فى ـ اد ـ تساوى سطوح اقسام ـ ا د ـ د ج ـ ج ب ـ فى ـ اد ـ وهى مربع ـ اد ـ وسطح ـ اد ـ فى ـ د ج ـ مرتين وذلك ما اردناه (٣) .

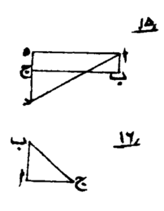
اقول وقد تبين من ذلك انه اذا قسم خط كخط ـ ا ب ـ مثلا على ـ ج كان الفصل بين مربع القسمين مساويا لسطح جميع الخط فى الفصل بين القسمين وانه اذا كان اثنان من هذه الثلاثة معلومين كان الآخر ايضا معلوما .

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ (٢) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ (٣) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ .


ع١١


ع١٢
ج
د
ه
ط
ب
ا
ز
ح
ع١٣
ا
د
ج
ب





المفروضات ص٧

(يد) قطر ـ اب ـ فى دائرة ـ اب ج ـ ووتر ـ ج د ـ مفروضان واخرج من ا ـ خط ـ اه ـ مماسا للدائرة واخرج خطا ـ ب ج ـ ب د ـ الى تقطعى ه ـ ز ـ تقول فمثلثا ـ ب ج د ـ ب ز ه ـ متشابهان فلنصل ـ دا ـ فلكون كل واحدة من زاويتى ـ ب اد ـ د ج ه ـ مع زاوية ـ ب ج د ـ كقائمتين تكون زاوية ـ ب اد ـ مساوية لزاوية ـ د ج ه ـ ولكون زاوية ـ ب فى مثلثى ـ اب د ـ ز ب ا ـ مشتركة وزاويتى ـ ب ا ز ـ ب د ا ـ قائمتين تبقى زاوية ـ ب اد ـ مساوية لزاوية ـ ب ز ا ـ فزاوية ـ ب ز ا ـ مساوية لزاوية ـ د ج ه ـ وتبقى زاوية ـ ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ب ز ه ـ وتصير فى مثلثى ـ ب ج د ـ ب ز ه ـ زاويتا ـ ب ج د ـ ب ز ه ـ مساويتين وزاويتا ـ ب ـ واحدة فاذا المثلثان متشابهان (١).

وبوجه آخر نصل ـ ا ج ـ فلأن فى مثلثى ـ اب ج ـ ه ب ا ـ زاوية ـ ب ـ مشتركة وزاويتى ـ ا ج ب ـ ه اب ـ قائمتان تبقى زاوية ـ ب ا ج ـ مثل زاوية ـ ب ه ا ـ ولكن زاوية ـ ب ا ج ـ مثل زاوية ب د ج ـ فاذا فى مثلثى ـ ب د ج ـ ب ه ز ـ زاويتا ـ د ـ ه ـ متساويتان وزاوية ـ ب ـ مشتركة فهما متشابهان وذلك ما اردناه.

(يه) خطا ـ اب ـ ج د ـ عمودان خرجا من طرفى خط ـ ب ج ـ فى الجهتين وجميعها معلوم ووصل ـ اد ـ فهو ايضا معلوم ولنخرج ـ اه ـ موازيا ـ لب ج ـ و ـ ج د ـ الى ان يلقاه على ـ ه ـ و ـ ه ج ـ اعنى اب ـ معلوم لجميع ـ ه د ـ معلوم و ـ اه ـ اعنى ـ ب ج ـ معلوم وزاوية ـ ه ـ قائمة ـ فا د ـ معلوم وذلك ما اردناه(٢).

(يو) مثلث ـ اب ج ـ قائم الزاوية متساوى الساقين فان كانت قاعدة ـ ب ج ـ معلومة فكل واحد من الساقين معلوم وبالعكس وذلك ما اردناه (٣).

---

(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ (٢) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ (٣) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ

(يز) مثلث ـ اب ج ـ زاوية ـ ا ـ منه قائمة وزاوية ـ ج ـ ثلث قائمة فان كان ضلع منه معلوما كانباقى الاضلاع معلوما فليكن اولا ـ ب ج ـ معلوما ونعمل على ـ ا ـ زاوية ـ ب ا د ـ ايضا ثلثى قائمة فتكون زاوية ـ ا د ب ـ ايضا ثلثى قائمة ويكون مثلث ـ ا ب د ـ متساوى الاضلاع وتبقى زاوية ـ ج ا د ثلث قائمة يكون ـ ب ـ ثلثى قائمة مثل زاوية ـ ج ـ ويكون ـ ا د ـ د ج ـ ايضا متساويين ـ فد ج ـ د ب ـ متساويان و ـ ا ب ـ لكونه مثل كل واحد منهما معلوم ـ فاج ـ معلوم ثم ليكن ـ ا ب ـ معلوما فيكون ـ ج ب ـ ضعفه ويصير منهما ـ ا ج ـ معلوما وايضا ليكن ـ ا ج ـ معلوما فلكون مربع ـ ب ج ـ اعنى اربعة امثال مربع ـ ا ب ـ مساويا لمربعى ـ ا ب ـ اج ـ يكون مربع ـ ا ج ـ المعلوم ثلاثة امثال مربع ـ ا ب ـ فا ب ـ معلوم وكذلك ـ ب ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

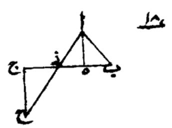
(يح) خط ـ ب ج ـ خرج من احد طرفيه ـ ب ا ـ على نصف قائمة ـ و ـ ج ح ـ من الطرف الآخر على قائمة والثلاثة معلومة ووصل ـ ا ح ـ فهو معلوم ولنخرج ـ ا ح ـ عمودا على ـ ب ج ـ فيكون مثلث ـ ا ب ه ـ قائم الزاوية متساوى الساقين ولذلك يكون ـ ب ه ـ معلوما ويبقى ـ ه ج ـ معلوما ـ و ـ د ا ه ـ ايضا يكون معلوما ـ فا ح ـ معلوم وايضا ان كانت خروج ـ ب ا ـ على ثلث قائمة او ثلثى قائمة يكون لمثل ما مر ـ ا ه ـ ه ج ـ معلومين ـ فا ح ـ معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(يط) ذو اربعة اضلاع ـ ا ب ـ ج د ـ اضلاعه وقطره الذى عليه ـ ا ج معلوم فقطره الآخر معلوم وانخرج من نقطتى ـ ب ـ د ـ عمودى ـ ب ه ـ د ز ـ على ـ ا ج ـ فلكون مثلث ـ ا ب ج ـ معلوم الاضلاع يكون عمود ب ه ـ مسقط حجر ـ ج ه ـ ا و ـ ه ا ـ معلومين ويكون مثلث ـ اج د ـ ايضا معلوم الاضلاع يكون عمود ـ د ز ـ وخط ـ ا ز ـ معلومين ويبقى من ـ ا ه ـ

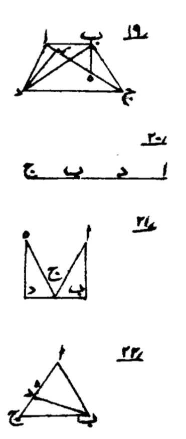
---

(١) الشكل السابع عشر ١٧ ـ (٢) الشكل الثامن عشر ١٨ ـ





المفروضات صح



المفروضات ص٩

المعلوم ـ ه ز ـ معلوما ولكون ـ ب ه ـ ه ز ـ ز د ـ جميعا معلومة يكون قطر ـ ب د ـ معلوما وذلك ما اردناه (١) .

(ك) خط ـ ا ب ـ معلوم وزيد فيه ـ ب ج ـ وكان سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ معلوما فكل واحد من ـ ا ج ـ و ـ ج ب ـ معلوم ولننصف ا ب ـ على ـ د ـ فلأن سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ ومربع ـ ب د ـ معلومين يكون مربع ـ د ج ـ بل ـ د ج ـ معلوما ـ و د ب ـ معلوم ـ فب ج ـ معلوم وكان ـ ا ب ـ معلوما ـ فا ج ـ ايضا معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(كا) ا ب ـ ه د ـ عمودان على ـ ب د ـ والثلاثة معلومة ـ و ا ج ـ ج ه ـ متساويان فهما ايضا معلومان فلأن مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ مثل مربعى ـ ه د ـ ج د ـ يكون الفضل بين مربعى ـ ه د ـ و ـ ا ب ـ المعلوم ـ كالفضل بين مربعى ـ ب ج ـ و ـ ج د ـ فهو معلوم وخط ـ ب د ـ المعلوم قسم على ـ ج ـ وكان فضل مربع احد القسمين على الآخر معلوما فكل واحد من ـ ب ج ـ ج د ـ معلوم فكل واحد من ـ ا ج ـ ج ه ـ معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(كب) مثلث ـ ا ب ج ـ متساوى الساقين وتكسيره معلوم وساقاه وهما ا ب ـ ا ج ـ معلومان فقاعدته معلومة ونخرج من ـ ب ـ عمود ـ ب د ـ وننصف (ا ج ـ ٤) على ـ ه ـ فلأن فى مثلث ـ ا ب ج ـ التكسير ونصف القاعدة معلومان يكون عمود ـ ب د ـ معلوما ـ و ب ا ـ معلوم ـ فد ا ـ معلوم ويبقى ـ د ج ـ معلوما ـ وكان ـ ب د ـ معلوما فاذا ـ ب ج ـ معلوم وذلك ما اردناه (٥) .

(كج) ساقا ـ ا ب ـ ا ج ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ متساويان وزاوية ـ ا ثلث قائمة والتكسير معلوم فالاضلاع معلومة ولنخرج عمود ـ ج د ـ على

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ (٢) الشكل العشرون ـ ٢٠ ـ (٣) الشكل الحادى والعشرون ـ ٢١ ـ (٤) من ر ـ (٥) الشكل الثانى والعشر ـ ٢٢ ـ

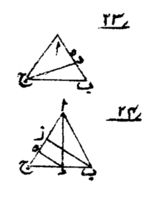
اب ـ وننصف ـ اب ـ على ـ ه ـ فج د ـ ف ـ ب ه ـ معلوم ـ و ـ ج د نصف ـ اج ـ فاج ـ ف ـ اب ـ اعنى مربع ـ اب ـ معلوم ـ فاب ـ معلوم ـ فاج ـ معلوم وضعفه ـ ج د ـ معلوم ـ فاد ـ معلوم ويبقى ـ دب معلوما ـ فج ب ـ معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(كد) مثلث ـ ادج ـ قائم الزاوية معلوم الاضلاع وقد عمل على ـ ا من خط ـ اج ـ زاوية ـ ج اب ـ مثل زاوية ـ اج د ـ واخرج ـ دج الى ان يلقى ـ اب ـ على ـ ب ـ فكل واحد من ـ د ب ـ اب ـ معلوم ولنخرج من ـ ب ـ عمود ـ ب ز ـ على ـ اج ـ فهو ينصف ـ اج ـ على ز ـ و ـ من ـ د ـ عمود ـ د ه ـ على ـ اج ـ فنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ج ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ وكل واحد من ـ زج ـ د ه ـ ه ج ـ معلوم فب ز ـ معلوم ـ و ـ زا ـ معلوم ـ فب ا ـ معلوم ـ و ـ ب ج ـ مثله و ـ ج د ـ معلوم ـ فب د ـ الباقى معلوم فكل واحد من ـ د ب ـ اب ـ معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(كه) مثلث ـ اب د ـ معلوم الاضلاع وعمل على ـ دا ـ زاوية ـ داج مثل زاوية ـ داب ـ واخرج ـ ب د ـ الى ان يلقى ـ اج ـ على ـ ج ـ فكل واحد من ـ ج ا ـ ج د ـ معلوم ـ ونخرج عمود ـ ب ز ـ على ـ اد ـ فلأن زاوية ـ ج اه ـ مساوية لمبادلتها وهى زاوية ـ اه ب ـ وكانت مساوية لزاوية ـ ه اب ـ فزاويتا ـ ب ه ا ـ ب اه ـ بل ضلعا ـ ب ا ـ ب ه ـ متساويان ومثلث ـ اب د ـ معلوم فعمود ـ ب د ـ ومسقط حجر از ـ معلومان ولكون ـ ب ه ـ ب ز ـ معلومين يكون ـ ز ه ـ ثم ـ د ه ـ معلوما فاضلاع مثلث ـ د ه ب ـ معلومة وهو شبيه لمثلث ـ اد ج ـ وضلع ـ اد ـ معلوم فضلعا ـ ج ا ـ ج د ـ الباقيان معلومان وذلك ما اردناه (٣) .

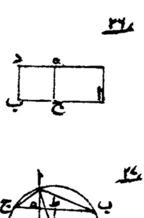
---

(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ ـ (٢) الشكل الرابع والعشرن ـ ٢٤ ـ
(٣) الشكل الخامس والعشرون ـ ٢٥ ـ . (كو)





المفروضات من ا



المفروضات ص ١١

(كو) خط ـ اب ـ قسم على ـ ج ـ وكان سطح ـ اج ـ فى ـ ج ب ـ ونسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب ـ معلومين فالقسمان معلومان والخط معلوم فلنعمل على ـ ج ب ـ مربع ـ ج د ـ ونتمم سطح ـ اه ـ فنسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب بل نسبة سطح ـ اه ـ الى مربع ـ ج د ـ معلومة وسطح ـ اج ـ فى ج ب ـ الذى هو سطح ـ اه ـ معلوم فمربع ـ ج د ـ بل خط ـ ج ب معلوم ولكون نسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب ـ وخط ـ ج ب ـ معلومين يكون اج ـ ايضا معلوما فجميع ـ اب ـ ايضا معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(كز) دائرة ـ اب ج ـ فيها مثلث ـ اب ج ـ معلوم الاضلاع فقطرها معلوم فنخرج عمود ـ اه ـ والى ـ د ـ من المحيط فعمود ـ اه ـ معلوم وكذلك مسقط الحجر وهو ـ ب ه او ـ ه ج ـ وسطح ـ ب ه ـ فى ـ ه ج ـ اعنى سطح ـ اه ـ فى ـ ه د ـ فه د ـ معلوم و ـ اد ـ معلوم وليكن المركز ـ ز ـ ويصل ـ زا وتخرج من ـ ز ـ عمودى ـ زح ـ زط ـ فما ينصفان وترى ـ اد ـ ب ج ـ فاح معلوم وايضا ـ ب ط ـ معلوم و ـ ب ه ـ معلوم ـ فط ه ـ اعنى ـ زح معلوم ولكون ـ زح ـ ح ا ـ معلومين وزاوية ـ زح ا ـ قائمة يكون نصف قطر ـ زا ـ معلوما فقطر الدائرة معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(كح) دائرة ـ اب ج د ـ فيها وترا ـ اب ـ ج د ـ متوازيان غير معلومين ويوصل بين اطرافهما ـ اج ـ ب د ـ فقسم احدهما وهو ـ اج ـ مثلا الآخر بقسمين معلومين وهما ـ ب ه ـ ه ز ـ واحدثا مثلثين معلومى التكسير فالوتران والقطر معلومة وذلك ان زاويتى ـ ب اج ـ ب د ج ـ متساويتان لكونهما على قوس ـ ب ج ـ ومبادلتا ـ ب اج ـ اج د ـ متساويتان فزاويتا ـ ه د ج ـ ه ج د ـ بل ضلعا ـ ه د ـ ه ج ـ مساويان وكذلك ضلعا ـ ه ا ـ ه ب فمثلث ـ ج ه د ـ متساوى الساقين وساقاه معلومان والتكسير معلوم فقاعدة ـ ج د معلومة وكذلك ـ اب ـ معلوم ونصل ـ اد ـ ونخرج عمود ـ اد ـ فمثلث ـ اه ب

(١) الشكل السادس والعشرون ـ ٢٦ م (٢) الشكل السابع والعشرون ـ ٢٧ ـ .

معلوم وعمود ه ـ معلوم وهو ـ ا ز ـ ومسقط حجره وهو ـ ه ز ـ معلوم وجميع ـ ا ب ـ معلوم ويبقى ـ ز د ـ معلوما ـفدا معلوم ولكون اضلاع مثلث ـ ا ب د ـ معلومة وهو في دائرة ـ ا ب ج د ـ فقطرها معلوم وقد صار الوتران ايضا قبله معلومين وذلك ما اردناه (١) .

(كط) دائرة ـ ب د ج ـ قطرها ـ ب ج ـ وهومعلوم واخرج ـ ب ا مماسا لها وهو معلوم ولتكن القطعة معلومة على ـ ب ج ـ وهي ـ ح ـ واخرج اح ـ فكل واحد من ـ اح ـ ا ط ـ ط ح ـ معلوم اما كون ـ اح ـ معلوما فلأن ا ب ـ ب ح ـ معلومان وزاوية ـ ب ـ قائمة واما كون ـ ا ط ـ ط ح ـ معلومين فليكن لبيانه ـ ه ـ المركز ونصل ـ ا ه ـ ويكون معلوما لكون ـ ا ب ـ ب ه ـ معلومين وزاوية ـ ب ـ قائمة ولكون ـ ب ه ـ ب ح معلومين يكون ـ ه ح ـ معلوما فمثلث ـ ا ه ح ـ معلوم الاضلاع ونخرج من ـ ه ـ عمود ـ ه ز ـ على ـ ا ح ـ فيقع خارجا لكون زاوية ـ اح ه ـ منفرجة ويكون معلوما و ـ ح ز ـ مسقط الحجر معلوما ونصل ـ ه ط ـ وهو نصف القطر فيكون معلوما ومن كون ـ ه ز ـ ه ط ـ معلومين يكون ـ ز ط ـ معلوما وكان ـ ز ح ـ معلوما يبقى ـ ح ط ـ معلوما وكان ـ ح ا ـ معلوما يبقى ـ ط ا ـ معلوما وذلك ما اردناه (٢) .

(ل) دائرة ـ ا ب ج ـ قطرها ـ ا ب ـ وليكن عليه نقطتا ـ ه د ـ و ـ د ه معلوما ولنخرج منهما عمودا ـ د ز ـ ه ح ـ فكانا معلومين نقول فالقطر معلوم وليكن المركز ـ ط ـ ونصل ـ ز ط ـ ط ح ـ فهما متساويان لكونهما نصفي قطرين ولكونهما متساويين ولكون كل واحد من ـ ز د ـ د ه ـ ه ح ـ معلوما يكونان معلومين فالقطر معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(لا) مثلث ـ ا ب ج ـ قائم الزاوية والقائمة ـ ب ـ وضلع ـ ب ج منه معلوم وضلعا ـ ا ب ـ ا ج ـ معا معلومان نقول فهما مفردان معلومان

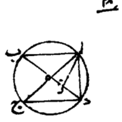
---

(١) الشكل الثامن والعشرون ـ ٢٨ (٢) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩

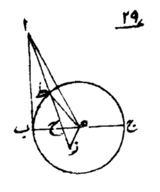
(٣) الشكل الثلاثون ـ ٣٠ ـ .

فلنرسم

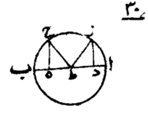
٢٨



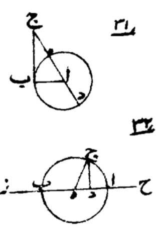
٢٩

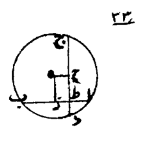


٣٠



المفروضات ص١٢


٣١
ج
ا
ب
د
٣٢
ج
ز
ب
ه
د
ا
ح


٣٣
ج
ح
ط
ب
ز
ا
د

فلنرسم على مركز ـ ا ـ وببعد ـ ا ب ـ دائرة ـ ب ه د ـ ونخرج ـ ج ا ـ الى ـ د ـ فج د ـ اعنى ـ ج ا ـ ا ب ـ معا معلوم وسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ه المساوى لمربع ـ ج ب ـ المعلوم معلوم ـ فج ه ـ معلوم ويبقى ـ د ه ـ معلوما ونصفه ـ ا ه ـ اعنى ـ ا ب ـ معلوم و ـ ا د ـ ايضا معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(لب) دائرة ـ ا ب ج ـ قطرها ـ ا ب ـ وليقم عمود ـ د ج ـ عليه وليكن ـ ا د ـ د ج ـ معا معلومين وكذلك ـ ب د ـ د ج ـ معا نقول فالقطر معلوم ونخرج ـ ا ب ـ من الجانبين ـ ونجعل كل واحد من ـ ب ز ـ ا ح ـ مثل ـ د ج ـ فيكون ـ ح د ـ د ز ـ معلومين وجميع ـ ح ز بل نصفه معلوما ـ ولننصفه على ـ ه ـ فهى المركز ويبقى ـ د ه ـ معلوما ولكون ـ ده ـ د ج ـ معلومين يكون ـ ج ه ـ نصف القطر معلوما فالقطر معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(لج) وترا ـ ا ب ـ ج د ـ فى دائرة ـ ا ب ج ـ المعلومة القطر تقاطعا عند ـ ط ـ على قوائم وكان ـ ا ب ـ معلوما ونسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط د ـ معلومة نقول ـ فج د ـ معلوم فليكن ـ ه ـ المركز ونخرج منه عمودى ه ز ـ ه ح ـ على الوترين فلكون ـ ا ز ـ ونصف القطر معلومين فلكون ـ ا ز ـ ونصف القطر معلومين يكون ـ ه ز ـ اعنى ـ ح ط ـ معلوما وكانت نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط د ـ معلومة فبالتركيب نسبة ـ ج د ـ الى ـ د ط معلومة ونسبة نصف ـ ج د ـ وهو ـ ح د ـ الى ـ د ط ـ معلومة وبالتفصيل نسبة ـ ح ط ـ الى ـ ط د ـ معلومة وكان ـ ح ط ـ معلوما ـ فط د ـ معلوم ونسبة ـ ج ط ـ اليه معلومة ـ فج ط ـ ايضا معلوم وجميع ـ ج د ـ معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(لد) دائرة ـ ا ب ج ـ قطرها ـ ا ب ـ وقد قام عليه عمود ـ ه ج وكان ـ ا ه ـ وفضل ـ ب ه ـ على ـ ج ه ـ معلومين نقول فالقطر معلوم

---

(١) الشكل الحادى والثلاثون ـ ٣١ (٢) الشكل الثانى والثلاثون ـ ٣٢
(٣) الشكل الثالث والثلاثون ـ ٣٣ .

فنفصل من ـ ه ب ـ ه ح ـ مثل ـ ه ج ـ يبقى ـ ب ح ـ وهو معلوم ونفصل من ـ ه ح ـ ه ز ـ مثل ـ ه ا ـ المعلوم فنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ح ـ كنسبة ـ ه ح ـ الى ـ ه ز ـ وبالتفصيل نسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ه ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ه ـ وب ح ـ فى ـ ه ز ـ المعلومين ـ كح ه ـ فى ـ ح ز ـ فه ح ـ فى ـ ح ز ـ معلوم وكان ـ ه ز ـ معلوما فكل واحد من ـ ه ح ـ ـ ح ز ـ معلوم وكان ـ ا ه ـ ح ب ـ معلومين بجميع ـ ا ب ـ القطر معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(له) وتر ـ ا ب ـ فى دائرة ـ ا ب ج د ـ المعلوم القطر معلوم وعمل على ـ ا ـ زاوية ـ ج ا ب ـ ثلثى قائمة واخرج ـ ب ج ـ فكل واحد من ـ ب ج ـ ج ا ـ معلوم وذلك لأنه لما كانت زاوية ـ ب ا ج ـ ثلثى قائمة يكون ـ ب ج ـ وترالثلث ولكون القطر معلوما يكون ـ ب ج ـ معلوما ونخرج عمود ـ ب ه ـ فلكون زاوية ـ ب ا ه ـ ثلثى قائمة يكون زواية ا ب ه ـ ثلث قائمة ـ و ـ ا ب ـ معلوم ـ فب ه ـ معلوم ـ و ـ اه ـ معلوم ولكون ب ج ـ ب ه ـ معلومين يكون ـ ج ه ـ معلوما وجميع ـ ا ج ـ معلوم فكل واحد من ـ ب ج ـ ج ا ـ معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(لو) وتر ـ ب د ـ فى دائرة ـ ا ب ج د ـ معلوم وليقطعه قطر ـ ا ج ـ عند ه ـ على قوائم وكان فضل ـ ا ه ـ على ـ ه ج ـ معلوما نقول فالقطر معلوم والقسمان معلومان فلنفصل من ـ ه ا ـ ه ز ـ مثل ـ ه ج ـ ولأن ـ اه ـ فى ه ج ـ اعنى ـ ا ه ـ فى ـ ه ز ـ مثل مربع ـ ب ه ـ المعلوم يكون ـ ا ه ـ فى ـ ه ز ـ معلوما وكان ـ ا ز ـ معلوما فكل واحد من ـ ا ه ـ ه ز ـ اعنى ـ ه ج ـ معلوم وجميع ـ ا ج ـ معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

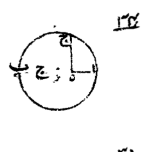
تم المفروضات ـ فرغ المصنف رحمه الله منه فى ـ ز د ح ـ ـ خنج ـ والكاتب نسخه يوم الاثنين والعشرين من الشهر المذكور حامدا ومصليا .

---

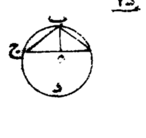
(١) الشكل الرابع والثلاثون ـ ٣٤ (٢) الشكل الخامس والثلاثون ـ ٣٥

(٣) الشكل السادس والثلاثون ـ ٣٦ .

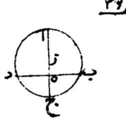
۳۴



۳۵



۳۶



كتاب ماخوذات

لارشميدس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسي المتوفى

في ذي الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ ه

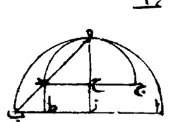
بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب ماخوذات ارشميدس

ترجمة ثابت بن قرة وتفسير الاستاذ المختص ابى الحسن على بن احمد النسوى ـ خمسة عشر شكلا .

قال الاستاذ المختص هذه مقالة منسوبة الى ارشميدس وفيها اشكال حسنة قليلة العدد كثيرة الفوائد فى اصول الهندسة فى غاية الجودة و اللطافة قد اضافها *المحدثون الى جملة المتوسطات التى يلزم قراءتها فيما بين كتاب اقليدس والمجسطى* الا ان فى بعض اشكاله مواضع تحتاج الى اشكال اخر يتم بها بيان ذلك الشكل وقد اشار فى بعض ذلك ارشميدس الى اشكال اوردها فى سائر مصنفاته وقال كما بينا فى الاشكال القائمة الزوايا وكما بينا فى تفسيرنا فى جملة القول فى المثلثات وكما قد تبين فى قولنا فى الاشكال ذوات الاضلاع الاربعة ـ واورد فى الشكل الخامس برهانا على طريق فيه نظر اخص ثم من بعد ذلك عمل ابو سهل القوهى مقالة سماها تزئين كتاب ارشميدس فى المأخوذات واورد برهان ذلك الشكل بطريق اعم واحسن مع ما يتعلق به من تركيب النسبة وتاليفها فلما وجدت الحالة على هذه جعلت للمواضع الغامضة من هذه المقالة شرحا على سبيل تعليق الحواشى وبينت ما اشار اليه باشكال اتجه اليها خاطرى واوردت من اشكال ابى سهل شكلين نحتاج اليهما فى الشكل الخامس وتركت الباقى احتنابا من التطويل واستغناء

ع۱



عنه وبالله التوفيق .

(ا) اذا تماس دائرتان كدائرتى ـ ا ب ه ـ ج ه د ـ على ـ ه ـ وكان قطراهما متوازيين كقطرى ـ ا ب ـ ج د ـ ووصل بين نقطتى ـ ب د ـ بين نقطتى ـ د ه ـ بخطى ـ ب د ـ د ه ـ كان ـ خط ـ ب ه ـ مستقيما فليكن المركزان ـ ح ز ـ ونصل ـ ح ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ ونخرج ـ د ط ـ موازيا ـ لح ز فلأن ط ز ـ مساولد ـ ح ـ المساوى ـ له ح ـ يكون ـ ز ط ـ ه ح ـ متساويين ويبقى من ـ ز ب ـ ه ز ـ المتساويين ـ ح ز ـ اعنى ـ د ط ـ و ـ ط ب ـ متساويين ويكون لذلك زاويتا ـ ط د ب ـ ط ب د ـ متساويتين وزاويتا ه ح د ـ ه ز ب ـ بل ـ زاويتى ـ ه ح د ـ د ط ب ـ ومتساويتان تبقى زاويتا ـ ح ه د ـ ح د ه ـ المتساويتين متساويتين لزاويتى ـ ط د ز ـ ط ب د ـ المتساويتين فزاوية ـ ه د ح ـ مساوية ـ لزاوية ـ د ب ز ـ ونأخذ زاوية ـ ح د ب ـ مشتركة فتكون زاويتا ـ ح د ب ـ ز ب د ـ المتساويتان لقائمتين مساويتين لزاويتى ـ ح د ب ـ ح د ه ـ فهما ايضا متساويتان لقائمتين فاذا خط ـ ه د ب ـ مستقيم وذلك ما اردناه (١) .

قال الاستاذ ويجوز ان يقال لما كانت زاويتا ـ ط د ب ـ ط ب د متساويتين وزاوية ـ د ط ب ـ قائمة تكون زاوية ـ ب د ط ـ نصف قائمة وكذلك زاوية ـ ه د ح ـ وزاوية ـ ح د ط ـ قائمة فالثلاث كقائمتين فخط ه د ب ـ مستقيم .

اقول وكذلك ان كانت الدائرتان متماستين من خارج .

(ب) ليكن ـ ا ب ج ـ نصف دائرة ـ و د ا ـ د ب ـ مماستين لها ـ وب ه عمودا على ـ ا ج ـ فاذا جعلنا ـ ج د ـ كان ـ ب ز ـ مساويا ـ لز ه ـ برهانه نصل ـ ج ب ـ ونخرجه على استقامة ونخرج ـ ا د الى ان يلقاه على ـ ح ونصل ـ ا ب ـ فلأن زاوية ـ ا ب ج ـ فى نصف دائرة فهى قائمة ويبقى ا ب ح ـ قائمة و ـ د ب ـ ه ا ـ متوازى الاضلاع قايم الزوايا ففى مثلث

---

(١) الشكل الواحد ـ ١ .

اب ج ـ القايم الزاوية نخرج عمود ـ ب د ـ من ـ ب ـ القائمة على القاعدة و ـ ب د ـ د ا ـ متساويان لكونهما مماسين للدائرة ـ فا د ـ ايضا يكون مساويا ـ لد ح ـ كما بينا فى الاشكال التى عملناها فى الزاوية القائمة ولأن فى مثلث ـ ح ج ا ـ خط ـ ب ه ـ نخرج موازيا للقاعدة وقد نخرج من منتصف القاعدة وهو ـ د ـ خط ـ د ج ـ فقطع الموازى على ـ ز ـ يكون ب ز ـ مساويا ـ لز ه ـ وذلك ما اردناه (١).

قال الاستاذ اماكون ـ ا د ـ مساويا ـ لد ح ـ الذى احاله الى كتابه فى الاشكال القائمة الزاويا فلأن زاويتى ـ د ا ب ـ د ب ا ـ متساويتان لتساوى ـ د ب ـ د ا ـ وزاوية ـ د ب ا ـ مع زاوية ـ د ب ح ـ قائمة وكذلك زاوية ـ د ا ب ـ مع زاوية ـ اح ب ـ فيجب ان تكون زاويتا د ح ب ـ د ب ح ـ ايضا متساويتين فاذا ضلعا ـ د ب ـ د ح ـ متساويان .

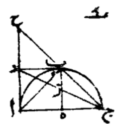
اقول وان قيل نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ د ب ـ الى ـ د ح ـ و ـ د ا ـ مثل ـ د ب ـ فد ب ـ مثل ـ د ح ـ لكان كافيا قال واماكون ـ ب ز ـ مثل ـ ز ه ـ فلأن وقوع ـ ج د ـ على خطى ـ ب ه ـ ـ ه ا ـ المتوازيين فى مثلث ـ ج ح ا ـ يقتضى قطعهما على نسبة واحدة وذلك لأن نسبة ـ ج د ـ الى ـ ج ز ـ كنسبة ـ ح د ـ الى ـ ب ز ـ وكنسبة ـ د ا ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ ح د ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ د ا ـ الى ـ ه ز ـ وبالابدال نسبة ـ ح د ـ الى ـ د ا ـ المتساويين كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ه ـ فهما ايضا متساويان .

(ج) اب ج ـ قطعة دائرة و ـ ب ـ نقطة عليها كيف اتفق و ـ ب د ـ عمود على ـ ا ج ـ ونفصل ـ د ج ـ مثل ـ د ه ـ وقوس ـ ب ز ـ مثل قوس ـ ب ج ـ ووصل ـ ا ز ـ فهو مساو ـ لا ح ـ .

برهانه ـ نصل خطوط ـ ج ب ـ ب ز ـ زه ـ ه ب ـ فلأن قوس ـ ب ج مثل قوس ـ ب ز ـ يكون ـ ج ب ـ مثل ـ ب ز ـ ولأن ـ ج د ـ مثل ـ د ه

(١) الشكل الثانى ـ ٢ .

وزاويتان



مانه ذات صرى

ع۳



ع۴



ماخوذات ص۵

وزاويتا ـ د ـ قائمتان و ـ د ب ـ مشترك ـ فج ب ـ مثل ـ ب ه ـ فب ز ـ ب ه متساويان وزاويتا ـ ب ز ه ـ ب ه ز ـ متساويتان ولأن ذا اربعة اضلاع ـ ا ز ب ج ـ فى الدائرة تكون زاوية ـ ا ز ب ـ مع زاوية ـ ا ج ب ـ المقابلة لها بل مع زاوية ـ ب ه ج ـ كقائمتين ولكن زاوية ـ ا ه ب ـ مع زاوية ـ ب ه ج ـ كقائمتين فزاويتا ـ ا ز ب ـ ا ه ب ـ متساويتان وتبقى زاويتا ـ ا ز ه ـ ا ه ز ـ متساويتين ـ فا ه ـ يساوى ـ ا ز ـ وذلك ما اردناه (١).

(د) ـ ا ب ج ـ نصف دائرة وعمل على ـ ا ج ـ القطر نصفا دائرتين احدهما ـ ا د ـ والآخر ـ د ج ـ و ـ د ب ـ عمود عليه بالشكل الحادث من ذلك هو الذى يسميه ارشميدس اربلوس وهو سطح يحيط به قوس نصف الدائرة العظمى وقوسا نصفى الدائرتين الصغراوين وهو مساو للدائرة التى قطرها عمود ـ د ب ـ.

برهانه فلأن خط ـ د ب ـ مناسب لخطى ـ د ا ـ د ج ـ فيما بينهما يكون سطح ـ ا د ـ فى ـ د ح ـ كمربع ـ د ب ـ ونجعل ـ ا د ـ فى ـ د ج ـ مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ كمربع ـ د ب ـ ونجعل ـ ا د ـ فى ـ د ج مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ مشتركة فيصير سطح ـ ا د ـ فى ـ د ج ـ مرتين مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ اعنى مربع ـ ا ج ـ مسا واضعف مربع ـ د ب ـ مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ ونسب الدوائر نسب المربعات فالدائرة التى قطرها ـ ا ج ـ مساوية لضعف الدائرة التى قطرها ـ د ب ـ مع الدائرتين اللتين قطراهما ـ ا ب ـ د ج ـ ونصف دائرة ـ ا ج ـ مسا وللدائرة التى قطرها د ب ـ مع نصفى دائرتى ـ ا د ـ د ج ـ ونسقط نصفى دائرتى ـ ا د ـ د ج المشتركين يبقى الشكل الذى يحيط به انصاف دوائر ـ ا ج ـ ا د ـ د ج ـ وهو الشكل الذى سماه ارشميدس بثا ربلوس مساويا للدائرة التى قطرها ـ د ب ـ وذلك ما اردناه (٢).

---

(١) الشكل الثالث ـ ٣ (٢) الشكل الرابع ـ ٤

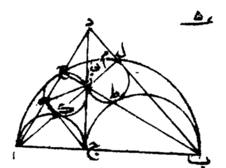
(ه) اذا كان نصف دائرة عليه ـ ا ب ـ وتعلمت على قطرها ـ نقطة ـ ج كيف وقعت وعمل على القطر نصفا دائرتين عليهما ـ ا ج ـ ج ب ـ واخرج من ـ ج ـ عمود ـ ج د ـ على ـ ا ب ـ ونرسم على جنبتيه دائرتان تماسانه وتماسان انصاف الدوائر فان الدائرتين متساويتان .

برهانه لتكن احدى الدائرتين تماس ـ ج د ـ على ز ـ ونصف دائرة ـ ا ب ـ على ـ ح ـ ونصف دائرة ـ ا ج ـ على ـ ك ـ ونخرج قطر ـ ز ه ـ فهو مواز لقطر ـ ا ب ـ لكون زاويتى ـ ه ز ج ـ ا ج ز ـ قائمتين ونصل ـ ح ه ـ ه ا ـ فخط ـ ا ح ـ مستقيم لما مر فى الشكل الاول وليلق ـ ا ح ـ ج ز ـ على ـ د ـ لخروجهما من ـ ا ج ـ على اقل من قائمتين ونصل ايضا ـ ج ز ـ ز ب ـ و ـ ح ب ـ ايضا مستقيم ونصل لما ذكرنا عمود ـ ا د ـ لكون زاوية ـ ا ح ب ـ قائمة لوقوعها فى نصف الدائرة ـ ا ب ـ ونصل ـ ه ك ـ ك ج ـ و ح ج ـ ايضا مستقيم ونصل ـ ز ك ك ا ـ و ـ ز ا ـ مستقيم ونخرجه الى ـ ل ـ ونصل ـ ب ل ـ وهو ايضا عمود على ـ ا ل ـ ونصل ـ د ل ـ ولأن ـ ا د ـ ا ب ـ مستقيمان واخرج من ـ د الى ـ ا ب ـ عمود ـ د ج ـ ومن ـ ب ـ الى ـ د ا ـ عمود ـ ب ح ـ فيقاطعان على ـ ز ـ واخرج ـ ا ز ـ الى ـ ل ـ وكان عمودا على ـ ب ل ـ يكون ب ل د ـ مستقيما كما بينا فى الاشكال التى عملناها فى شرح القول فى المثلثات القائمة الزوايا ولأن زاويتى ـ ا ك ج ـ ا ل ب ـ قائمتان ـ فب د ـ ج ه ـ متوازيان ونسبة ـ ا د ـ الى ـ د ه ـ التى هى كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ فسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ مساو لسطح ا ب ـ فى ـ ه ز ـ وبمثل ذلك تبين فى دائرة ـ ط م ن ـ ان سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ مساو لسطح ـ ا ب ـ فى قطرها وتبين من ذلك ان قطرى دائرتى ـ ز ح ك ـ ط م ن ـ متساويان فاذا الدائرتان متساويتان وذلك ما اردناه (١) .

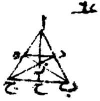
---

(١) الشكل الخامس ـ ه ـ

قال



مأخوذات ص٢







ماخوذات ص

قال الاستاذ ويتبين ما احاله على شرح المثلثات القائمة الزوايا من مقدمة وهى شكل مفيد فى الاصل وخاصة فى المثلثات حاد الزاويا ونحتاج اليه فى الشكل السادس من هذا لكتاب وهى هذه .

مثلث ـ ا ب ج ـ اخرج ـ فيه عمودا ـ ب ه ـ ج د ـ المتقاطعين على ـ ز ـ ووصل ـ از ـ واخرج الى ـ ح ـ فهو عمود على ـ ب ج ـ فنصل ـ د ه فيكون زاويتا ـ د ا ز ـ د ه ز ـ متساويتين لأن الدائرة التى يحيط لمثلث ـ ا د ز يمر بنقطة ـ ه ـ لكون زاوية ـ ا ه ز ـ قائمة وهما يقعان فيها على قوس واحدة وايضا زاوية ـ د ه ب ـ مثل زاوية ـ د ج ب ـ لأن الدائرة التى يحيط بمثلث ب د ه ـ تمر بنقطة ـ ه ـ ايضافى مثلثى ـ ا ب ح ـ ج ب د ـ زاويتا ـ ب ا ح ـ ب ج د ـ متساويتين وزاوية ـ ب ـ مشتركة فزاوية ـ ا ح ب ـ مثل زاوية ـ ج د ب ـ القائمة ـ فا ح ـ عمود على ـ ب ج ـ (١)

واذا تقدمت هذه المقدمة فلنعد من الشكل الذى اورده ارشميدس خطى ـ د ا ـ ا ب ـ واعمدة ـ د ج ـ ب ح ـ ا ز ـ ب ل ـ وخط دل ـ ونقول ان لم يكن ـ ب ل د ـ خطا مستقيما فنصل ـ ب س د ـ المستقيم وتكون زاوية ـ ب س ا ـ قائمة للمقدمة المذكورة وكانت زاوية ـ ب ل ا ـ قائمة فالداخلة فى مثلث ـ ب ل س ـ مساوية للخارجة المقابلة له هذا خلف فاذا خط ـ ب ل د ـ مستقيم (٢) .

ثم اورد شكلين لابى سهل القوهى اولها هذا فان لم يكن نصفا الدائرتين متماسين ولكن متقاطعين والعمود من موضع التقاطع كان الحكم كامر .

فلتكن انصاف الدوائر ـ ا ب ج ـ ا د ه ـ ز د ج ـ ونصفا الدائرتين متقاطعين على ـ د ـ و ـ ب ح ـ عمودا على ـ اج ـ خارجا من ـ ح ـ ودائرة ـ ط ك ل ـ مماسة لدائرة ـ ا ك ج ـ على ـ ك ـ ولدائره ـ ز ل ج ـ على ـ ل ـ وللعمود على ـ ط ـ نقول فهى مساوية للدائرة التى يكون فى الجانب الآخر بهذه الصفة فلنخرج ـ ط س ـ موازيا ـ لا ج ـ ولنصل ـ ج ك ـ

---

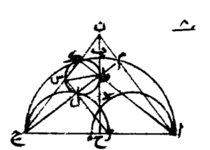
(١) الشكل السادس ـ٦ـ (٢) الشكل السابع ـ ٧ـ

فهو يمر ـبس ـ كما بين ارشميدس ونخرجه الى ان يلقى عمود ـح ب ـ على ـ ن ـ ونصل ـ ط ج ـ فيمر ـ بل ـ ونخرجه الى ـ م ـ ونصل ـ ا م ـ م ن ـ فهو خط مستقيم ونصل ـ س ز ـ فهو يمر ـ بل ـ ونصل ـ ا ك ـ فيمر ـ بط ـ وخط ـ ا م ن ـ موازلخط ـ ز س ـ ونسبة ـ ج ن ـ الى ـ ن س ـ اعنى نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ط س ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ز ـ فسطح ـ ج ح ـ فى ـ ا ز ـ مساو لسطح ـ ج ا ـ فى ـ ط س ـ ولأن ـ ح د ـ عمود فى دائرتى ـ ج د ز ـ ه د ا ـ على وترى ـ ج ز ـ ه ا ـ يكون سطح ـ ج ح ـ فى ـح ز ـ مساويا لمربع ـح د ـ وسطح ـ ا ح ـ فى ـح ه ـ ايضا مساويا له فسطح ـج ح ـ فى ـ ح ز ـ مساو لسطح ـ اح ـ فى ـ ح ه ـ ونسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ا ـ كنسبة ـ ه ح ـ الى ـ ح ز ـ بل كنسبة ـ ج ه ـ الباقى الى ـ ز ا ـ الباقى فسطح ـ ج ح ـ فى ـ ز ا ـ المساوى لسطح ـ ج ا ـ فى ـ ط س ـ مساو لسطح ـ ح ا ـ فى ـ ج ه ـ واذا كانت فى الجانب الآخر دائرة بالصفة المذكورة بينا هذا التدبير ايضا ان سطح ـج ا ـ فى قطر تلك الدائرة كسطح ـ ح ا ـ فى ـ ج ه ـ فيتبين ان قطرى الدائرتين متساويتان (١) .

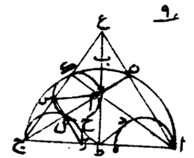
واما الثانى فهو هذا قال وان لم يكن نصفا الدائرتين مماسين ولا متقاطعين لكن متباعدين والعمود يمر بالتقاء الخطين الماسين لها المتساويين كان الحكم كذلك ايضا فليكن انصاف الدوائر ـ ا ب ج ـ ا د ه ـ ز ح ج ـ على ما وصفنا وخطا ـ ط د ـ ط ح ـ مماسين لنصفى الدائرتين على ـ د ح ـ ومتساويين ومتلاقيين على ـ ط ـ وخط ـ ب ط ـ عمود مار بنقطة ـ ط ـ قائم على ـ ا ـ ج ـ ولنماسه دائرة ـ م س ـ على ـ م ـ ولتماس دائرة ـ م س ـ دائرة ـ ا ب ج ـ على ـ ك ـ ودائرة ـ ز ل ج ـ على ـ ل ـ ونخرج قطر ـ م س ـ موازيا لا ج ـ ونصل ـ ج ك ـ فيمر ـ بس ـ ويلقى عمود ـ ط ب ـ على ـ ع ـ ونصل ـ ا ك ـ فيمر ـ بم ـ ونصل ـ س ز ـ فيمر ـبل ـ ونصل ـ ج م ـ فيمر

(١) الشكل الثامن ـ ٨ ـ

ـبلـ



ماخوذات صه



ماخوذات ص۹

بل ـ ونخرجه الى ـ ن ـ و نصل ـ ا ع ـ فيمر ـ بن ـ و يكون موازيا لزس ـ و تكون نسبة ـ ج ع ـ الى ـ ع س ـ اعنى نسبة ـ ج ط ـ الى ـ م س كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ از ـ وسطح ـ ج ط ـ فى ـ ا ز ـ مساويا لسطح ـ ج ا فى ـ م س ـ وبمثل هذا التدبير تبين ان سطح ـ ا ط ـ فى ـ ه ج ـ يكون مساويا لسطح ـ ج ا ـ فى قطر الدائرة التى يكون من الجانب الآخر ولأن سطح ـ ا ط ـ فى ـ ط ه ـ مساو لمربع ـ ط د ـ وهو مساو لمربع ـ ط ح المساوى لسطح ـ ج ط ـ فى ـ ط ز ـ يكون سطح ـ ا ط ـ فى ـ ط ه مساويا لسطح ـ ج ط ـ فى ـ ط ز ـ ونسبة ـ ا ط ـ الى ـ ج ط ـ كنسبة ط ز ـ الى ـ ط ه ـ وكنسبة جميع ـ ا ز ـ الى ـ جميع ـ ج ه ـ فسطح ـ ج ط فى ـ ا ز ـ مساو لسطح ـ ا ط ـ فى ـ ه ج ـ وقد تبين ان ـ ج ط ـ فى ـ از مساو لسطح ـ ج ا ـ فى ـ م س ـ وان سطح ـ ا ط ـ فى ـ ه ج ـ مساو لسطح ـ ج ا ـ فى قطر الدائرة الاخرى فاذا القطران متساويان والدائرتان متساويتان وهو المطلوب (١) .

(و) اذا كانت نصف دائرة عليه ـ اح ب ـ وتعلمت على قطره نقطة ـ ج ـ وكان ـ ا ج ـ مثل ـ ج ب ـ مرة ونصف مرة ورسم على ـ ا ج ـ ج ب ـ نصفا دائرتين ورسمت دائرة ـ د ه ـ فيما بين انصاف الدوائر الثلاثة تماسها واخرج قطر ـ د ه ـ فيها موازيا لقطر ـ ا ب ـ واردنا ان نجد نسبة قطر ـ ا ب ـ الى قطر ـ د ه ـ فانا نصل خطى ـ ا د ـ د ح ـ وخطى ـ ب ه ـ ه ح ـ فيكون خطا ـ ا ح ـ ب ح ـ مستقيمين لما مر فى الشكل الاول ونرسم ايضا خطى ـ ه ط ا ـ دك ب ـ ونبين انهما ايضا مستقيمان وكذلك خطا ـ ج د ـ ج ه ـ ونصل ـ ج س ـ ج م ـ و ـ د ز ـ ه ع ـ ونخرجهما الى ـ ل ن ـ فلأن فى مثلث ـ ا د ج ـ ا ط ـ عمود و ـ ج س ـ عمود ايضا وقد تقاطعا على ـ ز ـ فد ز ل ـ ايضا يكون عمودا كما بينا فى التفسير الذى وضعنا للقول فى جملة المثلثات وبيانه كما مر فى الشكل المتقدم وكذلك ايضا يكون

---

(١) الشكل التاسع ـ ٩ ـ

ه ن ـ عمودا على ـ ب ا ـ ولان الزاويتين اللتين عند ـ م ـ و ـ ح ـ قائمتين يكون ـ ج م ـ موازيا ـ لاح ـ وكذلك ـ ج س ـ لب ح ـ فتكون نسبة اج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ا ز ـ الى ـ ز ه ـ بل كنسبة ـ ا ل ـ الى ـ ل ن ـ ونسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ كنسبة ـ ب ع ـ الى ـ ع د ـ بل كنسبة ب ن ـ الى ـ ن ل ـ وكان ـ ا ج ـ مرة ونصف مثل ـ ج ب ـ فال مرة ونصف مثل ـ ل ن ـ ول ن ـ مرة ونصف مثل ـ ب ن ـ فخطوط ـ ا ل ـ ل ن ـ ن ب ـ الثلاثة متناسبة وبالمقدار الذى يكون به ـ ن ب ـ اربعة يكون به ـ ن ل ـ ستة و ـ ا ل ـ تسعة و ـ ب ا ـ تسعة عشر ولان ـ ن ل ـ مثل ـ د ه ـ تكون نسبة ـ ا ب ـ الى ـ د ه ـ نسبة تسعة عشر الى ستة فاذا وجدنا النسبة المذكورة وايضا ان كانت نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ نسبة غير ما ذكرنا مثل نسبة المرة والثلث اوالمرة والربع اوغير ذلك كان الحكم والتدبير كما تقدم وذلك ما اردناه (١) .

(ز) اذا كانت دائرة على مربع واخرى فيه فالتى عليه مثلا التى فيه فلتكن الدائرة التى على مربع ـ ا ب ـ دائرة ـ ا ب ه ـ والتى فيه دائرة ـ ج د ـ وليكن قطر المربع ـ ا ب ـ وهو قطر الدائرة التى عليه ونخرج ـ ج د ـ قطر الدائرة التى فيه موازيا ـ لاه ـ فهو مثل ـ ا ه ـ ولان مربع ـ اب ـ مثلا مربع ا ه ـ اعنى ـ ج د ـ ونسبة مربع قطر الدائرة الى مربع قطر الدائرة كنسبة الدائرة الى الدائرة فدائرة ـ اب ـ مثلا دائرة ـ ج د ـ وذلك ما اردناه (٢) .

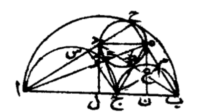
قال الاستاذ المختص قد صنفت مقالة فى عمل دائرة نسبتها الى دائرة مفروضة كنسبة مفروضة وكذلك عمل جميع الاشكال المستقيمة الخطوط ووجه استعمال الصناع تلك الاشكال ـ واوردها هنا منها شكلا يليق بتفسير هذه المقالة وهو كالجامع لتلك الاشكال والنتيجة لها وهو هذا .

نريد ان نعمل خمس دائرة مثلا والدائرة التى معنا قطرها ـ ا ـ

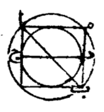
---

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ (٢) الشكل الحادى عشر ـ ١١ .



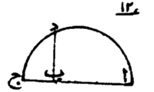


ع۱۱

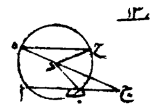


ماخوذات صنا

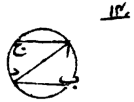
۱۲ء



۱۳ء



۱۴ء



ماخوذات ص۱۱

ب ـ ونزيد فيه خمسة و هو ـ ب ج ـ ونرسم على ـ ا ج ـ نصف دائرة ـ ا د ج ـ ونخرج عمود ـ ب د ـ فلان نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب د ـ يكون كل دائرة اوشكل يعمل على ـ ب د ـ مطلوبنا وذلك ان نسبة دائرة التى على ـ ا ب ـ او الشكل الذى عليه الى الدائرة اوالشكل الذى على ـ ب د ـ معمولا نعمل ذلك الشكل وموضوعا كوضعه تكون كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج (١) .

(ح) اذا اخرج فى دائرة خط ـ ا ب ـ كيف كان واخرج على استقامة وجعل ـ ب ج ـ مساويا لنصف قطر الدائرة ووصل من ـ ج ـ ومركز الدائرة وهو ـ د ـ واخرج الى ـ ه ـ كانت قوس ـ ا ه ـ ثلاثة امثال قوس ب ز ـ فلنخرج ـ ه ح ـ موازيا ـ لا ب ـ ونصل ـ د ب ـ د ح ـ فلان زاويتى ـ د ه ح ـ د ح ه ـ متساويتان تكون زاوية ـ ح د ج ـ ضعف زاوية ـ د ح ه ـ ولان ـ ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ب د ج ـ وزاوية ج ه ح ـ مساوية لزاوية ـ ا ج ه ـ تكون زاوية ـ ح د ج ـ ضعف زاوية ـ ج د ب ـ وجميع زاوية ـ ب د ح ـ ثلاثة امثال زاوية ـ ب د ج ـ وقوس ـ ب ح ـ المساوى لقوس ـ ا ه ـ ثلاثة امثال قوس ـ ب ز ـ وذلك ما اردناه (٢) .

قال الاستاذ قوله قوس ـ ب ح ـ مساو لقوس ـ ا ه ـ انما يكون ذلك لتوازى الوترين فليكن فى دائرة ـ ا ب ج ـ وترا ـ ا ج ـ ب د ـ متوازيين .

اقول ان قوسى ـ ا ب ـ ج د ـ متساويتان ونصل ـ ا د ـ فزاويتا ج ا د ـ ا د ب ـ متساويتان ولذلك تكون القوسان متساويتين وبالعكس لمثل ذلك البيان (٣) .

---

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ ـ (٢) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ (٣) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ ـ .

(ط) اذا تقاطع فى دائرة خطا ـ اب ـ ج د ـ على غير المركز وكان التقاطع على قوائم فان قوسى ـ اد ـ ج ب ـ مساويتان لقوسى ـ ا ج ـ ب د ـ ولنخرج قطر ـ ه ز ـ موازيا ـ لا ب ـ فهو يقطع ـ ج د ـ بنصفين على ـ ح ـ وتكون ـ ه ج ـ مساوية ـ له د ـ فلان قوس ـ ه ج ز ـ نصف الدائرة وقوس ـ ه ج ـ مساوية لقوسى ـ ه ا ـ ا د ـ تكون قوس ـ ج ز ـ مع قوسى ـ ه ا ـ ا د ـ مساوية لنصف الدائرة وقوس ـ ه ا ـ مساوية لقوس ـ ب ز ـ فقوس ـ ج ب ـ مع قوس ـ ا د ـ مساوية لنصف الدائرة يبقى قوسا ـ ه ج ـ ه ا ـ اعنى قوس ـ ا ج ـ مع قوس ـ د ب ـ مساوية له وذلك ما اردناه (١) .

(ى) اذا كانت دائرة عليها ـ اب ج ـ وكان ـ د ا ـ مماسالها و ـ د ب ـ قاطعالها و ـ ه ج د ـ ايضا مساويا واخرج ـ ج ه ـ موازيا ـ لد ب ـ ووصل ه ا ـ قاطعا ـ لد ب ـ على ـ ز ـ واخرج من ـ ز ـ عمود ـ ز ح ـ على ـ ج ه ـ فانه ينصفها على ـ ح ـ ولنصل ـ ز ج ـ فلان ـ د ا ـ مماس و ـ ا ج ـ قاطع للدائرة تكون زاوية ـ د ا ج ـ مساوية للزاوية الواقعة فى القطعة المبادلة لقطعة ـ ا ج ـ اعنى لزاوية ـ ا ه ج ـ وهى مساوية لزاوية ـ ا ز د ـ لكون ـ ج ه ـ د ب ـ متوازيين فزاوية ـ د ا ج ـ ا ز ط ـ متساويتان وفى مثلثى ـ د ا ز ـ ا ط د ـ زاويتا ـ ا ز ط ـ ط ا د ـ متساويتان وزاوية د ـ مشتركة فلذلك تكون سطح ـ ز د ـ فى ـ د ط ـ مساويا لمربع ـ د ا ـ بل لمربع ـ د ج ـ ولكون نسبة ـ ز د ـ الى ـ د ج ـ كنسبة ـ ج د ـ الى ـ د ط ـ وزاوية ـ د ـ مشتركة يكون مثلثا ـ د ز ج ـ د ج ط ـ متشابهين وزاوية ـ د ز ج ـ مساوية لزاوية ـ د ج ط ـ المساوية لزاوية د ا ط ـ التى هى كزاوية ـ ا ز د ـ فزاويتا ـ د ز ج ـ د زا ـ متساويتان و د ز ج ـ مساوية لزاوية ـ ز ج ه ـ وكانت ـ ز د ا ـ مساوية لزاوية ا ه ج ـ ففى مثلث ـ ز ه ج ـ زاويتا ـ ج ـ ه ـ متساويتان وزاويتا ـ ح

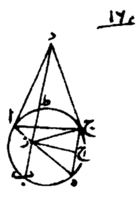
(١) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ ـ .



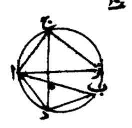


ماخوذات ص۱۳

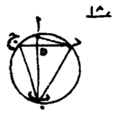
۱۶ء



۱۷ء



۱۸ء



ماخوذات ص۱۳

قائمتان وضلع ـ ح ز ـ مشترك ولذلك يكون ـ ج ح ـ مساويا ـ لح ه ـ فج ه ـ اذا منصف على ـ ح ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يا) اذا تقاطع فى دائرة خطا ـ اب ـ ج د ـ على قوائم على ـ ه ـ وهى ليست بالمركز فان مربعات ـ اه ـ ه ب ـ ج د ـ ه د ـ جميعا مساوية لمربع القطر ولنخرج قطر ـ از ـ ونصل خطوط ـ اج ـ اد ـ ج ز ـ د ب ـ فلأن زاوية ـ ب ه ج ـ قائمة تكون مساوية لزاوية ـ اج د ـ وزاوية ـ اج د ـ مساوية لزاوية ـ از ج ـ لكونهما على قوس ـ اج ـ ويبقى من مثلثى ـ اد ه ـ از ج ـ زاويتا ـ ج از ـ داه ـ متساويتين ولذلك تكون قوسا ـ ج ز ـ د ب ـ بل وتراهما متساويتين ومربعا ـ دح ـ ه ب ـ يساويان مربع ـ ب د ـ اعنى ـ ج ز ـ ومربع ـ اه ـ ه ج ـ يساويان مربع ـ ج ا ـ ومربعا ـ ج ز ـ ز ا ـ يساويان مربع ـ زا ـ اعنى القطر فاذا مربعات ـ اه ـ ه ب ـ ج ه ـ ه د ـ جميعا مساو لمربع القطر وذلك ما اردناه (٢) .

قال الاستاذ ولهذا وجه اخف مما ذكره ارشميدس وهوان نصل ـ اد ـ ج ب ـ ب د ـ فلأن زاوية ـ ب ه د ـ قائمة تكون زاويتا ـ ه ب د ـ ه د ب ـ مساويتين لقائمة وقوسا ـ اد ـ ب ج ـ مساويتين لنصف دائرة ووتراهما فى القوة مساويين القطر ولكن مربعا ـ اه ـ ه د ـ يساويان مربع ـ از ـ ومربعا ـ ج ه ـ ه ب ـ يساويان مربع ـ ج ب ـ فاذا مربعات ـ اه ـ ه ب ـ ج ه ـ ه د ـ مساوية لمربع القطر وذلك ما اردناه (٣) .

(يب) اذا كان نصف دائرة على قطر ـ اب ـ وخرج من ـ ج ـ خطان يماسانه على نقطتى ـ د ه ـ ووصل ـ ه ا ـ د ب ـ فيقاطعان على ـ ز ـ ووصل ـ ج ز ـ واخرج الى ـ ح ـ كان ـ ج ح ـ عمودا على ـ اب ـ ولنصل د ا ـ ه ب ـ فلأن زاوية ـ ب د ا ـ قائمة تكون زاويتا ـ د اب ـ ب د ا ـ

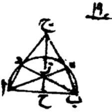
(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ (٢) الشكل السابع عشر ـ ١٧ (٣) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ .

الباقيتين من مثلث ـ د ا ب ـ مساويتين لقائمة وزاوية ـ ا ه ب ـ قائمة فهما متساويتان لها ونجعل زاوية ـ د ب ه ـ مشتركة بجميع زاويتي ـ د ا ب ـ ا ب ه ـ مساوجميع زاويتي ـ ز ه ب ـ ز ب ه ـ بل لزاوية ـ د ز ه ـ الخارجة من مثلث ـ ز ب ه ـ لأن ـ ج د ـ مماس للدائرة ـ و ـ ز ب ـ قاطع لها ـ فزاوية ـ ج د ب ـ يساوى زاوية ـ د ا ب ـ وكذلك زاوية ـ ج ه ز ـ تساوى زاوية ـ ه ب ا ـ فزاويتا ـ ج ه ز ـ ج د ز ـ معا مساويتان لزاوية د ز ه ـ وقد تبين فى قولنا فى الاشكال ذوات الاضلاع الاربعة انه اذا اخرج فيما بين خطين متساويتين متلاقيين على نقطة كخطى ـ ج د ـ ج ه ـ خطان متقاطعان كخطى ـ د ز ـ ه ز ـ وكانت الزاوية التى يحيطان بها كزاوية ـ ز ـ مساوية لزوايتى المتلاقيين مع المتقاطعين كزاويتى ـ ه د ـ معا فالخط الخارج من نقطة الملاقاة الى نقطة التقاطع كخط ـ ج ز ـ مساولكلواحد من الخطين المتلاقيين ـ كج د ـ او ـ كج ه ـ فلذلك يكون ـ ج ز ـ مساويا ـ لج د ـ فزاوية ـ ج ز د ـ اعنى زاوية ـ ج د ز ـ مساوية لزاوية ـ د ا ح ـ ولكن زاوية ـ ج ز د ـ مع زاوية ـ د ز ح ـ كقائمتين و يبقى من ذى اربعة اضلاع ـ ا د ز ح ـ زاويتا ـ ا د ز ـ ا ح ز ـ كقائمتين لكن زاوية ـ ا د ب ـ قائمة فزاوية ـ ا ح ز ـ قايمة و ـ ج ح ـ عمود على ـ ا ب ـ وذلك ما اردناه (١).

قال الاستاذ فى بيان ما احاله الى قوله فى الاشكال وذات الاضلاع الاربعة يكن الخطان المتساويان المتلاقيان ـ ا ب ـ ا ج ـ ونقطة التلاقى ـ ا ـ و المتقاطعان بينهما ـ ب د ـ ج د ـ ونقطة التقاطع ـ د ـ ولتكن زاوية ـ ب د ج ـ مثل زاويتى ـ ا ب د ـ ا ج د ـ ونصل ـ ا د ـ نقول فهو مثل ـ ا ب ـ والا فهو اما اقصر من ـ ا ب ـ واما اطول منه وليكن اطول ونفصل ـ ا ه ـ مثل ـ ا ب ـ ونصل ـ ب ه ـ ه ج ـ وزاويتا ـ ا ب ه ـ ا ه ب ـ متساويتان ولكن زاوية ـ ا ه ب ـ اعظم من زاوية ـ ا د ب ـ وكذلك زاوية ـ ا ه ج ـ المساوية

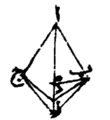
(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ .

لزاوية

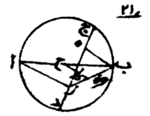


ملفوظات صـ۱۴





ش ۲۱



ماخوذات ص۱۵

ازاوية ـ اج ه ـ اعظم من زاوية ـ ادج ـ بجميع زاوية ـ ب ه ج ـ اعنى جميع زاويتى ـ اب ه ـ اج ه ـ اعظم من جميع زاويتى ـ اب د ـ اج د ـ الجزء من كله هذا خلف ثم ليكن ـ اد ـ اقصر من ـ اب ـ ونجعل ـ از ـ مثل ـ اب ـ ونصل ـ ب ز ـ زج ـ ونبين بمثل ما بينا ان زاوية ـ ب ز ج ـ بل زاويتى ـ اب د ـ اج ز ـ اصغر من زاويتى ـ اب د ـ اج د ـ الكل من جزئه هذا خلف فاذا الحكم ثابت (١).

(يج) اذا تقاطعا خطا ـ اب ـ ج د ـ فى دائرة وكان ـ اب ـ قطرها دون ج د ـ واخرج من نقطتى ـ اب ـ عمودان على ـ ج د ـ وهما ـ ا ز ـ ب ه ـ فانهما يفصلان منه ـ ج ه ـ د ز ـ متساويين فنصل ـ ز ب ـ ونخرج من ح ـ وهى المركز عمود ـ ح ط ـ على ـ ج د ـ ونخرجه الى ـ ك ـ من ـ ز ب ـ فلأن ـ ح ط ـ عمود من المركز على ـ ج د ـ فهو ينصفه على ـ ط ـ ولأن ـ ح ط ـ ا ز ـ عمودان عليه فهما متوازيان ولأن ـ ب ح ـ مساو ـ لح ا ـ يكون ـ ب ك ـ مساويا ـ لك ز ـ ولتساويهما وكون ـ ب ه ـ موازيا ـ لك ط ـ يكون ـ ه ط ـ مساويا ـ لط ز ـ ويبقى من ـ ط ج ـ ط د ـ المتساويين ـ ه ج ـ ز د ـ متساويين وذلك ما اردناه (٢).

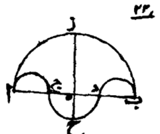
(يد) اذا كان ـ اب ـ نصف دائرة وفصل من قطرها وهو ـ اب ـ اج ـ ب د ـ متساويين وعمل على خطوط ـ اج ـ ج د ـ د ب ـ انصاف دوائر وليكن مركز نصفى دائرتى ـ اب ـ ج د ـ نقطة ـ ه ـ وكان ـ ه ز ـ عمودا على ـ اب ـ واخرج الى ـ ح ـ فان الدائرة التى قطرها ـ ز ح ـ مساوية للسطح الذى يحيط به نصف الدائرة العظمى ونصفا الدائرتين اللتين داخلة ونصف الدائرة الوسطى الذى هو خارج عنه وهو الشكل الذى يسميه ارشميدس سالينون فلأن ـ د ج ـ نصف على ـ ه ـ وزيد فيه ـ ج ا ـ يكون مربعا ـ د ا ـ اج ـ مثل مربعى ـ د ه ـ ه ا ـ ولكن ـ ز ح ـ مساو ـ لد ا

(١) الشكل العشرون ـ . ٢ (٢) الشكل الحادى والعشرون ـ ٢١ .

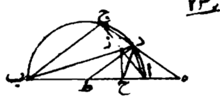
فمربعا ـ زح ـ اج ـ مثلامربعي ـ ده ـ ه ا ـ ولأن ـ اب ـ مثلا ـ اه ـ و ـ جد مثلا ـ ه د ـ يكون مربعا ـ اب ـ دج ـ اربعة امثال مربعي ـ ده ـ ه ا ـ بل مثلي مربعي ـ زح ـ اج ـ ولذلك يكون الدائرتان اللتان ـ اب ـ جد ـ مثلي اللتين قطراهما ـ زح ـ اج ـ ونصفا اللتين قطراهما ـ اب ـ جد ـ مساويان للدائرتين اللتين قطراهما ـ زح ـ اج ـ لكن الدائرة التي قطرها ـ اج ـ مساولنصفي ـ اج ـ ب د ـ فاذا القينا منهما نصفي ـ اج ـ ب د ـ المشتركين يبقى الشكل الذي يحيط به اربعة انصاف دوائر ـ اب ـ اج ـ ج د ـ د ب ـ وهو الذي يسميه ارشميدس سالينون مساويا للدائرة التي قطرها ـ زح ـ وذلك ما اردناه (١).

(يه) اذا كان ـ اب ـ نصف دائرة ـ و ـ اج ـ وتر المخمس ونصف ـ اج ـ على ـ د ـ ووصل ـ دج ـ واخرج فوقع على ـ ه ـ ووصل ـ د ب فقطع ـ ج ا ـ على ـ ز ـ واخرج من ـ ز ـ عمود ـ زح ـ على ـ اب ـ كان خط ـ ح ه ـ مساويا لنصف قطر الدائرة فنصل خط ـ ج ب ـ وليكن المركز ـ ط ونصل ـ ط د ـ ح ج ـ اد ـ فلأن زاوية اب ج ـ التي قاعدتها ضلع المخمس خمسا قائمة وكل واحدة من زاويتي ـ ج ب د ـ د ب ا ـ خمس قائمة زاوية ـ د ط ا ـ مثلا زاوية ـ د ب ط ـ فزاوية ـ د ط ا ـ خمسا قائمة ولأن في مثلثي ـ ج ب ز ـ ح ب ز ـ زاويتي ـ ب ـ متساويتان وزاويتي ح ـ ج ـ قائمتان وضلع ـ ز ب ـ مشترك يكون ـ ب ج ـ مساويا ـ لب ح ـ و لأن في مثلثي ـ ج ب د ـ ح ب د ـ ضلعي ـ ج ب ـ ب ح ـ متساويان وكذلك زاويتا ـ ب ـ وضلع ـ ب د ـ مشترك يكون زاويتا ب ج د ـ ب ح د ـ متساويتين وكل واحد منهما ستة اخماس، هي مساوية لزاوية ـ د اح ـ الخارجة من ذي اربعة اضلاع ـ ب اد ج ـ الذي في الدائرة فتبقى زاوية ـ د ا ب ـ مساوية لزاوية ـ د ح ا ـ ويكون ـ د ا ـ مساويا ـ

(١) الشكل الثاني والعشرون ـ ٢٢.



ماخوذات ص۱۶



ماخوذات ص۱۷

لدح ـ ولأن زاوية ـ د ط ح ـ خمسا قائمة وزاوية ـ د ح ط ـ ستة اخماس قائمة تبقى زاوية ـ ط د ح ـ خمسى قائمة ويكون ـ دح ـ مثل ح ط ـ ولأن زاوية ـ ا د ه ـ خارجة ذى اربعة اضلاع ـ ا د ج ب ـ الذى فى الدائرة فهى مثل زاوية ـ ج ب ح ـ وهى خمسا قائمة ومساوية لزاوية ـ ح د ط ـ ولأن فى مثلثى ـ ه د ا ـ ط د ح ـ زاويتى ـ ه د ا ـ ط د ح ـ متساويتان وكذلك زاويتا ـ د ا ه ـ دح ط ـ وضلعا ـ د ا ـ د ح ـ يكون ه ا ـ مثل ـ ط ح ـ ونجعل ـ ا ح ـ مشتركا فيكون ـ ه ح ـ مثل ـ ا ط ـ وذلك ما اردناه(١) .

وهنالك استبان ان خط ـ د ه ـ مسا ولنصف قطر الدائرة لأن زاوية ـ ه ـ مثل زاوية ـ د ط ح ـ فيكون خط ـ د ط ـ مساويا لخط ـ د ه ـ .

واقول ان ـ ه ج ـ مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين على د ـ وقسمة الاطول ـ ه د ـ وذلك لأن ـ ه د ـ وتر السدس ـ و ـ د ج ـ وتر العشر وقد تبين ذلك فى الشكل الثالث عشر من المقالة الثالثة عشر من الاصول وذلك ما اردناه .

تم الماخوذات لارشميدس

وفرغ المصنف رحمه الله منه (ز ز ك ه) خنج والكاتب من نسخه يوم الاحد الثامن والعشرين من رمضان سنة تسع وتسعمائة فى مدينة تبريز .

(تمت الرسالة بعونه تعالى)

---

(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ .

كتاب فى جرمى النيرين وبعديهما

لارسطرخس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لا زالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة [illegible]

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب ارسطرخس

فى جرمى النيرين وبعديهما ـ سبعة عشر شكلا

صدر الكتاب

نضع ان القمر يقبل الضوء من الشمس وان قدر الارض عند فلك البروج قدر المركز والنقطة .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء حاذى حينئـذ بصرنا الدائرة العظمى منه الموازية للدائرة الفاصلة بين الجزء المظلم والجزء المضئ من جرمه .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء كان حينئذ بعده من الشمس اقل من ربع الدور بجزء من ثلاثين من الربع .

عرض ظل الارض مقدار قمرين .

القمر يؤتر جزءا من خمسة عشر جزءا من برج .

فيصير على حسب ما وضعنا بعد الشمس من الارض اكثر من ثمانى عشرة مرة مثل بعد القمر من الارض واقل من عشرين مرة مثل بعد القمر من الارض .

ونسبة قطر الشمس الى قطر القمر هذه النسبة بعينها وذلك يتبين من الاصل الذى وضعناه فى انتصاف القمر فى الضوء .

نسبة

نسبة قطر الشمس الى قطر الارض اعظم من نسبة التسعة عشر الى الثلاثة واقل من نسبة الخمسة والاربعين لى الستة .

وهذا يتبين من النسبة الموجودة بين الابعاد ومن الاصل الموضوع فى الظل .

ويتبين ايضا مما قلنا ان القمر يوتر جزءا من خمسة عشر جزءا من برج .

الاشكال

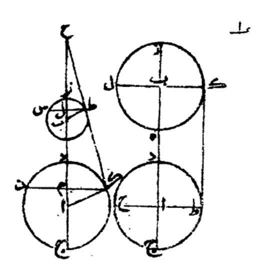
(ا) اذا كانت كرتان متساويتين امكن ان يحيط بهما اسطوانة واذا كانتا غير متساويتين كان الذى يحيط بهما مخروطا رأسه يلى اصغرهما والخط الذى يمر بمركزيهما عمودا على كل واحدة من الدائرتين اللتين عليهما يماس سطح الاسطوانة او المخروط كلتى الكرتين فليكن اولا كرتان متساويتين مركزاهما ـ ا ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ونخرجه فى الجهتين الى ـ ج ز ـ وليمر سطح بخط ـ ا ب ـ فتحدث منه فى الكرتين عظيمتا ـ ط ج د ـ ك ه ز ـ وانخرج من نقطتى ـ ا ـ ب ـ فى ذلك السطح عمودى ـ اح ـ ب ل ـ على خط ـ ا ب ـ وليخرجا فى الجهة الاخرى الى سطح الكرة على ـ ط ك ـ ونصل ـ ط ك ـ فلأن خطى ـ ا ط ـ ب ك ـ متساويان متوازيان يكون ا ب ـ مساويا وموازيا ـ لط ك ـ والزوايا قائمة فسطح ـ ا ط ك ب ـ متوازى الاضلاع قايم الزوايا واذا اثبت ضلع ـ ا ب ـ وادير السطح الى ان يعود الى موضعه وادير معه نصفا دايرتى ـ ج ط د ـ ه ك ز ـ احدث السطح اسطوانة مستديرة والنصفان لزما سطحى الكرتين فى جميع الدور واحدث نصفا قطرى ـ ا ط ـ ب ك ـ دائرتين عظميتن مماستين لسطح الكرة لأن نقطتى ـ ط ك ـ لا تفارقان سطحهما فى جميع الدور ويكون ـ ا ب ـ عليهما عمودا لثبات قيامه على الخطين فى جميع الدور ولأن ـ ك ط ـ يماس الدائرتين فى جميع الدور فالاسطوانة محيطة بالكرتين على الدائرتين ثم لتكن الكرتان غير

متساوتين وليكن اعظمهما التى مركزها ــ ا ــ ونصل ــ ا ب ــ ونخرجه فى كلتى الجهتين ونجيز سطحا به فتحدث فيهما عظيمتا ــ ج د ــ ه ز ــ ويكون ــ ا د ــ اطول من ــ ب ز ــ ونفصل ــ د م ــ مساويا ــ لز ب ــ ونجعل نسبة ــ ا م ــ الى ــ م د ــ كنسبة ــ ا ب ــ الى ــ ب ح ــ ويكون ــ ب ح ــ اطول من ب ز ــ وذلك لأن ــ ا ب ــ اطول من ــ ا م ــ فنسبة ــ ا ب ــ الى ــ م د ــ اعنى الى ــ ب ز ــ اعظم من نسبة ــ ا م ــ الى ــ م د ــ ونسبة ــ ا ب ــ الى خط اطول من ــ ب ز ــ يكون كنسبة ــ ا م ــ الى ــ م د ــ ونحن جعلنا نسبة ــ ا م ــ الى ــ م د ــ كنسبة ــ ا ب ــ الى ــ ب ح ــ فب ح ــ اطول من ــ ب ز ــ وبالتركيب تكون نسبة ــ ا م ــ الى ــ د م ــ اعنى الى ــ ب ز ــ كنسبة ا ح ــ الى ــ ح ب ــ ونخرج من ــ ح ــ خطا يماس دائرة ــ ه ز ــ وهو ــ ه ح ــ ونصل ــ ط ب ــ ونخرج ــ ا ك ــ موازيا ــ لط ب ــ ونصل ط ك ــ فلأن نسبة ــ ا ح ــ الى ــ ح ب ــ كنسبة ــ ا د ــ الى ــ ب ز ــ بل كنسبة ــ ا ك ــ الى ــ ب ط ــ و ــ اك ــ مواز ــ لب ط ــ يكون ــ ط ك ــ على استقامة ــ ح ط ــ فزاوية ــ ح ط ب ــ القائمة مساوية لزاوية ــ ح ك ا ــ فح ك ــ مماس الدائرة ــ ج د ــ ونخرج من نقطى ــ ط ــ ك ــ عمودى ط ل ــ ك م ــ على ــ ح ا ــ واذا اثبت ــ ج ح ــ وادير نصفا دائرتى ــ ج ك د ــ ه ط ز ــ مع مثلث ــ م ك ح ــ الى ان يعود الى مواضعها لزم النصفان سطحى الكرتين واحدث مثلث ــ م ك ح ــ مخروطا رأسه ــ ح ــ وقاعدته الدائرة التى نصف قطرها ــ م ك ــ ويكون المخروط على تلك الدائرة مماسا للكرة لكون نقطة ــ ك ــ دائما على سطحها وحدث من خط ــ ل ط ــ دائرة اخرى على كرة ــ ه ز ــ كذلك ويكون ــ ا ح ــ عمودا على الدائرتين وتكون نقطتا ــ م ــ ل ــ مركزى الدائرتين وذلك ما اردناه (١) .

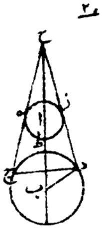
(ب) اذا قبل الضوء كرة صغرى من كرة عظمى منها كان الجزء المضئ منها اعظم من نصفها فيقبل الضوء كرة مركزها ــ ا ــ عن كرة اعظم مركزها

(١) الشكل الواحد ــ ١ ــ .

ــ ب



في جرمي النيرين ص ٣



فى جرمى النيرين ص٥

ــ ب ــ وليحط بهما مخ وط رأسه ــ ح ــ ومحوره ــ ح ب ــ وليمر به سطح كيف اتفق ولتحدث عنه في الكرتين عظيمتا ــ ج د ــ ه ز ــ وفي المخروط خطا ــ ح ج ــ ح د ــ ونصل ــ ج د ــ ه ز ــ فالقطعة من الكرة التي عليها ــ ه ط ز ــ وقاعدتها الدائرة التي قطرها ــ ه ز ــ هي التي تقبل الضوء لكونها محاذية لكرة ــ د ج ــ لأن خطي ــ ج ه ــ د ز ــ من خطوط الشعاعات الواصلة بينهما ومركز الكرة في قطعة ــ ه ط ز ــ فهي اعظم من نصف الكرة وذلك ما اردناه (١) .

(ج) الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضيء من جرم القمر هي اصغر مايكون عند مايكون رأس المخروط المحيط بالنيرين على ابصارنا يعني عند مقاطرتهما الارض في الاجتماع وفي سائر الاوضاع يكون اعظم من ذلك فليكن بصرنا ــ ا ــ ومركز الشمس ــ ب ــ ومركز القمر عند مايكون رأس المخروط على بصرنا ــ ج ــ وفي غير ذلك الوضع ــ د ــ وخط ــ ا ج ب ــ مستقيم ونصل ــ ب د ونخرجه من جانب ــ د ــ ونخرج السطح المار بخطي ــ ب ا ــ ب د ــ فتحدث عنه في الاكر دوائر عظام هي ــ ن ح ــ ك ط ــ م ل ــ وفي المخروط خطوط ــ ا ز ــ ا ح ــ ه ن ــ ه س ــ ونصل ــ ط ك ــ ل م ــ وليكن مدار القمر ــ ج د ــ فلأن نسبة نصف قطر دائرة ــ د ح ــ الى نصف قطر دائرة ــ ط ك ــ كنسبة ــ ا ب ــ الى ــ ا ج ــ ونسبة نصف قطر دائرة ــ ز ح ــ الى نصف قطر دائرة ــ ل م ــ كنسبة ــ ه ب ــ الى ــ ه د ــ تكون نسبة ــ ب ا ــ الى ــ ا ج ــ كنسبة ــ ب ه ــ الى ــ ه د ــ وبعد التفصيل والابدال نسبة ــ ب ج ــ الى ــ ب د ــ كنسبة ــ ج ا ــ الى ــ د ه ــ و ــ ب ج ــ اقصر من ــ ب د ــ لأن اقصر الخطوط الخارجة من ــ ب ــ الى محيط دائرة ــ ج د ــ اعني مدار القمر هو ــ ب ج ــ المار بابصارنا وهو المركز ــ فج ا ــ اقصر من ــ د ه ــ وليكن ــ د ع مثل ــ ج ا ــ ونخرج من ــ ع ــ ع ف ــ ع ق ــ المماسين لدائرة ــ م ل ــ ونصل ــ ف ق ــ فخطوط

---

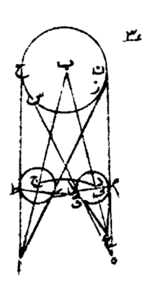
(١) الشكل الثاني ــ ٢ ــ

ـ ا ط ـ ا ك ـ ع ف ـ ع ق ـ تماس دائرتين متساويتين ونخرج من بعدين متساويين فهى متساوية وتحيط زوايا متساوية ويكون لذلك ـ ف ق ـ مساويا ـ لك ط ـ وف ق ـ اقصر من ـ م ل ـ فم ل ـ اطول من ـ ك ط ـ والدائرة التى قطرها ـ كـ ط ـ و ـ ا ب ـ عمود عليها اقصر من التى قطرها ـ م ل ـ و ـ ه ب ـ عمود عليها فاذا الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر عند مقاطرة النيرين للارض فى الاجتماع اصغر منها فى سائر الاوضاع وذلك ما اردناه (١) .

(د) لا فرق فى الحس بين الدائرة العظمى التى فى القمر وبين الفاصلة بين المضيء والمظلم من جرمه فليكن بصرنا ـ ا ـ ومركز القمر عند كون رأس المخروط المحيط به وبالشمس على بصرنا ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ وليمر سطح ما ـ باب ـ فتحدث فى القمر عظيمة ـ ج د ز ه ـ وفى المخروط خطا ـ ا ج ـ ا د ونصل ـ ج د ـ والدائرة التى قطرها ـ ج د ـ و ـ ا ب ـ عمود عليه هى اصغر الدوائر الفاصلة بين مضيء القمر ومظلمه ولنخرج من ـ ب ه ـ ب ز موازيا ـ لج د ـ فنقول لا فرق فى الحس بين الدائرة التى قطرها ـ ج د ـ وبين التى قطرها ـ ه ز ـ و ـ ا ب ـ عمود على كليهما ولنفرض كل واحدة من ـ ك ح ـ ك ط ـ مثل نصف ـ ج ه ـ ونصل ـ ا ح ـ ا ط ـ ب ح ـ ب ط ب ج ـ ب د ـ فلأن القمر يوتر جزءا من خمسة عشر من برج فهو يوتر جزءا من خمسة واربعين من ثلاثة بروج فتكون زاوية ـ ج ا د ـ جزءا من خمسة واربعين من زاوية قائمة وزاوية ـ ب ج ا ـ قائمة فزاوية ـ ج ا ب جزء من خمسة واربعين من نصف قائمة ونسبتها الى نصف قائمة اعظم من نسبة ب د ـ الى ـ ج ا ـ و ـ ج ب ـ اقل من جزء من خمسة واربعين من خط ج ا ـ فهو اذا اقل كثيرا من جزء من خمسة واربعين من خط ـ ا ب ـ وخط ج ب ـ مساو لخط ـ ب ك ـ فخط ـ ب ك ـ اقل من جزء من خمسة واربعين من خط ـ ب ا ـ واذا فصلنا يكون ـ ب ك ـ اقل من جزء من اربعة واربعين

(١) الشكل الثالث ـ ٣

من



ا ه
و ج ب

في جرمي النيرين صـ

من خط ـ ك ا ـ فخط ـ ب ح ـ اقل كثيرا من جزء من اربعة واربعين عن خط ـ ح ا ـ ونسبة خط ـ ب ح ـ الى خط ـ ح ا ـ اعظم من نسبة زاوية ـ ب ا ح الى زاوية ـ ح ب ا ـ فزاوية ـ ب ا ح ـ اقل كثيرا من جزء من اربعة واربعين من زاوية ـ ح ب ا ـ فزاوية ـ ح ا ط ـ ايضا اقل من جزء من اربعة واربعين من زاوية ـ ح ب ط ـ وزاويــة ـ ح ب ط ـ مساوية لزاويــة ـ ه ب ج ـ التى هى مثــل زاوية ـ ج ا ب ـ فزاوية ـ ح ا ك ايضا اقل من جزء من اربعة واربعين من زاوية ـ ج ا ب ـ وزاويه ـ ج ا ب ـ جزء من تسعين من قائمة فزاوية ـ ح ا ط ـ اقل من جزء من ثلاثة آلاف وتسعمائة وستين من قائمة والجزء الذى يرى من زاوية هــذا مقدارها ليس يدركه بصرنا وقوس ـ ح ط ـ مساوية لقوس ـ ج ه ـ فقوس ـ ج ه ـ يكون اخفى عن حسنا كثيرا لأنا اذا وصلنا ـ ا ه ـ يكون زاوية ـ ه ا ج اصغر من زاوية ـ ح ا ط ـ فليس بين نقطة ـ ه ـ وبين نقطة ـ ج ـ فرق فى الحس وكــذلك بين ـ ز ـ و ـ د ـ فــاذا لا فرق بين ـ ج د ـ و ـ ه ز ولا بين دائرتهما وذلك ما اردناه (١) .

اذا ظهر لنــا القمر منتصفا فى الضؤ وحينئذ حاذى بصرنا الدائرة العظمى منه يعنى تكون تلك الدائرة وبصرنا فى سطــح واحد وذلك لأن الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضىء من القمر تكون حينئذ محاذية لبصرنا الا انه لما لم يكن فى الحس فرق بين الدائرة المذكورة وبين الدائرة العظمى منه حكمنا بكون الدائرة العظمى منه محاذية لبصرنا .

(ه) القمر يتحرك فى دائرة هى اقرب الينا من دائرة الشمس واذا انتصف فى الضوء كان بعده من الشمس اقل من ربع الدائرة فليكــن البصر ـ ا ومركز الشمس ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ونخرجه الى ـ ط ـ ونخرج السطح المار ـ باب ـ وبمركز القمر اذا انتصف فى الضوء فالقطع الذى يحدث عنه فى فلك الشمس عظيمة وليكن ـ ب ج د ـ ونقيم على نقطة ـ ا ـ عمودا على ـ اب

(١) الشكل الرابع ـ ٤

وهو – د ا ج – ونقول يجب ان يكون مركز القمر عند انتصافه فى الضوء فيما بين خطى – ا ب – ا د – والا فليكن اولا بين خطى – ا ط – ا د – كمركز ه – ولتكن الدائرة العظمى منه الموازية الفاصلة بين المضئ والمظلم دايرة – ك وهى مع بصرنا فى سطح واحد ونصل – ا ه – ب ه – فاه – فى ذلك السطح وب ه – محور المخروط المحيط بالقمر والشمس وهو قائم على الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر وعلى دائرة – ك – فزاوية – ب ه ا – قائمة وزاوية ب ا ه – منفرجة وهما فى مثلث – ه ب ا – هذا خلف وايضا ليكن على خط ا د – كمركز – ز – ولتكن الدائرة العظمى منه – ل – وبالبيان المذكور يلزم ان يكون فى مثلث – ز ب ا – زاويتا – ز – ا – قائمتين هذا خلف فاذا مركز القمر عند انتصاف الضوء يكون فيما بين خطى – ا د – ا ب – .

واقول انه يقع داخل قوس – ب د – والا فليقع خارجها كنقطة – م ولتكن دائرته العظمى فى السطح المذكور – س – ونصل – ا م – ب م – وبالبيان المذكور تكون زاوية – ا م ب – قائمة فزاوية – ا ب م – اصغر من قائمة ويلزم ان يكون – ا م – اصغر من – ا ب – المساوى – لا ن – فالكل اصغر من جزئه هـذا خلف فاذا ليس مركز القمر خارج – ب د – فالقمر يتحرك دون الشمس وبعده عنها عند انتصاف الضوء اقل من الربع وذلك ما اردناه (١) .

(و) بعد الشمس من الارض اكثر من ثمانى عشرة مرة مثل بعد القمر من الارض واقل من عشرين مرة فليكن البصر – ا – ومركز الشمس – ب ونصل – ا ب – ونخرج السطح المار بخط – ا ب – وبمركز القمر عند انتصافه فى الضوء فتحدث فى فلك الشمس دائرة – ب ج د – وليمر – با – خط – ج ا د وليقم – ب د – عمودا عليه فمركز القمر فيما بين خطى – ا د – ا ب – وقوس ب د – ولتكن نقطة – ه – ونصل – ب ه – ه ا – ونقول ان – ب ا – اكثر من ثمانى عشرة مرة مثل – ا ه – واقل من عشرين مرة مثله ونتمم سطح

(١) الشكل الخامس – ه



في جرمي النيرين صح

اب زد ـ المتوازى الاضلاع ونخرج ـ اه ـ الى ـ ح ـ ونصل ـ ا ز ـ وننصف زاوية ـ زا د ـ بخط ـ ا ط ـ فلأنا وضعنا ان بعد القمر عن الشمس وقت انتصاف الضوء اقل من ربع دائرة بجزء من ثلاثين من الربع تكون قوس ـ ل ج ـ جزءا من ثلاثين من قوس ـ د ب ـ ونسبة قوس ـ ل د الى قوس ـ د ب ـ كنسبة زاوية ـ د ا ل ـ الى زاوية ـ د ا ب ـ فزاوية ل ا د ـ جزء من ثلاثين من زاوية ـ ب ا د ـ وجزء من خمسة عشر من زاوية ـ د ا ز وزاوية ـ د ا ز ـ ضعف زاوية ـ د ا ط ـ فنسبة زاوية ـ د ا ط ـ الى زاوية د ا ح ـ كنسبة الخمسة عشر الى الاثنين ونسبة خط ـ ط د ـ الى خط ـ ح د اعظم من نسبة زاوية ـ د ا ط ـ الى زاوية ـ د ا ح ـ فنسبة خط ـ د ط ـ الى خط ـ د ح ـ اعظم من نسبة خمسه عشر الى اثنين ولان خط ـ د ز ـ مساو لخط ـ د ا ـ وزاوية ـ ز د ا ـ قائمة تكون مربع ـ ز ا ـ ضعف مربع ـ ا د ـ ونسبة مربع ـ ا ز ـ الى مربع ـ ا د ـ كنسبة مربع ـ ز ط ـ الى مربع ـ ط د ـ فنسبة مربع ـ ز ط ـ الى مربع ـ ط د ـ كنسبة خمسين الى خمسة وعشرين وهى اعظم من نسبة تسعة واربعين الى خمسة وعشرين فنسبة ـ ز ط الى ـ ط د ـ اعظم من نسبة سبعة الى خمسة وبالتركيب نسبة ـ ز د ـ الى ـ ط د اعظم من نسبة اثنى عشر الى خمسة اعنى من نسبة ستة وثلاثين الى خمسة عشر ونسبة ـ ط د ـ الى ـ د ح ـ اعظم من نسبة خمسة عشر الى اثنين فبالمساواة نسبة ـ ز د ـ الى ـ د ح ـ اعظم من نسبة ستة وثلثين الى اثنين اعنى من نسبة ثمانية عشر الى واحد فخط ـ ز د ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ د ح ـ وخط ـ ز د ـ مثل ـ ا د ـ فخط ـ ا د ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط د ح ـ ونسبة ـ ا د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ا ـ فخط ـ ب ه ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ ه ا ـ فخط ـ ا ب ـ ايضا اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ ه ا ـ.

ونقول انه اقل من عشرين مرة مثله ولنجيز على ـ ل ـ خطا موازيا

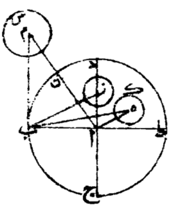
لا د – وهو – ل ك – ونرسم حول مثلث – ل ا ك – دائرة قطرها خط – ا ل لكون زاوية – ك – قائمة ونعمل فيها ضلع مسدس وهو – ا م – ولان زاوية د ا ح – جزء من ثلاثين من قائمة وجزء من ستين من قائمتين ونسبة زاوية ا ل ك – الى زاويتين قائمتين كنسبة قوس – ك ا – الى القوس الموتر للقائمتين وهى مثل نسبتها الى جميع الدائرة فقوس – ك ا – جزء من ستين من محيط الدائرة وا م – ضلع مسدس فقوس – ا م – عشرة امثال قوس – ك ا – و نسبة قوس ا م – الى قوس – ا ك – اعظم من نسبة خط – ا م – الى خط – ا ك – فخط ا م – اقل من عشرة امثال خط – ا ك – وخط – ا ل – ضعف – ا م – فخط ا ل – اقل من عشرين مرة مثل خط – ا ك – وخط – ا ل – مساو لخط ا ب – و – ا ك – مساو – لا ه – فخط – ا ب – اقل من عشرين مثلا لخط – ا ه وقد تبين انه اكثر من ثمانية عشر مرة مثله وذلك ما اردناه (١) .

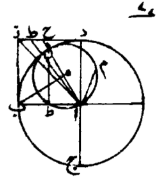
اذا انكسفت الشمس كلها بغير مكث احاط بها حينئذ وبالقمر مخروط واحد رأسه عند بصرنا وذلك لانه لما كانت الشمس تنكسف بستر القمر اياها ويكون ذلك لوقوعها فى المخروط المحيط بالقمر الذى رأسه عند بصرنا فهى اما ان تنطبق على المخروط او تفضل عليه او تنقص عنه ولو كانت تفضل لما انكسفت كلها ولو كانت تنقص لمكثت فى الكسوف فاذا تنطبق عليه ويحيط بهما مخروط واحد وذلك ما اردناه .

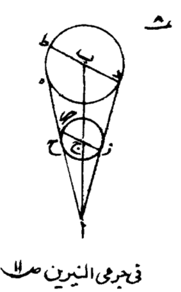
(ز) قطر الشمس اكبر من ثمانية عشر مثلا لقطر القمر واقل من عشرين مرة مثله فليكن بصرنا – ا – و – مركز الشمس – ب – ومركز القمر – ج واذا كان رأس المخروط المحيط بالقمر والشمس عند بصرنا كان خط – ا ج ب – مستقيما ولنمر به سطح فتحدث فيهما عظمتى – د ه – ز ح – وعلى المخروط خطى – د ا – ا ه – ونصل – د ب – ز ج – ونخرجهما الى – ط ك – فلان نسبة خط – ب ا – الى خط – ا ج – كنسبة خط – ب د – الى خط – ج ز بل كنسبة – د ط – الى – ز ك – وخط – ب ا – اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط

(١) الشكل السادس – ٦ – .

ع٦







في جرمي النيرين ص١١

ا ج – واقل من عشرين مرة مثله يكون خط – د ط – ايضا – اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط – ز ك – واقل من عشرين مرة مثله وذلك ما اردناه (١) .

(ح) نسبة جرم الشمس الى جرم القمر اعظم من نسبة خمسة آلاف وثمان مائة واثنين وثلثين الى واحد واقل من نسبة ثمانية آلاف الى واحد فليكن قطر الشمس – ا – وقطر القمر – ب – ولان نسبة كرة الشمس الى كرة القمر كنسبة مكعبي قطريهما وكنسبة قطريهما مثلثة بالتكرير وكانت نسبة القطر الى القطر النسبة المذكورة اخذنا مكعبي ثمانية عشر وعشرين فوجب منه ان تكون نسبة جرم الشمس الى جرم القمر اعظم من نسبة (٥٨٣٢) الى الواحد واصغر من نسبة (٨٠٠٠) اليه وذلك ما اردناه (٢) .

(ط) قطر القمر اقل من جزئين من خمسة واربعين جزءا من بعد مركز القمر من بصرنا واكثر من جزء ثلثين منه فليكن بصرنا – ا – ومركز القمر – ب – وذلك في الوقت الذي يكون رأس المخروط المحيط بالقمر والشمس على بصرنا ونصل – ا ب – وليمر به سطح فيحدث في جرم القمر عظيمة – ج د وفي بسيط المخروط – ا ج – ا د – ونصل – د ب – ونخرجه الى – ه – ونقول ان – د ه – اقل من جزئين من خمسة واربعين جزءا من خط – ا ب – واكثر من جزء من ثلثين منه وذلك لانه لما كانت زاوية – ب ا د جزءا من خمسة واربعين من نصف قائمة ونسبة زاوية – ب ا د – الى نصف قائمة اعظم من نسبة خط – ب د – الى خط – د ا – يكون خط – د ب – اقل من جزء من خمسة واربعين من خط – د ا – فيكون خط – د ب – اقل كثيرا من جزء من خمسة واربعين من خط – ا ب – فخط – د ه – ايضا اقل من جزئين من خمسة واربعين من خط – ا ب – ونقول ايضا انه اكبر من جزء من ثلثين منه ولنرسم على مركز – ا – وببعد – ا ج –

(١) الشكل السابع – ٧ – (٢) الشكل الثامن – ٨ –

دائرة فهى تمر ـ بد ـ ولتكن دائرة ـ زج د ـ وليكن ـ ج ز ـ ضلع مسدس فيها ونصل ـ ج ه ـ د ج ـ فلان زاوية ـ ج اد ـ جزء من خمسة واربعين من قائمة تكون هى جزءا من مائة وثمانين من اربع قوائم ونسبة ـ ج اد ـ الى اربع قوائم كنسبة قوس ـ ج د ـ الى جميع المحيط فقوس ـ ج د ـ جزء من مائة وثمانين من المحيط وقوس ـ ج ز ـ سدسه ـ وقوس ـ ج د ـ جزء من ثلثين من قوس ـ ج ز ـ ونسبة قوس ـ ج د ـ الى قوس ـ ج ز ـ اصغر من نسبة خط ـ ج د ـ الى خط ـ ج ز ـ لكون قوس ـ ج د ـ اصغر من قوس ـ ج ز ـ فخط ـ ج د ـ اكبر من جزء من ثلثين من خط ـ ج ز ـ اعنى من خط ـ اد ـ ولان زاوية ـ ب اد ـ القائمة مساوية لزاوية ـ د ج ه ـ القائمة وزاوية ـ د اب ـ مساوية لزاويه ـ ج د ه ـ فمثلثا ـ د اه ـ د ج ه ـ متشابهان ونسبة ـ ج د ـ الى ـ د ه ـ كنسبة ـ د ا ـ الى ـ اب ـ واذا بدلنا كانت نسبة ـ ج د ـ الى ـ د ا ـ كنسبة ـ ه د ـ الى ـ اب ـ و ـ ج د ـ اكثر من جزء من ثلثين من خط ـ د ا ـ فخط ـ ه د ـ اكبر من جزء من ثلثين من خط ـ اب ـ وذلك ما اردناه. (١)

(ى) قطر الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضئ من القمر اقصر من قطر القمر ونسبته اليه اعظم من نسبة تسعة وثمانين الى تسعين فليكن بصرنا ـ ا ـ ومركز القمر عند كون رأس المخروط المحيط بالنيرين عند بصرنا ـ ب ـ ونصل ـ اب وليمر به سطح ما فتحدث فى القمر عظيمة ـ ج د ـ وفى سطح المخروط خطى ـ اج ـ اد ـ ونصل ـ د ج ـ فهو قطر الدائرة الفاصلة ولنجيز على ـ ب خطا موازيا له وهو ـ ه ز ـ وهو قطر القمر و ـ ج د ـ اقصر من ـ ه ز ـ فنقول انهما على النسبة المذكورة ونصل ـ د ب ـ فلان زاوية ـ ب اد ـ جزء من تسعين من قائمة وزاوية ـ ب اد ـ مساوية لزاوية ـ ب د ط ـ بل لزاوية ـ د ب ه لكون ـ ج د ـ ز ه ـ متوازيين فزاوية ـ د ب ه ـ جزء من تسعين من قائمة

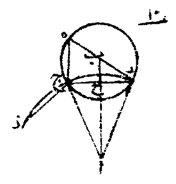
(١) الشكل التاسع ـ ٩ ـ

اعنى

ع ٩

اب

في جرمي النيرين ص١٢١



في جرمي النيرين ص١٣

اعنى من زاوية ـ ا ب ه ـ فقوس ـ ه د ـ جزء من تسعين من قوس ـ ه ح ـ وقوسا ـ د ه ـ ج ز ـ مجموعين جزء من تسعين من قوس ـ ه ح ز ـ ونسبة قوس ـ ه ح ز ـ الى قوس ـ ه د ـ ج ز ـ مجموعين نسبة تسعين الى واحد واذا قلبنا كانت نسبة قوس ـ ه ح ز ـ الى قوس ـ د ح ج ـ كنسبة تسعين الى تسعة وثمانين ونسبة قوس ـ د ح ج ـ الى قوس ـ ه ح ز ـ اقل من نسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ ه ز ـ فنسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ ه ز ـ اكبر من نسبة تسعة وثمانين الى تسعين وذلك ما اردناه (١) .

(يا) وترالقوس التى يفصلها ظل الارض من الدائرة التى يتحرك عليها طرفا قطر الدائرة الواصلة بين المضئ والمظلم من القمر اقصر من ضعف قطر الارض (٢) ونسبته الى قطر القمر اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى خمسة واربعين وهو اقصر من تسع قطر الشمس ونسبته اليه اعظم من نسبة اثنين وعشرين الى مائتين وخمسة وعشرين ونسبته الى الخط المار بمركز دائرة الشمس الذى يكون عمودا على محور مخروط الظل ويلقى ضلعى المخروط اعظم من نسبة تسعمائة وتسعة وسبعين الى عشرة آلاف ومائة وخمسة وعشرين فليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز الارض ـ ب ـ ومركز القمر ـ ل ـ وليقع كله فى الظل اول ما يقع ونصل ـ اب ولنمر سطح ـ با ب ـ و ـ ب ل ـ فتحدث فى الشمس عظيمة ـ ج ه ـ وفى الارض عظيمة ـ ز د ـ وفى القمر عظيمة ـ ط ك م ـ وعلى سطح المخروط ـ ج د ـ ه ز ـ ولتكن الدائرة التى يتحرك عليها طرفا قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر دائرة ـ ح ط ك ـ ونصل ـ ح ك ـ فهو وتر القوس التى يفصلها الظل منها ونصل خطوط ـ ب ط ـ ب ح ـ ح ط ـ ب ك ـ ك ط ـ ك ل ـ ل ط ـ ونخرج ـ ك ل ـ الى ـ م ـ وكل واحد من خطى ـ ب ط ـ ب ك ـ يماس دائرة ـ ك ط م ـ وذلك لان كل واحد من خطى ـ ط ك ـ ط ح ـ قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر وذلك لأن ظل الارض بقدر قمرين وقد نصفت قوس ـ

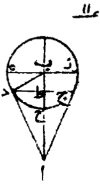
---

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ ـ (٢) صف ن ـ القمر

ح ط ك ـ بمحور ـ ا ب ط ث ـ والقمر كله قد وقع في الظل اول ما يقع والخطوط المستقيمة التي تصل بين بصرنا وبين طرفي قطر الدائرة الفاصلة بين المضيء والمظلم من القمر في الكسوفات الشمسية التامة تماس القمر لان المخروط المحيط بالقمر والشمس يكون رأسه على بصرنا فزاوية ـ ب ط ل ـ قائمة وزاوية ـ ب ن ك ـ ايضا قائمة ـ فن ك ـ مواز ـ لل ط ـ ولأن ـ ح ط ـ مساو ـ لط ك ـ يكون خطا ـ ح ط ـ ط ك ـ ضعف ـ ط ك ـ وهما اطول من ـ ك ح ـ فح ك ـ اقل من ضعف ـ ط ك ـ فهو اقل من ضعف ـ ك م ـ كثيرا .

نقول فنسبته اليه اعظم من نسبة الثمانية والثمانين الى خمسة واربعين وذلك لأنه لما كانت زاوية ـ ط ك ح ـ بل زاوية ـ ط ح ك ـ مساوية لزاوية ـ ك ط ل ـ اعني زاوية ـ ط ك ل ـ تكون زاوية ـ ح ط ك ـ الباقية مساوية لزاوية ـ ط ل ك ـ الباقية فمثلثا ـ ح ط ك ـ ك ط ل ـ متشابهان ونسبة ـ ح ك ـ الى ـ ك ط ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ك ل ـ ونسبة ـ ك ط ـ الى ك ل ـ اعظم من نسبة تسعة وثمانين الى خمسة واربعين فبالمساواة نسبة ـ ح ك الى ـ ك ل ـ اعظم من نسبة تسعة وثمانين وهو (٧٩٢١) الى مربع خمسة واربعين وهو (٢٠٢٥) وخط ـ ك م ـ ضعف ـ ك ل ـ فنسبة ـ ح ك ـ الى ك م ـ اعظم من نسبة (٧٩٢١) الى (٤٠٥٠) ونسبة (٧٫٢١) الى (٤٠٥٠) اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى خمسة واربعين وذلك لآنا ان صيرنا نسبة (٨٨) الى (٤٥) كنسبة (٧٩٢١) الى عدد آخر كان ذلك العدد اكثر من (٤٠٥٠) فنسبة ـ ح ك ـ الى ـ ك م ـ اعظم كثيرا من نسبة (٨٨) الى (٤٥) وايضا فان ـ ك ح ـ اقل من ضعف ـ ك م ـ و ـ ك م ـ اقل من جزء من ثمانية عشر من قطر الشمس و ـ ك ح ـ اقل من تسع قطر الشمس فاقول ان نسبته اليه اعظم من نسبة اثنين وعشرين الى مائة وخمسة وعشرين وذلك ان نسبة ـ ك ح ـ الى ـ ك م ـ اعظم من نسبة (٨٨) الى (٤٥) ونسبة ـ ك م ـ الى

قطر


ع١١
ز
ب
ه
د
ط
ج
ح
ا

قطر الشمس اعظم من نسبة الواحد الى العشرين التى هى مثل نسبة خمسة واربعين الى تسعمائه فبالمساواة تكون نسبة ـ ك ح ـ الى قطر الشمس اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى تسعمائة التى هى مثل نسبة اثنين وعشرين الى مأتين وخمسة وعشرين فنجيز على نقطة ـ ا ـ من خط ـ ا ب ـ خط ـ ع ف ـ عمودا عليه ونخرج خط ـ ج د ـ ه ز ـ الى نقطتى ـ ع ـ ف ـ ونقول نسبة ـ ك ح الى ـ ع ف ـ اعظم من نسبة تسعمائة وتسعة وسبعين الى عشرة آلاف ومائة وخمسة وعشرين فلنخرج من ـ ب ـ خطان مماسان لدائرة ـ ج ه ـ وهما خطا ـ ب ت ـ ب س ـ وينفذا الى ـ ق ـ ز ـ ونصل ـ ا ت ـ ت س ا س ـ فنسبة خط ـ ك ط ـ وهو قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر الى خط ـ ك م ـ وهو قطر القمر كنسبة خط ـ ت س ـ الى قطر الشمس لأن المخروط المحيط بالقمر والشمس هو الذى رأسه عند بصرنا وهذه النسبة مثل نسبة ـ ت ش ـ الى خط ـ ت ا ـ ونسبة خط ـ ط ك ـ الى خط ك م ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) فنسبة ـ ت ش ـ الى ـ ت ا ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٥) ونسبة ـ ت ش ـ الى ـ ت ا ـ كنسبة ت ا ـ الى ـ ا ق ـ لأن مثلثى ـ ا ت ش ـ ق ا ت ـ متشابهان ونسبة خط ت ا ـ الى ـ ا ق ـ كنسبة قطر الشمس الى خط ـ ق ز ـ فنسبة قطر الشمس الى خط ـ ق ز ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) ونسبة خط ـ ك ح الى قطر الشمس اعظم من نسبة (٢٢) الى (٢٢٥) فبالمساواة نسبة خط ك ح ـ الى خط ـ ق ز ـ اعظم كثيرا من نسبة الحاصل من ضرب احد المقدمين فى الآخر اعنى (٢٢) فى (٨٩) وهو (١٩٥٨) الى الحاصل من ضرب احد التاليين فى الآخر اعنى (٢٢٥) فى (٩٠) وهو (٢٠٢٥٠) واعظم ايضا من نسبة انصافهما وهما نسبة (٩٧٩) الى (١١٢٥) فنسبة خط ـ ك ح ـ الى خط ـ ع ف ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩٧٩) الى (١٠١٢٥) وذلك ما اردناه (١) .

(يب) نسبة الخط الواصل بين مركزى الارض والقمر الى الجزء منه

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ ـ .

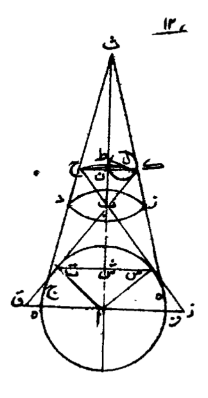
الذى يقع بين مركز القمر ووتر القوس التى يقطعها طرفا قطر الدائرة الفاصلة بين المضىٔ والمظلم من القمر بممرها فى ظل الارض اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد فنضع الاشياء التى فى الشكل الذى قبل هذا وليكن مركز القمر ـ ل ـ ونقول ان نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد فليكن اعظم دوائر القمر ـ م ن ـ ونصل ـ ح ط ـ م ن ـ ب م ـ م ل ـ فلأن ب م ـ تماس دائرة ـ م ن ـ يكون عمودا على ـ ل م ـ ولأن ـ ح ط ـ مساو ـ لم ن ـ تكون قوس ـ ح م ط ـ مساوية لقوس ـ م ط ن ـ وقوس ـ م ط ن ـ ضعف ـ م ط ـ فقوسا ـ ح م ـ م ط ـ ضعف ـ م ط ـ فقوسا ـ ح م ـ م ط ـ متساويتان وقد خرج من المركز ـ ب م ـ فهو عمود على خط ـ ح ط ـ فح ط ـ مواز ـ لل م ـ وـ ح س ـ مواز لم ع ـ فمثلثا ـ م ع ـ ل ح ـ س ط ـ متشابهان ونسبة ـ ح س ـ الى ـ م ع ـ كنسبة ـ س ط ـ الى ـ ع ل ـ وـ ح س ـ اقل من ضعف ـ م ع ـ فس ط ـ اقل من ضعف ـ ع ل ـ وـ س ل ـ اقل كثيرا من ثلاثة اضعاف ع ل ـ ونسبة ـ ع ل ـ الى ـ س ل ـ اعظم من نسبة واحد الى ثلاثة ولأن نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل م ـ اعظم من نسبه (٤٥) الى الواحد ونسبة ـ ب ل الى ـ ل م ـ كنسبة ـ ل م ـ الى ـ ل ع ـ تكون نسبة ـ ل م ـ الى ـ ل ع ـ اعظم من نسبة (٤٥) الى الواحد ونسبة ـ ل ع ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة الواحد الى الثلاثة فبالمساواة نسبة ـ ل م ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة (٤٥) الى الثلثة اعنى نسبة الخمسة عشر الى الواحد وقد تبين ان نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل م ـ اعظم من نسبة (٤٥) الى الواحد اعنى نسبة (٦٧٥) الى خمسة عشر وهو مضروب كل واحد من المقدم والتالى فى (١٥) فبالمساواة نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل س ـ اعظم من نسبة (٢٧٥) الى الواحد وذلك ما اردناه (١) .

(يج) نسبة قطر الشمس الى قطر الارض اعظم من نسبة تسعة عشر الى ثلاثة

---

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ ـ ٠

ح١٢



في جرمي النيرين ص١٦

واصغر من نسبة ثلثة و اربعين الى ستة فنضع ايضا تلك الاشياء التى فى الشكل الذى قبل هذا وليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز الارض ـ ب ـ ومركز القمر ـ ك ـ ونصل ـ اج ـ ب د ـ ونخرجهما الى ـ م ـ ل ـ ونقيم خط ا ن س ـ على ـ ا ب ـ عمودا ونخرج خطى ـ د ج ـ زه ـ اليه فيلقيانه على نقطتى ـ ن س ـ ونقول نسبة ـ ج م ـ الى ـ ل د ـ هى كما ذكرنا فلان نسبة ا ب ـ الى ـ ب ك ـ اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد تكون نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ع ـ اعظم كثيرا من نسبة (١٨) الى الواحد وبالتركيب نسبة ـ ا ع ـ الى ـ ع ب ـ اعظم كثيرا من نسبة (١٩) الى الواحد وبالقلب نسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ب ـ اقل من نسبة (١٩) الى (١٨) ولان خط ـ ح ط ـ اقصر من تسع خط ـ ج م ـ فجم ـ اطول من تسعة امثال ـ ح ط ـ ونسبة ـ ج م ـ الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة (٩) الى الواحد فنسبة ن س ـ الى ـ ح ط ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩) الى الواحد ونسبة ن س ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ ا ف ـ الى ـ ف ع ـ فنسبة ـ ا ف ـ الى ـ ف ع ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩) الى الواحد وبالقلب نسبة ـ ف ا ـ الى ـ ا ع ـ اصغر من نسبة (٩) الى (٨) ونسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ب اصغر من نسبة (١٩) الى (١٨) فبالمساواة نسبة ـ ف ا ـ الى ـ ا ب ـ اصغر من نسبة مضروب (٩) فى (١٩) وهو (١٧١) الى مضروب (٨) فى (١٨) وهو (١٤٤) فلذلك يكون اصغر من نسبة (١٩) الى (١٦) وبالقلب نسبة ا ف ـ الى ـ ف ب ـ اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) تقول وهى اصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) فلان نسبة ـ ب ك ـ الى ـ ك ع ـ اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد فبالقلب نسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ع ـ اصغر من نسبة (٦٧٥) الى (٦٧٤) ونسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ك ـ اصغر من نسبة (٢٠) الى الواحد التى هى مثل نسبة (١٣٥٠٠) الى (٦٧٥) فبالمساواة نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ع ـ اصغر من نسبة (١٣٥٠٠) الى (٦٧٤) بل من نسبة نصفها وهو

(٦٧٥٠) الى (٣٣٧) وبالتركيب نسبة ـ ا ع ـ الى ـ ا ب ـ اعظم من نسبة (٧٠٨٧) الى (٦٧٥٠) ولان نسبة ـ س ن ـ الى ـ ح ط ـ اصغر من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩٧٩) ونسبة ـ س ن ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ ا ف ـ الى ـ ف ع ـ تكون نسبة ـ ا ف ـ الى ـ ف ع ـ اصغر من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩٧٩) وبالقلب نسبة ـ ف ا ـ الى ـ ا ع ـ اعظم من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩١٤٦) ونسبة ـ ا ع ـ الى ـ ا ب ـ اعظم من نسبة (٧٠٨٧) الى (٦٧٥٠) فبالمساواة نسبة خط ـ ف ا ـ الى ـ ا ب ـ اعظم من نسبة ضرب (٧٠٨٧) فى (١٠١٢٥) وهو (٧١٧٥٥٨٧٥) الى ضرب (٩١٤٦) فى (٦٧٥٠) وهو (٦١٧٣٥٥٠٠) وهى اعظم من نسبة (٤٣) الى (٣٧) فنسبة ـ ف ا ـ الى ا ب ـ اعظم من نسبة (٤٣) الى (٣٧) ـ وبالقلب نسبة ـ ا ف ـ الى ـ ف ب ـ اعنى نسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) (١) .

وعلى جهة اخرى

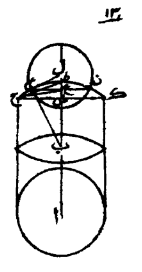
لان نسبة ـ ف ا ـ الى ـ ا ب ـ اعظم من نسبة (٧١٧٥٥٨٧٥) الى (٦١٧٣٥٥٠٠) فبالقلب نسبة ـ ا ف ـ الى ـ ف ب ـ اعنى نسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبه (٧١٧٥٥٨٧٥) الى (١٠٠٢٠٣٧٥) وهى اقل من سبع مرات وسدس مرة فنسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبة (٤٣) الى ستة وذلك ما اردناه .

(يد) نسبة الشمس الى الارض اعظم من نسبة (٦٨٥٩) الى (٢٧) واصغر من نسبة (٧٩٥٠٧) الى (٢١٦) وليكن قطر الشمس ـ ا ـ وقطر الارض ـ ب ـ فلان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة تسعة عشر الى ثلثة واصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) صارت نسبة مكعب ـ ا ـ الى مكعب ب ـ اعظم من نسبة مكعب (١٩) الى مكعب (٣) واصغر من نسبة مكعب (٤٣) الى مكعب (٦) وهى الاعداد المذكورة فنسبة الاجرام على ماذكرنا وذلك ما ردناه(٢) .

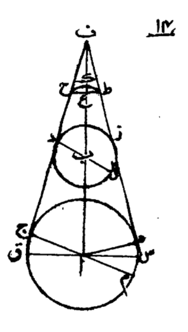
---

(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ (٢) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ ـ (يه)

١٣



١٤



في جرمي النيرين ص١٨

ع ۱۵

ا | ب

ع ۱۶

ا | ب | ج

فی جرمی المنیرین ص ۱۹

(يه) نسبة قطر الارض الى قطر القمر اعظم من نسبة (١,٠٨) الى (٤٣) واقل من نسبة (٦٠) الى (١٩) فليكن قطر الشمس ـ ا ـ وقطر الارض ـ ب ـ وقطر القمر ـ ج ـ فلان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اقل من نسبة (٤٣) الى (٦) فبالخلاف نسبة ـ ب ـ الى ـ ا ـ اعظم من نسبة (٦) الى (٤٣) اعنى نسبة (١٠٨) الى (٧٧٤) وذلك لضربهما فى (١٨) ونسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد وهى نسبة (٧٧٤) الى (٤٣) فبالمساواة نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة (١,٠٨) الى (٤٣) وايضا لان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) فبالخلاف نسبة ـ ب ـ الى ـ ا ـ اصغر من نسبة (٣) الى (١٩) وهى نسبة (٦٠) الى (٣٨٠) ونسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ اصغر من نسبة (٢٠) الى الواحد وهى نسبة (٣٨٠) الى ـ (١٩) فبالمساواة نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اصغر من نسبة (٦٠) الى (١٩) وذلك ما اردناه(١).

(يو) نسبة الارض الى القمر اعظم من نسبة (١٢٥٩٧,٢) الى (٧٩٥٠٧) واصغر من نسبة (٢١٦٠٠٠) الى (٦٨٥٩) فليكن قطر الارض ـ ا ـ وقطر القمر ـ ب ـ وذلك لان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة (١,٠٨) الى (٤٣) واصغر من نسبة (٦٠) الى (١٩) فنسبة الجرم الى الجرم على ماذكرنا فى مكعبات هذه الاعداد وذلك ما اردناه (٢).

(يز) نسبة بعد رأس مخروط الظل عن مركز القمر اذا كان القمر على سهم المخروط المحيط بالشمس والارض الى بعد مركز القمر عن مركز الارض اعظم من نسبة (٧١) الى (٣٧) واصغر من نسبة الثلثة الى الواحد فليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز الارض ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ وليمر بهسطح فيحدث فى الشمس عظيمة ـ ه د ـ وفى الارض عظيمة ـ ز ح ـ وفى المخروط خطا ـ ج د ـ ج ه ـ وليكن مركز القمر ـ ط ـ ونصل ـ د ا ـ ز ب ـ ونخرجهما الى ـ ك ل ـ فلان نسبة ـ د ك ـ الى ـ ز ل ـ اقل من نسبه (٤٣) الى (٦) تكون نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كذلك وبالخلاف نسبة ـ ب ج ـ الى ـ

(١) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ ـ (٢) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ

ج ا ـ اعظم من نسبة (٦) الى (٤٣) و بالتفصيل نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا ـ اعظم من نسبة (٦) الى (٣٧) وقد مران نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ط ـ اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد فبا لمساواة نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ط ـ اعظم من نسبة ضرب (٦) فى (١٨) وهو (١٠٨) الى ضرب (٣٧) فى الواحد وبالتفصيل نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ب ط ـ اعظم من (٧١) الى (٣٧) وايضا فنسبة ـ د ك ـ الى ـ ز ل ـ كانت اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كذلك وبالخلاف نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ اصغر من نسبة (٣) الى (١٩) وبالتفصيل نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا ـ اصغر من نسبة (٣) الى (١٦) ونسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ط ـ ايضا اصغر من نسبة (٢٠) الى الواحد فبالمساواه نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ط ـ اصغر من نسبة (٦٠) الى (١٦) اعنى من نسبة(١٥)الى (٤) وبالتفصيل نسبة ـ ج ط ـ الى ط ب ـ اصغر من نسبة (١٢) الى (٤) اعنى من نسبة (١٣) الى الواحد وذلك ما اردناه (١) .

تم كتاب ارسطارخس فى جرمى النيرين وبعديهما وفرغ المصنف رحمة الله عليه ـ ز ب ـ يه ه ـ خنج ـ .

والكاتب من كتابته يوم الخميس السادس والعشرين من رمضان السنة المذكورة . حامدا ومصليا فى مدينة تبريز

(٢) (ارسطرخس واصله ارشطو ومعناه الصالح وارخش ومعناه الرأس فركبو واسقطوا الواو والالف تخفيفا) .

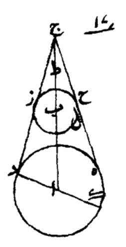
كتب على رسالة لابن الهيثم فى تربيع الدائرة .

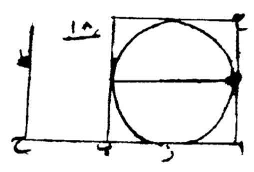
اقول على هذه المقالة لوكفى فى اثبات هذا المطلوب وهوانه من الممكن ان يكون سطح الدائرة مساويا لسطح مربع مستقيم الخطوط اثبات امكانه بالوجه الذى ذكره لكان له عن جميع هذا التطويل غنى بهذا القدر من البيان وهوان يقال .

---

(١) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ (٢) هذه زيادة من نسخة ـ ر ـ وليست فى صف .

لكن


١٢
ج
ط
ز
ح
ب
ل
د
ه
ا
ك



في جرمي النيرين ص ١١

ليكن ـ ا ب ـ خطا معلوما وليعمل عليه مربع ـ ب ج ـ فهو معلوم وفيه دائرة ـ د ه ـ فهى معلومة لكون قطرها وهو ـ د ه ـ المساوى ـ لا ب معلوما ولان الدائرة جزء معلوم من كل معلوم هو المربع يكون لها اليها نسبة فليكن كنسبة ـ ب ا ـ الى ـ ب ز ـ ونخرج ـ ب ح ـ وسطا فيما بينهما فى النسبة لتكون نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ح ـ كنسبة ـ ب ح ـ الى ـ ب ز ونعمل على ـ ب ح ـ مربع ـ ب ط ـ فتكون نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ اعنى نسبة مربع ـ ب ج ـ الى دائرة ـ د ه ـ كنسبة مربع ـ ب ج ـ الى مربع ب ط ـ فنسبة مربع ـ ب ج ـ الى دائرة ـ د ه ـ والى مربع ـ ب ط ـ واحدة فدائرة ـ د ه ـ مساوية لمربع ـ ب ط ـ فاذا وجدنا ما طلبنا (١) .

وليس هذا مما يوجب كل هذا الخبر للمتقدمين ولا للتاخرين فيه (٢).

تم الكتاب بعونه تعالى

(١) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ (٢) كذا .

كتاب الكرة والاسطوانة

لارشميدس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى
فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لازالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

رب أنعمت فزد

اقول

بعد تحميد الله وتمجيده والصلاة على محمد وآله المصطفين من عبيده انى كنت فى طلب الوقوف على بعض المسائل المذكورة فى كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس زمانا طويلا لكثرة الاحتياج اليه فى المطالب الشريفة الهندسية الى ان وقعت الى النسخة المشهورة من الكتاب التى اصلحها ثابت بن قرة وهى التى سقط عنها بعض المصادرات لقصور فهم ناقله الى العربية عن ادراكه وعجزه بسبب ذلك عن النقل فطالعتها وكان الدفتر سقيما لجهل ناسخه فسددته بقدر الامكان وجهدت فى تحقيق المسائل المذكورة فيه الى ان انتهيت الى المقالة الثانية وعثرت على ما اهمله ارشميدس من المقدمات مع بناء بعض مطالبه عليه فتحيرت فيه وزاد حرصى على تحصيله فظفرت بدفتر عتيق فيه شرح اوطوقيوس للعسقلانى لشكلات هذا الكتاب الذى نقله اسحق بن حنين الى العربية نقلا على بصيرة وكان فى ذلك الدفتر ايضا متن الكتاب من صدره الى آخر الشكل الرابع عشر من المقالة الاولى ايضا من نقل اسحق وكان ما يذكره اوطوقيوس فى اثناء شرحه من متن الكتاب مطابقا لتلك النسخة فوجدت من ذلك الدفتر ما كنت اطلبه ورأيت ان احرر الكتاب على الترتيب واخص معانيه وابين مصادراته التى انما تتبين بالاصول الهندسية واورد المقدمات المحتاج اليها فيه

واذكر شرح ما اشكل منه مما اورده الشارح اوطوقيوس او استفدته من سائر كتب اهل هذه الصناعة واميز بين ما هو من متن الكتاب وبين ماليس منه بالاشارة الى ذلك واثبت اعداد الاشكال على حاشتها بالروايتين فان اشكال المقالة الاولى فى نسخة ثابت ثمانية واربعون وفى نسخة اسحاق ثلاثة واربعون ففعلت ذلك والحقت بآخرها مقالة ارشميدس فى تكسير الدائرة فانها كانت مبنية على بعض المصادرات المذكورة فى هذا الكتاب وسألت الله تعالى التوفيق لاكتساب ما يرضيه انه خير موفق ومعين .

المقالة الاولى

صدر الكتاب

افتتح ارشميدس كتابه بأن قال مخاطبا بواحد من اهل زمانه اسمه ذوسيثاوس سلام عليك قد ارسلت اليك قديما ما اثبت لى بالبرهان وهو ان كل قطعة يحيط بها خط مستقيم وخط منحن من محيط قطع قائم الزاوية يعنى القطع المكافى على ما ذكر اوطوقيوس فى الشرح فهى مثل وثلث مثلث يساوى قاعدته قاعدة القطعة وارتفاعه ارتفاعها واريد الآن ان اذكر البرهان على مسائل ذات قدر قد تقرر لى .

وهى ان سطح كل كرة فهو اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها وان سطح كل قطعة كرة مساوية للدائرة التى يساوى نصف قطرها الخط المستقيم الخارج من رأس تلك القطعة الى محيط قاعدتها وان كل اسطوانة تساوى قاعدتها اعظم دائرة تقع فى كرة وارتفاعها قطر تلك الكرة فهى مثل ونصف تلك الكرة وسطحها مع قاعدتها ايضا مثل ونصف سطح تلك الكرة .

وهذه اعراض اولية بالطبع لهذه الاشكال لكنها مما جهله من تقدمنا من المهندسين ولست اخاف من ان يضاف ذلك الى ما وجده غيرى من اهل هذا العلم ويقاس به على ان الفرق بينهما ليس بيسير فقد وجد اوذكسس فى المجسمات ان كل شكل نارى فانه يساوى ثلث منشور يكونان على قاعدة واحدة

وبارتفاع واحد وفى بعض النسخ ان كل مخروط مستدير فانه يساوى ثلث اسطوانة مستديرة يكون حالها ذلك فان ذلك وان كان ايضا بالطبع لهذين الشكلين كان مما جهله جميع من تقدمه من المهندسين مع نبالة قدر كثير منهم وقد كنت احب ان لو استخرج مثل هذا وقونن فى الاحياء فقد كان يمكن له ان يمر ذلك ويقول فيه بقدر استحقاقه .

اقول اظن ان هذا الشخص هو الذى سيذكره فى صدر المقالة الثانية قال ثم انى لما وجدت قبولها التى يتألف لى صحيحا اظهرته وانفذته اليك فليمتحنه من يقوى على ذلك من المتبحرين فى التعاليم وابتدأت بالقضايا الواجب قبولها التى يتألف البرهان منها والسلام عليك .

الحدود

قال الخطوط المحدبة المتناهية الكائنة فى سطح هى التى اذا وصل من اطرافها بخطوط مستقيمة كانت اما ان يقع باسرها فى جانب واحد من الخطوط المستقيمة واما ان لايقع فيها شئ فى الجانب الآخر منها .

اقول الخط المحدب هو كل ما ليس بمستقيم على الاطلاق سواء كان مؤلفا من خطوط مستقيمة متصلة على زوايا اوكان قوسا من دائرة اومنحنيا مما يحيط باحدى القطوع الثلاثة اومركبا بعضه مستقيم وبعضه غير مستقيم اوملتويا فى الجهات اوغير ذلك مما يمكن وجوده فان الخط المحدب اعم من جميع ذلك وانما قيده بالتناهى ليمكن ان يوصل بين طرفيه بخط مستقيم يتحد طرفاه بطرفيه وقيده بالكون فى سطح ليتحدد له جانبان فان الخطوط الملتوية التى لاتقع فى سطح واحد يكون له جوانب غير متعددة بحسب اعتبار وقوع اجزائها فى السطوح المختلفة ثم ان المحدب الموصوف لا يمكن ان ينطبق على المستقيم الذى يكون اطرافها متحدة بل اما ان يقع بالاسر فى احد جانبى المستقيم اويقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه منطبقا عليه اويقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه فى الجانب الآخر او يقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه فى الجانب الآخر وبعضه

١/

ا ج د و ب

٢/

ا ج د ه ز ح ب

الكرة والاسطوانة صه

منطبقا عليه وارشميدس خصص المحدب الموصوف اصطلاحا بالذى لا يقع اجزاؤه فى الجانبين معا بل اما ان يقع بالاسر فى احد الجانبين اويقع بعضه فيه وبعضه منطبق على المستقيم فيصدق عليه انه لايقع شئ منه فى الجانب الآخر قال واسمى كل خط محدب تقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اى نقطتين يمكن ان يفرضا عليه اما كلها فى احد جانبيه واما بعضها فى احد جانبيه والبعض الآخر منطبقا عليه ولايقع شئ منها فى الجانب الآخر بالخط العميق الى ذلك الجانب .

اقول إذا كان للخط المحدب حدبة واحدة او حدبات كثيرة كلها الى جانب واحد منه فهو عميق الى ذلك الجانب اما الذى يكون بعض حدباته الى جانب منه والبعض الآخر الى الجانب الآخر فلا يكون كذلك والعميق الى جانب اخص من المحدب بحسب الاصطلاح المذكور وذلك ان كل عميق الى جانب فهو محدب بذلك الاصطلاح والخط الذى له حدبات الى الجانبين ولم يقطع شئ من حدباته الخط المستقيم الواصل بين طرفيه يكون محدبا بحسب الاصطلاح ولا يكون عميقا اما اذا قطعه شئ من حدباته فلا يكون عميقا ولا محدبا ، مثال المحدب الذى لا يكون عميقا الى جانب ـ خط ـ ا ج ـ د ه ب ـ الواصل بين طرفيه خط ـ ا ب ـ المستقيم على هذه الصورة (١) ومثال الذى لايكون عميقا ولا محدبا خط ـ ا ج د ه ز ح ب ـ الواصل بين طرفيه خط ـ ا ب ـ وقد قطعه الاول على نقطتى ـ د ز ـ على هذه الصورة (٢) وكذلك ايضا السطوح المحدبة هى التى ليست فى سطح مستو لكن اطرافها فى سطح مستو وهى اما ان يكون بالاسر فى احد جانبى ذلك السطح المستوى واما ان لا يكون شئ منها فى الجانب الآخر واسمى كل سطح محدب تقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اى نقطتين يمكن ان يفرضا عليه اما كلها فى احد جانبيه واما بعضها فى جانب واحد والبعض الآخر منطبقا عليه ولا يقع شئ منها فى الجانب الآخر بالسطح العميق الى ذلك

---

(١) الشكل الاول ـ ا ـ (٢) الشكل الثانى ـ ٢

الجانب .

واقول وتسهل تصور هذين الحدين مما مر فى الخطوط ـ قال واذا قطع مخروط كرة وكان رأسه على مركزها فانى اسمى الشكل الذى يحيط به سطح المخروط ومايحوزه سطح المخروط من سطح الكرة بالقطاع المجسم واذا كان مخروطان مستديران على قاعدة واحدة وكان رأساهما عن جانبى سطح القاعدة ومحوراهما متصلين على الاستقامة فانى اسمى الشكل المركب منها رميسا(١) مجسما يعنى معينا مجسما .

القضايا التى يجب الاقرار بها

يعنى المصادرات

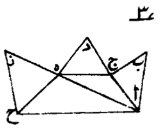
قال الخطوط المتحدة النهايات فأقصرها المستقيم والتى هى منها عميقة الى جانب واحد ويكون لا محالة بعضها مع الخط المستقيم الواصل بالطرفين محيطا بالبعض الآخر احاطة امابالاسر وامابشىء من الأجزاء وذلك اذا كان الباقى بشىء من الأجزاء مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط منها اقصر من المحيط .

اقول هذه المصادرة محتاجة الى بيان وذلك لأن اوضح جزئياتها وابسطها هو ما بين بالبرهان فى الشكل العشرين والحادى والعشرين من المقالة الاولى من كتاب الاسطقسات وليس من حق المصادرات ان تبين فى العلوم التى تصدر بها لكن لما كان بيان هذه المصادرة هندسيا ولم يكن بتمامه مذكورا فى شىء من الكتب المشهورة كما ينبغى وجب ان يشار الى ذلك كيلا يكون ما فى الكتاب مبنيا على حكم غير واضح .

فأقول ان كانت الخطوط المحدبة والعميقة المذكورة هاهنا مؤلفة من الخطوط المستقيمة الكثيرة فالحكم يتضح بأدنى بيان امافى المحدبة والمستقيمة

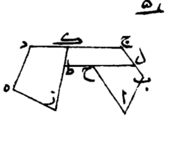
(١) كذا وبهامش صف ـ ج ـ رهميس يونانيست ومرادازان معين است .

ش٣



ا ب ج د ه ز

ش٥



الكرة والاسطوانة صٮ

فأن يوصل بين كل حدين متباينين من كل خطين يتصلان على حد مشترك فى المحدب بخط مستقيم وتبين انه اقصر منهما وهكذا الى ان ينتهى الى الخط المستقيم فيتضح انه اقصر من الكل مثاله ليكن ـ ا ب ج د ه ز ح ـ محدبا مؤلفا من خطوط مستقيمة هى خطوط ـ ا ب ـ ب ج ـ ج د ـ د ه ـ ه ز ـ ز ح ـ والواصل بين طرفيه ـ ا ح ـ المستقيم فنصل ـ ا ج ـ وتبين انه اقصر من ـ ا ب ـ ب ج ـ وكذلك ـ ج ه ـ ه ح ـ فيكون جميع ـ ا ج ـ ه ح ـ اقصر من المحدب الاول ونصل ـ ا ه ـ وتبين انه اقصر من ـ ا ج ـ ج ه ـ فيكون ـ ا ه ح ـ اقصر من ـ ا ج ه ح ـ و ـ ا ح ـ اقصر من ـ ا ه ح ـ فاذا ـ ا ح ـ اقصر كثيرا من المحدب الاول (١) وكذلك ان كان البعض محدبا والبعض مشتركا كما اذا كان المحدب ـ ا ب ج د ه ز ـ والمستقيم ـ ا ز ـ والمشترك ـ ج د ـ فى الوسط وكذلك ان كان فى احد الطرفين (٢) واما فى الخطوط العميقة فبأن يخرج كل واحد من اضلاع العميق الداخل الى الخارج فتحدث خطوط عميقة اخرى وتبين انها اقصر من الخارج واحدا بعد واحدا الى ان ينتهى الى الداخل فتبين انه اقصر من الكل فيكون اقصر كثيرا من الخارج ـ مثاله ليكن ـ ا ب ج د ه ز ـ العميق الخارج و ـ ا ح ط ز ـ العميق الداخل ويخرج ـ ز ط ـ الى ـ ك ـ فيكون ـ ز ك ـ المستقيم اقصر من محدب ـ زه د ك ـ وجميع عميق ـ ز ك ج ب ا ـ اقصر من العميق الخارج وايضا يخرج ـ ط ح ـ الى ل ـ فيكون ـ ط ل ـ المستقيم اقصر من محدب ـ ط ك ج ل ـ وجميع عميق ـ ز ط ل ب ا ـ اقصر من عميق ـ ز ك ج ب ا ـ وايضا ـ ا ح ـ المستقيم اقصر من محدب ـ ا ب ل ح ـ فعميق ـ ز ط ح ا ـ الداخل اقصر من عميق ـ ز ط ل ب ا ـ فاذا هو اقصر كثيرا من العميق الخارج (٣) وعلى هذا القياس .

(١) الشكل الثالث ـ ٣ (٢) الشكل الرابع ـ ٤ (٣) الشكل الخامس ـ ٥ .

واعلم ان الحكم غير واجب مع اختلال كل واحد من الشرطين المذكورين اعنى اتحاد الطرفين وكون المحدبين عميقين الى جانب فليكن لبيان الاول ـ ا ب ـ ب ج ـ محيطين بزاوية منفرجة ولنعلم على خط ـ ب ج ـ نقطة ـ د ـ كيف وقعت ونفصل ـ دا ـ ونفصل من ـ د ا ـ الاطول ـ د ه مثل ـ ب ا ـ الاقصر وننصف ـ ه ا ـ على ـ ز ـ ونصل ـ ز ج ا ج ـ فج ا ـ اقصر من ـ ج ز زا ـ اعنى ـ ج ز ـ ز ه ـ ونزيد عليهما ـ ه د ـ ا ب ـ المتساويين فيكون جميع ـ ج ا ب ـ اقصر من جميع ـ ج ز د ـ لكن ـ ج ا ب و ـ ج ز د ـ عميقان الى جانب قد صار المحيط بهما اقصر من المحاط به وانما كان ذلك لتباين طرفى ـ ب د (١).

وليكن لبيان الثانى ـ ا ب ج د ه ز ـ و ـ ا ح ب ج ط د ه ك ز ـ محدبين متحدتى الاطراف والمحيط منهما اعنى الاول اقصر من المحاط وانما كان ذلك كذلك لانهما ليستاعميقين الى جانب واحد فهذا ما اردنا بيانه فى المؤلفة من الخطوط المستقيمة.

اما اذا كان المحدب غير مؤلف الخطوط المستقيمة بل كان اما قوسا من دائرة اوقطعة من محيط قطع ما او منحنيا غير ذلك فنقول فيه اولا من المشهور ان الطول والقصر فى الخطوط بل العظم والصغر والمساواة فى جميع المقادير انما يتحقق بتطبيق احد مقدارين متجانسين على الآخر اما فى الذهن واما فى الخارج حتى اذا لم يفضل احدها على الآخر فى جهة من الجهات تحقق المساواة بينهما واذا فضل احدهما تحقق العظم للفاضل والصغر للمفضول من حيث هما كذلك (٢) فان كان هذا هكذا فمن الواجب ان يبحث عن الخطوط المستقيمة والمستديرة هل يمكن ان يتطابقا ام لا حتى لو امكن لأمكن الحكم على احدهما بالطول والقصر والمساواة عند قياسه الى الآخر والا فلاوكذلك فى السطوح.

قال قوم بامتناع تطابقهما فان ذلك يستدعى اما زوال الاستقامة من

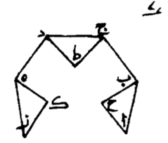
---

(١) الشكل السادس ـ ٦ (٢) الشكل السابع ـ ٧.

يط

ا
ب د ج

ك



الكرة والاسطوانة صش

المستقيم وطريان الانحناء عليه اوبالعكس فى المستدير وكلاهما محال وذلك لأن الاستقامة والانحناء ليسا من العوارض الزائلة للخطوط بل هما فصلان اومما هو بمنزلة الفصول فلذلك حكم الفيلسوف بكون الخط المستقيم نوعا مخالفا للخطوط المنحنية وكل واحد من المنحنيات المخالفة نوعا مخالفا للباقية واشخاص كل نوع انما يكون مما يمكن ان يتطابق بعضها على بعض .

وقال قوم آخر انا نعلم ان احد التطبيقين ليس بماهية للمساواة ولا للعظم ولا للصغر ولا ايضا بمقوم لتلك الماهيات فان المقدارين يمكن ان يتساويا او يتفاوتا فى نفس الامر من غير أن ينطبق احدهما على الآخر او يتوهم تطبيقهما وان كان من شأنهما امكان تطبيق احدهما على الآخر فان كان ولابد فلعل التطبيق اوامكانه طريق الى معرفة المساواة اوالتفاوت ولايجب من انعدام الطريق الى معرفة الشيء انعدام الشيء فى نفسه ثم ان كان لامكان التطبيق مدخل فى تحقق ماهية المساواة اوالتفاوت لكان الحكم بامتناعه بين المستقيم والمستدير مما يحتاج الى برهان .

ونحن نقول المستقيم يمكن ان ينطبق على المستدير اوالمنحنى من غير زوال الاستقامة عنه اوطريان الانحناء عليه وذلك بأن تحرك محيط دائرة على خط مستقيم مماسه بأن يدار عليه الى ان يعود الى مبدئها فيكون المبدؤ والمنتهى من الخط المستقيم نقطتان بينهما خط مستقيم ومن المستدير نقطة واحدة ويكون ذلك الخط المستقيم مساويا لمحيط المستدير اذلايوجد فيما بين المبدأ والمنتهى من المستقيم نقطة الا وقد ماس بها نقطة من المستدير الا ان هذا التطبيق لايكون قار الذات ولادفعة واحدة بل انما يحصل منه شيء بعد شيء ويتم فى زمان هى زمان الحركة وليس من شرط التطبيق ان يحصل دفعة اويكون تطبيق جميع اجزاء المتطابقين معا فى زمان واحد ـ قالوا وبهذا الوجه يمكن فى السطوح ايضا تطبيق سطح الاسطوانة والمخروط المستديرين على بسيط مستو لامكان التماس بينهما على خط مستقيم فيكون ما بين الخطين من البسيط اللذين عليهما مماسان فى

مبدء الحركة ومنتهاها مساويا لسطح الاسطوانة او المخروط واما فى الكرة فلا يمكن ان ينطبق سطحها الا عـلى مقعر كرة مساوية لها وقد يمكن ان يماس مقعر اسطوانة اومخروط مستديرين بدائرة ولـكن اذا امكن ان يسـاوى خط مستدير خطا مستقيما (١) اوسطح اسطوانى اومخروط مستدير سطحا مستويا امكن ايضا ان يساوى سطـح كرة سطحا آخرغيره مما لا ينطبق عليه فان المساواة قد ثبتت فى كثير من المقادير التى لا يمكن تطبيق بعضها على بعض لا فى الخارج ولا فى التصور مثلا كما قد ثبت بالبرهان ان الدائرة التى يساوى نصف قطرها وترزاوية قائمة يساوى مجموع الدائرتين اللتين يساوى نصفا قطريهما الضلعين المحيطين بها .

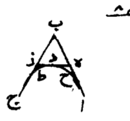
وبالجملة فهذا بحث طويل خارج عما نحن فيه انما يجب على الفيلسوف ان يحققه ويكفينا فى هذا الموضع ان نتساهل ونفرض بدل الخط المنحنى خطا مؤلفا من خطوط كثيرة صغار جدا فى اقصى غاية ما يمكن ان يكون من الصغر يتألف عند زوايا متقاربة جدا فى غاية ما يمكن ان يكون من التقارب بحيث لا تتمايز الاضـلاع ولا الزوايا فى الحس بل يكون كأنه ذلك الخط المنحنى بعينه اذ لا يكون بينهما تميز حسي اصلا ويصح الحكم بالتحقيق من غير خلاف عـلى ذلك الخط عند قياسه الى خط آخر مستقيم بكونه اطول اواقصر منـه اومساويا له واذا حكمنا على ما يكون فى الحس غير متمايز عن المنحنى المفروض بكونه مساويا اومتفاوتا لغيره كان الحكم فى الحس عليه نفسه .

واما العقل فيوشك ان يندرج من ذلك الى الحكم على المنحنى ايضا لوكان من شأنه ان يصح ذلك الحكم عليه فى نفس الامروقس على ذلك الحكم فى السطوح واذا اكتفينا بذلك فلنرجع الى ما كنا فيه .

ونقول اما بيان كون الخط المستقيم الواصل بين طرفى قوس اقصر منه فبأن ننصف القوس ونصل وتريها ونبين ان الوتر الاول اقصر منهما وننصف

---

(١) صف ق ـ مستديرا اوسطح اسطوانى مستدير .



الكرة والاسطوانة ص١١

كل واحد من النصفين ونصل اوتارهما ونبين ان الوترين اقصر منهما وهلم جرا بنصف الأجزاء مرة بعد اخرى مرات لايحصى عددها كثرة الى ان يحصل خط محدب مؤلف من اوتار صغار كما وصفنا بحيث لا يتمايز فى الحس عن القوس الاولى فيتطهر الحكم بكون الوتر الاول اقصر منه ويكاد ان يحصل فى العقل حكم يقهنى بكون الوتر اقصر من قوسه على تقدير ان يصح الحكم عليه بالقصر عند قياسه اليها وكذلك البيان فى سائر الخطوط المنحنية بغرض نقط غير محصورة عليها واخراج الخطوط المستقيمة منها تارة بعد اخرى وفى بيان ان اقرب العميقين المنحنين فى جانب واحد من الخط المستقيم الواصل بين اطرافهما المتحدة اقصر من ابعدهما ايضا وكذلك فى العميق المنحنى والعميق المؤلف من الخطوط المستقيمة لكن العميق المنحنى اذا كان محاطا بالمستقيمى وجب ان نخرج بدل الاوتار خطوطا مماسة للمنحنى مثلا ليكن العميق ـ اب ج ـ المستقيمى محيطا بعميق ـ ادج ـ القوسى ولنفرض ـ د ـ على قوس ـ ادج ـ اما على منتصفها اوعلى موضع آخر يقرب منه كيف اتفق ولنخرج من نقطة ـ د ـ خط ـ ه د ز ـ المماس للقوس الى ان يصل الى نقطتى ـ ه ز ـ من خطى ـ اب ـ ب ج ـ(١) ثم لنفرض نقطتى ـ ح ط ـ على قوسى ـ اد ـ د ج ـ كما فرضنا اولا ونخرج منهما خطين مماسين لهما واصلين بين المستقيمين وهكذا مرة بعد اخرى الى ان يحصل عميق مؤلف من خطوط صغار مستقيمة تشبه قوس ـ ادج ـ فى الحس ونبين انه اقصر من عميق ـ اب ج ـ فيكاد ان يحكم العقل بكون القوس اقصر منه ايضا لو امكن الحكم عليها بذلك واخراج الخطوط المماسة من النقط فى الدوائر والقطوع ممكن كما ذكره اوقليدس وابلونيوس فى اصولهما واما فى سائر المنحنيات فلانحتاج الى تحقيق بل يكفى فيها التقريب اذ كان الموصل الى الحكم العقلى هو المشابهة الحسية الحاصلة من التقريب فى ذلك .

قال وكذلك ايضا فان البسيطات المتحدة النهايات التى تكون عميقة

---

(١) الشكل الثامن ـ ٨ .

الى جانب واحد تكون غير متساوية والمحيط منها بغيرها احاطة اما بالاسر و اما بالبعض اذا كان البعض الآخر مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط به منها اصغر من المحيط .

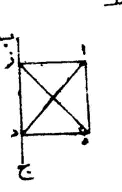
اقول ولنبين هذا الحكم فى السطوح بمثل ما بينا فى الخطوط ونبدأ بالعميقات المؤلفة من السطوح المستوية فنقول اولا ان السطح الواصل بين اطراف العميقات المؤلفة من السطوح المستوية اصغر منها (١) .

ولنقدم لبيان ذلك مقدمة هى هذه .

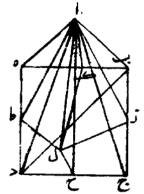
لتكن – ا – نقطة فى السمك و – ب ج – خطا فى السطح ونخرج منها عمود – ا د – على – ب ج – وعمود – ا ه – على السطح ونصل – ج د – ونقول انه عمود ايضا على – ب ج – .

برهانه نعلم على خط – ب ج – نقطة – ز – كيف وقعت ونصل از – ز ه – فمربع – ا ز – يساوى مربعى – ا ه – ه ز – لكون زاوية – ا ه ز – قائمة ويساوى ايضا مربعى – ا د – د ز – لكون زاوية – ا د ز – ايضا قائمة لكن مربع – ا د – منهما يساوى مربعى – ا ه – ه د – لكون زاوية – ا ه د – ايضا قائمة فمربعا – ا ه – ه ز – يساوى مربعات – ا ه – ه د – د ز – ونلقى مربع – ا ه – المشترك يبقى مربع – ه ز – مساويا لمربعى – ه د – د ز – فاذا زاوية – ه د ز – قائمة و – ه د – عمود على – ب ز – ثم ليكن العميق مؤلفا من مثلثات – ا ب ج – ا ج د – ا د ه – ا ه ب – والسطح الواصل بين اطرافه سطح – ب ج – د ه – حتى تكون سطوح العميق مرتفعة منه الى نقطة – ا – ولنخرج من – ا – اعمدة – ا ز – اح – ا ط – ا ك – على اضلاع السطح وعمود – ا ل – على السطح نفسه ونصل – ل ز – ل ح – ل ط – ل ك فظاهر ان – ل ز – اقصر من – ا ز – الذى عليه وعلى – ا ل – وكذلك – ل ح – من – ا ح – و – ل ط – من – ا ط – و – ل ك – من – ا ك – وجميع السطوح الكائنة من اعمدة – ل ز – ل ح – ل ط – ل ك – فى انصاف اضلاع

(١) الشكل التاسع – ٩ .


عو
ب
ز
ا
د
ه
ج

ر١٠



ب ج ـ ج د ـ د ه ـ ه ب ـ المساوى لسطح ـ ب ج د ه ـ اصغر من جميع السطوح الكائنة من اعمدة ـ ا ز ـ اح ـ ا ط ـ ا ك ـ فى انصاف الاضلاع المذكورة المساوى لجميع مثلثات ـ ا ب ج ـ اج د ـ ا د ه ـ ا ه ب ـ اعنى العميق المذكور وذلك ما اردناه (١) .

فان جعلنا العميق المذكور مؤلفا من مثلثات ـ اج د ـ ا د ه ـ ا ه ب ومن سطح ـ ب ج ـ د ه ـ فى هذا الشكل بعينه والسطح الواصل بين اطرافه مثلث ـ ا ب ج ـ قسمنا ـ ب ج ـ د ه ـ بخط ـ ب د ـ لمثلثى ـ ب ج د ـ ب ه د ـ وبينا ان مثلث ـ اب ج ـ اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ـ ه ا ب ـ ه ب د ـ ه ا د ـ المرتفع من مثلث ـ ا ب د ـ الى نقطة ـ د ـ فاذا مثلث ـ ا ب ج ـ من المثلثات المذكورة اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ه ا ب ـ ه ب د ـ ه ا د ـ المرتفع من مثلث ـ ا ب د ـ الى نقطة ـ ه ـ فاذا مثلث ـ ا ب ج ـ اصغر كثيرا من العميق المذكور اولا وهكذا ان كانت السطوح منقسمة الى مثلثات فوق اثنين فان كان العميق مؤلفا من سطوح كثيرة مختلفة كالعميق المؤلف من سطوح ـ اب ك ل ـ ب ج ط ك ـ ح د ح ط ـ د ه ن ح ـ ه ز م ن ـ ز ا ل م ـ ك ل م ن ـ ك ط ح ن ـ الثمانية والسطح المار بأطرافه سطح ـ اب ج د ه ز ـ وصلنا بين احدى الزوايا التى لا تكون على السطح المار اى زاوية كانت وبين سائر الزوايا بخطوط ولتكن تلك الزاوية نقطة ـ ح ـ ونصل خطوط ـ ح ج ـ ح ب ـ ح ا ح ز ـ ح ه ـ ح ك ـ ح ل ـ ح م ـ الثمانية فينقسم الجسم الذى يحيط به العميق والسطح الى اجسام بعدة السطوح المقابلة لنقطة ـ ح ـ وهى سطوح ـ ب ج ط ك ـ اب ك ل ـ ز ا ل م ـ ه ز م ن ـ ك ل م ن ـ ا ب ج د ـ الستة يرتفع كل واحد من تلك الاجسام من احدى تلك السطوح الى نقطة ـ ح ـ ثم نبين بمثل ما مر ان سطح ـ ا ب ج د ه ز ـ اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ـ ح ب ج ـ ح ا ب ـ ح ز ا ـ ح ه ز ـ ح د ه ـ ح ج د ـ

---

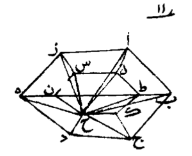
(١) الشكل العاشر ـ ١٠ ـ

الستة التي هي يرتفع من ذلك السطح الى نقطة ـ ح ـ وان مثلث ـ ح ب ج ـ منها اصغر من العميق المؤلف من سطح ـ ب ج ط ك ـ ومثلثات ح ك ب ـ ح ط ك ـ ح ج ط ـ الثلاثة وان مثلث ـ ح ا ب ـ اصغر من العميق المؤلف من سطح ـ ا ب ك ل ـ ومن مثلثات ـ ح ا ل ـ ح ك ل ـ ح ب ك ـ وان مثلث ـ ح ز ا ـ اصغر من العميق المؤلف من سطح ـ ز ا ل م ـ ومثلثات ـ ح م ز ـ ح ل م ـ ح ا ل ـ وان مثلث ـ ح ه ز ـ اصغر من العميق المؤلف من سطح ـ ه ز م ن ـ ومثلثات ـ ح ن ه ـ ح م ن ـ ح ز م ـ فاذا يكون السطح المذكور اعنى سطح ـ ا ب ج د ه ز ـ اصغر كثيرا من العميق المذكور اولا وعلى قياس ذلك فى سائر ما يمكن من العميقات مؤلفة من السطوح المستوية واما فى العميقات التى يحيط بعضها ببعض فينبغى ان يخرج على قياس مامر فى الخطوط العميقة التى يحيط بعضها ببعض احد سطوح العميق المحاط به فى الجهات الى ان يلقى العميق المحيط ثم يخرج سطحا آخر مما يليه وهكذا الى ان يتم اخراج جميع السطوح التى يتألف منها العميق المحاط به ثم نبدأ بالاخير فيتبين ان العميق المحاط به اصغر منه مع ما تقرره السطح الاخير من المحيط وان ذلك ايضا اصغر منه مع ما تقرره السطح الذى اخرج قبله(١) وهكذا الى ان ينتهى الى العميق المحيط فتبين ان المحاط به الاول اصغر كثيرا منه .

مثاله ليكن العميق المحيط مؤلفا من سطوح ـ ا ب ز ه ـ ب د ط ز ـ د ج ح ط ـ ج ا ه ح ـ ه ح ط ز ـ الخمسة والمحاط به مؤلفا من مثلثات ـ ا ك ب ـ ب ك د ـ د ك ج ـ ج ك ا ـ الاربعة والسطح المار باطرافه المتحدة سطح ـ ا ب د ج ـ ويخرج سطح مثلث ـ د ك ج ـ اولا فى الجهات الى ان ينتهى الى العميق المحيط فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ـ ج ا ه ح ـ خط ـ ج ل ـ والذى بينه وبين سطح ـ ه ح ط ز ـ خط ـ ل م ـ الذى بينه وبين سطح ـ ب د ط ز ـ خط ـ م د ـ

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ ـ .

١١



فينفصل بهذا السطح من الجسم الذى يحيط به العميق المحيط والسطح الواصل بأطرافها منشور يحيط به سطوح ـ د ج ح ط ـ ل ح ط م ـ ج ل م د ـ الثلاثة ومثلثا ـ ج ل ح ـ د م ط ـ ونسميه المنفصل الاول ويبقى مجسم تحيط به سطوح ـ ج ل م د ـ ه ل م ز ـ ا ه ز ب ـ ا ج د ب ـ ا ج ل ه ـ ب د م ز ـ الستة ونسميه المجسم الثانى ثم نخرج بعده سطح مثلث ـ ج ك ا ـ فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ـ ج ل د م ـ اعنى المخرج اولا خط ـ ج ك س ـ والذى بينه وبين الثانى من سطح ـ ه ح ط ز ـ خط ـ س ن ـ والذى بينه وبين سطح ـ ا ب ز ه ـ خط ـ ن ا ـ فينفصل به من المجسم الثانى جسم يحيط به سطوح ـ ا ج س ن ـ ل س ن ه ـ ا ج ل ه ـ الثلاثة ومثلثا ـ ج س ل ـ ا ن ه ـ ونسميه المنفصل الثانى ويبقى منه مجسم يحيط به سطوح ـ ج س م د ـ ن ز م س ـ ا ب ز ن ـ د م ز ب ـ ا ج س ن ـ ا ج د ب ـ الستة ونسميه المجسم الثالث ثم نخرج بعده سطح مثلث ـ ا ك ب ـ فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ـ ا ج س ن ـ اعنى المخرج ثانيا خط ـ ا ك ـ وبينه وبين سطح ج ل م د ـ المخرج اولا خط ـ ك ع ـ والذى بينه وبين سطح ـ ب د ط ز خط ـ ب ع ـ فينفصل به من المجسم الثالث جسم يحيط به سطوح ـ ا ب ع ك ـ س م ع ك ـ ن ز م س ـ ا ب ز ن ـ ب ع م ز ـ ا ك س ن ـ الستة ونسميه المنفصل الثالث ويبقى من المجسم الثالث مجسم يحيط به ـ د ع ك ج ـ ب ع ك ا ـ ا ب د ج ـ الثلاثة ومثلثا ـ ج ك ا ـ ب ع د ـ ونسميه المجسم الرابع وينفصل منه بسطح مثلث ـ ب ك د ـ الباقى من مثلثات العميق المحاط به الاربعة مخروط يحيط به مثلثات ـ ب ك د ـ ب ع د ـ ب ك ع ـ د ك ع ـ الاربعة ونسميه المنفصل الرابع ويبقى مجسم يحيط به العميق المحاط به والسطح الواصل بالاطراف .

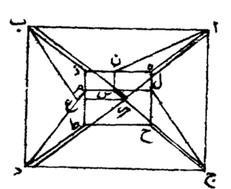
ثم نقول لما كان سطح مثلث ـ ب ك د ـ من العميق المحاط به اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الرابع وهى مثلثات ـ ب ع د ـ

ب ك ع ـ د ك ع ـ وجب العميق المحاط به اصغر كثيرا من عميق يتألف من سطوح المجسم الرابع سوى السطح المار بالأطراف وهى سطحا ـ د ع ك ج ـ ب ع ك ا ـ ومثلثا ـ ج ك ا ـ ب ع د ـ ونسميه العميق الثانى وايضا ما كان سطح ـ ب ع ك ا ـ من العميق الثانى اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الثالث وهى سطوح ـ س م ع ك ـ ن ز م س ـ ا ب ز ن ـ ب ع م ز ـ ا ك س ن ـ الخمسة وجب ان يكون العميق الثانى اصغر من عميق يتألف من سطوح المجسم الثالث سوى السطح المار بالاطراف وهى سطوح ـ ج س م د ـ ن ز م س ـ ا ب ز ن ـ د م ز ب ـ ا ج س ن ـ الخمسة ونسميه العميق الثالث وايضا لما كان سطح ـ ا ج س ن ـ من العميق الثالث اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الثانى وهى سطحا ـ ل س ن ه ـ ا ج ل ه ـ و مثلثا ـ ج س ل ـ ا ن ه ـ كان العميق الثالث اصغر من عميق يتألف من سطوح المجسم الثانى سوى السطح المار بالاطراف وهى سطوح ـ ج ل م د ـ ه ل م ز ـ ا ب ز ه ـ ا ج ل م ـ د م ز ب ـ الخمسة ونسميه العميق الرابع وايضا لما كان سطح ـ ج ل م د ـ منه اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الاول وهى سطحا ـ د ج ح ط ـ ل ح ط م ـ ومثلثا ـ ج ل ح ـ د م ط ـ وجب ان يكون العميق الرابع اصغر من عميق يتألف من سطوح ـ ا ب ز ه ـ ب د ط ز ـ ج ا ه ح ـ د ج ح ط ـ ه ح ط ز ـ الخمسة وهو العميق المحيط فاذا العميق المحاط به الذى هو اصغر من العميق الثانى الذى هو اصغر من العميق الثالث الذى هو اصغر من العميق الرابع الذى هو اصغر من العميق المحيط اصغر كثيرا من العميق المحيط وذلك ما اردناه (١) .

وينبغى ان يقاس على هذا المثال ما عداه من هذا النوع فلنقتصر عليه لئلا يطول الكلام اما اذا لم يكن العميق مؤلفا من سطوح مستوية بل كان اما سطحا مستديرا او محدبا فكان مؤلفا من سطوح بعضها مستدير او محدب

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ .

كان



الكرة والاسطوانة ص١٦

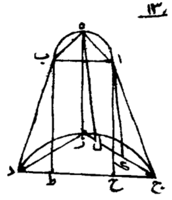
كان البيان فيما لا يكون مستويا قريبا مما مر فى الخطوط المستديرة والمنحنيـة والسطوح المستديرة تكون اما سطوح الاسطوانات او المخروطات اوسطوح الاكر وما يتألف منها اما سطح الاسطوانة المستديرة فنفرض عليه دائرة هى اما دائرة قاعدة الاسطوانة اودائرة موازية لها ونجزئ محيط تلك الدائرة باجزاء صغار فى غاية ماامكن من الصغر بحيث اذا وصلنا بينها حدث شكل مضلع مؤلف من خطوط مستقيمـة لا يفرق الحس بينه وبين محيط تلك الدائرة ونخرج خطوطا من نقط الزوايا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيقع لامحالة على سطح الاسطوانة جميعا وينتهى الى دائرتى الرأس والقاعدة اوالى غير نهاية ان كانت الاسطوانة كذلك ويكون لامحالة كل متوازيين متجاورين منها فى سطح مستو ويحدث من الجميع سطح اسطوانى مضلع مؤلف من تلك السطوح المستوية بحيث لا يفرق الحس بينه وبين السطح الاسطوانى المستدير الذى كان كلامنا فيه ثم ننصف القسى الصغار من المحيط ونستأنف التدبير فيحدث مضلع آخر اعظم من الاول لكون تلك السطوح من جهة تساوى ارتفاعاتها على نسب الخطوط التى جعلت اطرافها منشأ اضلاع تلك السطوح وهكذا مرة بعد اخرى ماامكن وتبين فى المضلع الذى ينتهى اليه مانريد بيانه فى المستدير من كون السطح المستوى الواصل بين اطرافه اوالعميق الواقع فى داخله اصغر منه وكونه اصغر من العميق المحيط به على قياس ما مهدناه ويقع من ذلك ومن العلم بأنا لو نصفنا كل واحد من الاقسام مرة بعد اخرى الى ما لا نهاية له وعملنا العمل المذكور لكان الحكم كما ذكرنا حكم يقينى فى العقل بثبوت الحكم المطلوب فى السطح المستدير الاسطوانى لو امكن .

واما سطح المخروط المستدير القائم فالبيان والعمل فيه كذلك بعينه الا ان الخطوط المرسومة على نقط الزوايا نصل بينها وبين رأس المخروط فتحدث مخروطات مضلعة ويكون المحيط منها اعظم من المحاط به لكون الاعمدة الواقعة من رأس المخروط على قواعد مثلثات المضلع المحيط التى هى

ابعد من مركز قاعدة المخروط اطول من الاعمدة الواقعة من رأس المخروط على قواعد مثلثات المحاط به التي هي اقرب الى مركز قاعدة المخروط وقواعد مثلثات المضلع المحيط جميعا ايضا اطول من قواعد مثلثات المضلع المحاط به واما سطح الكرة فيتجزأ محيط اى دائرة عظمية اتفقت عليه بالاجزاء الصغار المذكورة ونصل الاوتار ونرسم دوائر عظاما تمر بنقط الزوايا وبقطبي الدائرة العظمية ونقسمها ايضا بالاجزاء المساوية لتلك الاجزاء الصغار ونصل بينها ليحدث فى داخل الكرة شكل مضلع كثير القواعد قواعدها سطوح مستوية لها اضلاع اربعة او ثلاثة كما ذكر اقليدس فى المقالة الثانية عشر من كتاب الاسطقسات فتكون المثلثات المجتمعة منها عند كل قطب محيط بمخروط مضلع رأسه القطب وكل صف من الصفوف التى تليها المشتملة على قواعد ذوات اربعة اضلاع متجاوزة حول المحور على الترتيب محيطا بقطعة من مخروط مضلع لأن اضلاعها المشتركة اذا اخرجت اجتمعت على نقطة من المحور خارج الكرة ويكون الصف الاوسط بين القطبين ان كان عدد اجزاء نصف الدائرة العظمية فردا محيطا باسطوانة مضلعة لأن اضلاعها المشتركة توازى المحور ثم ننصف كل واحدة من القسى الصغار المذكورة مرة بعد اخرى لا الى نهاية ونرسم كل مرة دوائر عظاما اخرى تمر بالنقط المنصفة من الدائرة العظيمة الاولى وبقطبيها ونصل الاوتار ونتم الاشكال فتحدث مجسمات كثيرة كل واحد منها كثيرة القواعد فى تلك الكرة ويكون بعضها محيطا بالبعض وكل محيط اعظم من الذى يحيط به لكون كل اربع قواعد من المحيط يقع بازاء قاعدة واحدة من المحاط به اعظم جميعا منها .

وليكن لبيان ذلك ـ ا ب ج د ـ احدى قواعد المحاط به ـ وا ب ـ اقصر من ـ ج د ـ هما متوازيان و ـ ا ج ـ ب د ـ متساويان فان اضلاع كل قاعدة ذات اربعة اضلاع من قطع المخروطات المضلعة حول المحور يكون هكذا ونخرج على ـ ا ب ـ ج د ـ من القسى الموازية للعظيمة وتصفها على

ه ز



الكرة والاسطوانة ص١٩

ه ز ـ فنصل ه ز ـ ا ه ـ ه ب ـ ج ز ـ ز د ـ .

ونقول ان سطحى ـ ا ز ـ ب ز ـ معا اعظم من سطح ـ ا د ونخرج من ـ ا ب ـ عمودى ـ ا ح ـ ب ط ـ على ـ ج د ـ ومن ـ ا ه عمودى ـ ا ك ـ ه ل ـ على ـ ج ز ـ فمثلثا ـ ا ه ب ـ ج ز د ـ المتساوى الساقين متشابهان لتوازى اضلاعهما النظائر ونسبة ـ ج ز ـ الى ـ ا ه ـ اعنى ك ل ـ كنسبة ـ ج د ـ الى ـ ا ب ـ اعنى ـ ح ط ـ وبالتفصيل نسبة ـ ج ك ـ ل ز ـ معا الى ـ ك ل ـ كنسبة ـ ج ح ـ ط د ـ معا الى ـ ح ط ولتنصيف المقدمين نسبة ـ ج ك ـ الى ـ ك ل ـ كنسبة ـ ج ح ـ الى ح ط ـ وبالابدال ـ نسبة ـ ج ك ـ الى ـ ج ح ـ كنسبة ـ ك ل ـ الى ح ط ـ و ـ ك ل ـ اصغر من ـ ح ط ـ لأن ـ ا ه ـ اصغر من ـ ا ب ـ فج ك ـ اصغر من ـ ج ح ـ ومربعه اصغر من مربعه واذا نقصناهما من مربع ا ج ـ بقى مربع ـ ا ك ـ اعظم من مربع ـ ه ح ـ ط ك ـ اطول من ـ ا ح وجميع ـ ا ه ـ ه ب ـ اطول من ـ ا ب ـ وجميع ـ ج ز ـ ز د ـ اطول من ج د ـ نعمود ـ ا ك ـ فى نصف ـ ا ه ـ ه ب ـ ج ز ـ ز د ـ جميعا التى هى مجموع سطحى ـ ا ز ـ ز ب ـ اعظم من عمود ـ ا ح ـ فى نصف ـ ا ب ـ ج د ـ جميعا التى هى سطح ـ ا د (١) واما ان كانت اضلاع مثلثى ـ ا ه ب ـ ج ز د ـ النظائر متساوية وذلك عندكون القواعد من الاسطوانة المضلعة المحيط بالمحور كانت الأعمدة متساوية وسطحا ـ ا ز ـ ز ب ـ اعظم من سطح ـ ا د ـ لكون ـ ج ز ـ ز د ـ معا اطول من ـ ج د ـ ونعيد سطح ـ ا ج ز ه وننصف القوسين اللتين على ـ ا ج ـ ه ز ـ على نقطتى ـ ح ـ ط ـ ونصل ح ط ـ ا ح ـ ح ج ـ ه ط ـ ط ز ـ فتحدث قاعدتا ـ ا ح ـ ه ط ـ ح ج ـ ز ط ـ من الاربعة التى يكون بازاء قاعدة ـ ا ج د ب ـ وتكون اضلاع ـ ا ه ح ج ـ ه ز ط ز ـ متساوية واضلاع ـ ا ه ـ ح ط ـ ج ز متوازية ـ و ـ ا ح ـ اقصر من ـ ح ط ـ و ـ ح ط ـ اقصر من ـ ج ز

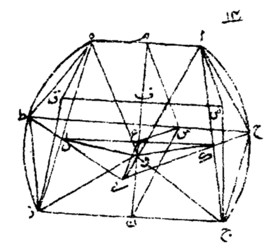
---

(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣

اذا كانت القواعد من قطع المخروطات المضلعة ويخرج من مركز الكرة وليكن ـ ى ـ الى نقطتى ـ ح ط ـ خطين فينصفان وترى ـ ا ج ـ ه ز ـ على ك ل ـ ونخرج منه ايضا عمود ـ ى و ـ على سطح ـ ا ج ز ه ـ ونصل ـ ا و ـ ج و ـ ه و ـ ز و ـ فتكون متساوية لأن مربع كل واحد منها مع مربع ى و ـ يساوى مربع نصف قطر الكرة الواصل بين ـ ى ـ واحدى نقط ا ج ز ه ـ وتكون زاويتا ـ ج و ا ـ ز و ه ـ متساويتين لتساوى قاعدتى ج ا ـ ز ه ـ وزاوية ـ ج و ز ـ اعظم من زاوية ـ ا و ه ـ لكون قاعدة ج ز ـ اطول من قاعدة ـ ا ه ـ ونصل ـ ك و ـ ل و ـ فلا يكون خطا مستقيما لأن زوايا ـ ك و ا ـ ا و ه ـ ه و ل ـ جميعا اصغر من قائمتين ونصل ك ل ـ فيكون موازيا ـ لا ه ـ ج ز ـ واقصر من ـ ح ط ـ لكونهما متوازيين بين خطى ـ ى ح ـ ى ط ـ المتساويين ونخرج من ـ و ـ عمود و ن ـ على ـ ج د ـ ونخرجه الى ـ م ـ فيكون عمودا على ـ ا ه ـ لتوازى ا ه ـ ج و ـ وننصف ـ ك ل ـ على ـ ع ـ لكون ـ ا ه ـ ج ز ـ منصفين على ـ م ن ـ ننصف ـ ح ط ـ على ـ س ـ ونصل ـ ن س ـ س م ـ ونصل ى س ـ فيمر ـ بع ـ لكونها فى سطح مثلث ـ ح ى ط ـ على منتصفى ـ ك ل ـ ح ط ـ المتوازيين فتكون فى مثلث ـ ى و ع ـ القائم الزاوية زاوية ى ع و ـ حادة فتكون زاوية ـ س ع ن ـ الباقية الى قائمتين منفرجة ويكون ـ س ن ـ فى مثلث ـ س ن ع ـ اطول من ـ ع ن ـ ونفصل من ن م ـ ن ف ـ مثل ـ ن س ـ ونخرج ـ ف ص ق ـ موازيا ـ لج ز ـ ونجعل ف ص ـ مثل ـ س ح ـ و ـ ف ق ـ مثل ـ س ط ـ وتقع نقطتا ـ ص ق ـ خارج ضلعى ـ ا ج ـ ه ز (١) لأن ـ ح ط ـ اطول من ـ ك ل و ـ ك ل ـ من ـ ا ه ـ ونصل ـ ج ص ـ ز ق ـ فيكون سطح ـ ى ص ج ز ق مساويا لقاعدة ـ ح ج ز ط ـ لتساوى عموديهما ورأسيهما وقاعدتيها ولكون م س ـ س ن ـ اطول من ـ م ن ـ وكون ـ س ن ـ مساويا ـ لف ن ـ يكون

---

(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤



م س ـ اطول من ـ م ف ـ فاذا وصلنا ـ اص ـ ه ق ـ كانت قاعدة ـ ا ح ط ه ـ اعظم من سطح ـ اص ـ ق ه ـ المتساويي الرأسين والقاعدتين لكون عمود ـ م س ـ اطول من عمود ـ م ف ـ فاذا جميع قاعدتى ـ ا ح ط ه ـ ح ج ز ط ـ اعظم من سطح ـ ا ج ز ه ـ وان كانت قاعدة ـ ا ج ز ه ـ من اضلاع الاسطوانة تساوت خطوط ـ ا ه ـ ح ط ـ ج ز ـ المتوازية ووقع عمود ـ ى و ـ على نقطة ـ ع ـ وتكون زاويتا ـ م ع س ـ ن ع س ـ قائمتين وعمود ـ م س ـ اطول من عمود ـ م ع ـ وعمود س ن ـ اطول من عمود ـ ع ن ـ ونصف ـ ا ه ـ ح ط ـ اطول من نصف ـ ا ه ـ ك ل ـ ونصف ـ ح ط ـ ج ز ـ اطول من نصف ـ ك ل ـ ج ز ـ فتكون لذلك قاعدتا ـ ا ط ـ ح ز ـ اعظم من سطحى ـ ا ل ـ ك ز ـ اعنى من قاعدة ـ ا ز ـ .

وبمثل ذلك تبين ان القاعدتين الباقيتين الواقعتين على سطح ـ ه ز د ب من الشكل المتقدم معا اعظم من سطح ـ ه ز د ب ـ وبينا ان سطحى ـ ا ج ز ه ـ ه ز د ب ـ معا اعظم من قاعدة ـ ا ج ـ د ب ـ فاذا مجموع القواعد الاربع اعظم كثيرا من قاعدة ـ ا ج د ب ـ وبمثل ذلك تبين ان مجموع القواعد الاربع التى تقع بازاء القاعدة التى يكون مثلثا يكون ايضا اعظم منه فاذا السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحيط اعظم من السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحاط به واذا دبرنا هذا التدبير مرة بعد اخرى امكن لنا ان نثبت الحكم المطلوب بالبيان المناسب على سطح الكرة ان امكن او على مالا يفرق الحس بينه وبين سطح الكرة وان رسم فى الكرة اشكال غير ما ذكرنا على وجه يمكن ان نبين المطلوب بما لم يختلف البيان .

وارشميدس يعمل فى الكرة بعد عمل الشكل المذكور فى الدائرة العظيمة من الكرة باثبات قطر يصل بين زاويتين متقابلتين من زواياه وادارة الدائرة مع الشكل حوله مجسما فى الكرة مؤلفا من مخروطين مستديرين وقطع

من مخروطات مستديرة كما سيأتى بيانه وهو صالح ايضا لبيان ما نحن فيه الا انه ينبغى ان نبين اولا ان السطحين المخروطين المستديرين اللذين نرسمهما ضلعا ـ ا ح ـ ح ج ـ فى مثل الشكل الاخير باداوة الكرة على محورها المذكور اعظم من السطح المستدير المخروطى او الاسطوانى الذى يرسمه ـ ا ج ـ بان ننصف القسى التى على الاضلاع المتوازية وحدها دون المتساوية مرة بعد اخرى ونصل الاوتار ونبين بالشكل المتقدم ان السطحين اللذين يحدثان على الاضلاع المساوية لضلعى ـ ا ح ـ ح ج ـ يكونان ابدا اعظم من الذى يحدث على الاضلاع المساوية لضلع ـ ا ج ـ الى ان يحصل الحكم اليقينى بذلك على القياس المتقدم ثم نبين بتنصيف القسى التى على الاضلاع المساوية لضلعى ـ ا ح ـ ح ج ـ واخراج الاوتار وادارة الكرة لتحدث سطوح مخروطية مرة بعد اخرى ان سطح الكرة اعظم من السطوح المخروطية المفروضة اولا وسنحتاج الى ذلك ايضا فى الكتاب .

واما اذا اردنا ان نبين كون احد هذه السطوح المستديرة اصغر من سطح عميق يحيط به فينبغى ان نعمل لسطح الاسطوانة على نقط الاجزاء من دائرتها خطوطا مماسة للدائرة متلاقية ليحدث على الدائرة شكل مضلع ونخرج من زواياه خطوطا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيحدث على سطح الاسطوانة سطح اسطوانة مضلعة محيطة بالاسطوانة المستديرة ثم نخرج من مركز الدائرة الى نقط زوايا الشكل المرسوم على الدائرة خطوطا من نقط تقاطع تلك الخطوط ومحيط الدائرة خطوطا اخرى مماسة للدائرة الى ان يلاقى اضلاع الشكل ومن نقط الملاقاة خطوطا موازية لسهم الاسطوانة لتحدث اسطوانة مضلعة ثانية داخل المضلعة الاولى وخارج المستديرة ويكون السطح المحيط بالمضلع الثانى اصغر من السطح المحيط بالمضلع الاول لمثل ما مر وهكذا مرة بعد اخرى الى ما لا نهاية له وهكذا فى المخروط وسيأتى فى الكتاب عمل بعض هذه الاشكال التى اشرنا اليها والطريق الى معرفة مقاديرها لاغراض

يتبين

يتبين هناك ونحن لما احتجنا فى بيان هذه المصادرات اليها قدمنا ذكرها وان كان فيه تكرار ومخالفة للسياقة التى اختارها ارشميدس على ما سيجئ بيانه .

واما فى الكرة فاذا قسمنا الدائرة العظيمة بالاقسام الصغار والدوائر العظام المارة بها بقطبى تلك الدائرة ايضا بتلك الاقسام اخرجنا سطوحا متلاقية تماس الكرة على تلك النقط وطريق ذلك ان نوصل بين مركز الكرة بين كل نقطة منها بخط مستقيم ونخرج من طرفه الخارج عمودان عليه غير متصلين على استقامة كيف وقعا فالسطح الذى يكون العمودان فيه يكون لامحالة مماسا للكرة ويحدث من تلاقى تلك السطوح شكل مضلع محيط بالكرة ثم نخرج من مركز الكرة الى كل واحدة من زوايا ذلك الشكل خطا مستقيما ومن النقطة التى تقاطع عليها ذلك الخط سطح الكرة سطحا مماسا للكرة فيحدث من تلاقى تلك السطوح شكل مضلع آخر على الكرة وفى المضلع الاول ويكون سطحه المحيط به اصغر من سطح الشكل المضلع المحيط به وهكذا مرة بعد اخرى لاالى نهاية الى ان تبين المطلوب بذلك على الرسم المتقدم واذا احاطت سطوح مخروطية بكرة بينا بمثل ماتقدم انها اعظم من سطح الكرة ايضا وهكذا فى سائر السطوح المحدبة التى لا تكون اسطوانية ومخروطية وكرية فلانطول الكلام بتكرار التدبير والقول فى واحد واحد منها واذا ثبت الحكم بهذه الوجوه فى سطوح الاسطوانات والمخروطات والاكر وغيرها كان فى اجزائها الواقعة فى العميقات المؤلفة منها ومن غيرها بحسبها واضحا فهذه غاية ماقدرت عليه فى ايضاح هذه المصادرات ونعود الى الكتاب .

قال المقادير المختلفة من الخطوط او السطوح اوالاجسام التى تكون لبعضها نسبة الى البعض فان فصل الاعظم منها على الاصغر يمكن ان يزيد عليه بالتضعيفات المتوازية مرة اخرى .

اقول وهذا الحكم بين وقد ذكر اوقليدس فى صدر المقالة الخامسة من كتاب الاسطقسات ان المقادير التى لبعضها نسبة الى البعض هى التى يمكن ان

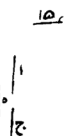
يفصل بعضها بالتضعيف على بعض و بنى الشكل الاول من المقالة العاشرة على صيرورة اصغر مقدارين متجانسين بالتضعيف اعظم من اعظمها فهذا تمام الكلام فيما صدر الكتاب به وانا اوردها هنا مااحتاج اليه فى تلخيص العبارات وبيان المسائل مما يتكرر كثيرا اويكون فى حكمه لاتوقف عند الاستعمال عليه ويكون شرط الايجاز مرعيا

فاقول اذا اطلقت اسم الخط والسطح فانما اعنى بهما المستقيم والمستوى واقتدى ما عداهما بالصفة المخالفة للاستقامة والاستواء كالخط المنحنى وسطح الكرة مثلا واذا اطلقت المخروط والاسطوانة فانما اعنى بهما المستديرين والمخروط المستدير قديسمى مخروط الاسطوانة والذى يكون سهمه عمودا على سطح قاعدته فقد يقال له المتساوى الساقين والمستاوى الاسوق والتساوى الاضلاع والمتساوى الاقطار والقائم الزاوية والقائم وانا اسميه المخروط القائم والاسطوانة المستديرة التى يكون محورها عمودا على قاعدتها يقال له المتساوى الاقطار والقائم الزاوية والقائمة وانا اسميها بالاسطوانة القائمة واسمى المخروط المضلع الذى تكون قاعدته مستقيمة الاضلاع ورأسه نقطة بالنارى والاسطوانة المضلعة التى تكون قاعدتاها شكلان مستقيما الاضلاع متساويان متشابهان بالمنشور .

واقول (ا) ايضا اذا كانت اربعة مقادير نسبة الاول وليكن ـ ا ـ الى الثانى وليكن ـ ب ـ اعظم من نسبة الثالث وليكن ـ ج ـ الى الرابع وليكن ـ د

اقول انا اذا عكسنا كانت نسبة ـ ب ـ الى ـ ا ـ اصغر من نسبة د ـ الى ـ ج ـ وبيان ذلك بالاضعاف ظاهر .

(ب) واذا بدلنا كانت نسبة ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ولتكن نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب اعظم من نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ فا ـ اعظم من ـ ه ـ ونسبة ـ ه ـ الى ـ ج بالابدال كنسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة ـ ه



الكرة والاسطوانة ص٢٥

الى ــ ج ــ اعنى من نسبة ــ ب ــ الى ــ د (١) .

(ج) واذا ركبنا كانت نسبة جميع ــ ا ب ــ الى ــ ب ــ اعظم من نسبة جميع ــ ج د ــ الى ــ د ــ وذلك لأن نسبة جميع ــ ه ب ــ الى ــ ب ــ كنسبة جميع ــ ج د ــ الى ــ د ــ و ــ ا ــ اعظم من ــ ه ــ فجميع ــ ا ب ــ اعظم من جميع ــ ه ب ــ و نسبة جميع ــ ا ب ــ الى ــ ب ــ اعظم من نسبة جميع ــ ه ب ــ الى ــ ب ــ اعنى من نسبة جميع ــ ج د ــ الى ــ د .

(د) وايضا ــ ا ــ ف ــ د ــ اعظم من ــ ج ــ ف ــ ب ــ وذلك لأنا نجعل نسبة ــ ه ــ الى ــ ب ــ كنسبة ــ ج ــ الى ــ د ــ فه ــ ف ــ د ــ مثل ج ــ ف ــ ب ــ و ــ ا ــ ف ــ د ــ اعظم من ــ ه ــ ف ــ د ــ اعنى من ــ ج ــ ف ــ ب .

(ه) وبالعكس اعنى اذا كان ــ ا ــ ف ــ د ــ اعظم من ــ ج ــ ف ــ ب كانت نسبة ــ ا ــ الى ــ ب ــ اعظم من نسبة ــ ج ــ الى ــ د ــ وليكن ــ ه ــ ف ــ د ــ كج ــ ف ــ ب ــ فا ــ اعظم من ــ ه ــ ونسبة ــ ه ــ الى ــ ب ــ كنسبة ج ــ الى ــ د ــ فنسبة ــ ا ــ الى ــ ب ــ اعظم من نسبة ــ ج ــ الى ــ د .

(و) وايضا اذا كانت نسبة ــ ا ــ الى ــ ب ــ اصغر من نسبة ــ ج ــ الى ــ د ــ وكان ــ ا ــ اعظم من ــ ج ــ كان ــ ب ــ اعظم من ــ د ــ ولتكن نسبة ــ ه ــ الى ــ ب ــ كنسبة ــ ج ــ الى ــ د ــ فتكون نسبة ــ ا ــ الى ــ ب اصغر من نسبة ــ ه ــ الى ــ ب ــ فه ــ اعظم من ــ ا ــ فهو اعظم كثيرا من ــ ج فب ــ اعظم من ــ د

(ز) ولتكن نسبة ــ ا ب ــ الى ــ ب ج ــ اعظم من نسبة ــ د ه ــ الى ــ ه ز ــ فاذا فصلنا كانت نسبة ــ ا ج ــ الى ــ ج ب ــ اعظم من نسبة د ز ــ الى ــ ز ه ــ ولتكن نسبة ــ ح ب ــ الى ــ ب ج ــ كنسبة ــ د ه ــ الى ه ز ــ واذا فصلنا كانت نسبة ــ ح ج ــ الى ــ ج ب ــ كنسبة ــ د ز ــ الى ــ ز ه

(١) الشكل الخامس عشر ــ ١٥ .

و ـ ا ج ـ اعظم من ـ ح ج ـ فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ اعظم من نسبة ح ج ـ الى ـ ج ب ـ اعنى من نسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ه .

(ح) وايضا اذا كانت نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ز ه ـ كانت نسبة مربع ـ ا ب ـ الى سطح ـ ا ج ـ في ـ ج ب ـ كنسبة مربع د ه ـ الى سطح ـ د ز ـ في ـ ز ه ـ لان نسبة مربع ـ ا ج ـ الى سطح ا ج ـ في ـ ج ب ـ كنسبة مربع ـ د ز ـ الى سطح ـ د ز ـ في مربع ـ ز ه ونسبة مربع ـ ب ج ـ الى السطح ـ الاول كنسبة مربع ـ ز ه ـ الى السطح الثانى فنسبة مربعى ـ ا ج ـ ج ب ـ الى السطح الاول كنسبة مربعى د ز ـ ز ه ـ الى السطح الثانى واذا ركبنا مرتين صارت نسبة مربعى ـ ا ج ـ ج ب ـ مع ضعف السطح الاول اعنى مربع ـ ا ب ـ الى السطح الاول كنسبة مربعى ـ د ز ـ ز ه ـ مع ضعف السطح الثانى اعنى مربع ـ د ه ـ الى السطح الثانى (١) .

(ط) وايضا ـ ا ب ـ نصف على ـ ج ـ وقسم على د ـ وعلى ـ ه ـ و ـ د ـ اقرب الى ـ ج ـ من ـ ه ـ فسطح ـ ا د ـ في ـ د ب ـ اصغر من مربع ـ ا ج ـ لأن الفضل بينهما مربع ـ د ج ـ وسطح ـ ا د ـ في ـ د ب اصغر من سطح ـ ا ه ـ في ـ ه ب ـ لأن الفضل بينهما هو فضل مربع ـ ب ج ـ على مربع ـ د ج ـ (٢) .

(ى) وايضا خط ـ ا ب ـ فضل منه ـ ب ج ـ وزيد فيه ـ ب د ـ فنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعظم من نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ج ـ وذلك لأن نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ اعظم من نسبته ـ الى ـ ج د ـ واذا ركبنا كانت نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعظم من نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ج ـ وايضا نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا ـ اصغر من نسبة ـ ج د ـ الى ـ د ا ـ لمثل ذلك (٣) .

---

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ (٢) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ (٣) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ

ش ١٦

ا د

ح

ج ز

ب ه

ش ١٧

ا ه د ب ب

ش ١٨

ا ج ب د

١٩

ج
ا ب ط
د ح ك
ه ز

الكرة والاسطوانة ص٢٧

(يا)   وايضا نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ اقول فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ مثناة بالتكرير اعظم من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ مثناة بالتكرير وليكن ـ ا ـ ب ـ ج ـ متوالية فى النسبة وكذلك ـ د ـ ه ـ ز ـ ولتكن نسبة ـ ا ـ الى ـ ح ـ كنسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب اعظم من نسبته الى ـ ح ـ فب ـ اصغر من ـ ح ـ ولتكن نسبة ـ ب ـ الى ـ ط كنسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ فنسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبته الى ـ ط فج ـ اصغر من ـ ط ـ ولتكن نسبة ـ ب ـ الى ـ ط ـ كنسبة ـ ح ـ الى ـ ك حتى تصير ـ ا ـ ح ـ ك ـ متوالية على نسبة ـ د ـ ه ـ ز ـ و ـ ب ـ اصغر من ـ ح ـ فط ـ اصغر من ـ ك ـ فج ـ اصغر كثيرا من ـ ك ـ ونسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ التى هى نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ مثناة اعظم من نسبة ـ ا ـ الى ـ ك ـ التى هى بالمساواة كنسبة ـ د ـ الى ـ ز ـ التى هى نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ مثناة وكذلك ان كانت نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اصغر من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ كانتا بعد التثنية كذلك (١) فهذا ما اردت تقديمه مما هو بمثابة الاصول المحتاج الى بعضها فى تقرير بعض المواضع التى نحتاج الى بيان من هذا الكتاب وسيأتى باقى ما نحتاج اليه مما هو بمنزلة الجزئيات فى المواضع المخصوصة بها بعد الشكل الذى نحتاج فى بيانه اليه وخالفت بين الاشكال التى هى من متن الكتاب وبين ماليس فيه ليتمايزا فى بادى النظر .

واشتغل من ها هنا بتقرير متن الكتاب

الاشكال

قال وبعد تقديم ماوجب تقديمه نقول اذا رسم فى دائرة الشكل كثير الزوايا فمحيطه اصغر من محيطها وذلك لأن كل ضلع منه اصغر من القوس التى هو وترها فجميع الاضلاع اصغر من جميع المحيط .

(ا)   واذا رسم على دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اعظم من محيطها

(١) الشكل التاسع عشر ـ ه ا ـ

فلتكن الدائرة دائرة ـ ب د ز ط ل ـ والشكل شكل ـ ا ج ه ح ك ـ وذلك لأن محدب ـ ب ا ل ـ اعظم من قوس ـ ب ل ـ اذ هما خطان عميقان متحد الطرفين فى جانب واحد وكذلك ـ ل ك ط ـ اعظم من قوس ـ ل ط ـ و ط ح ز ـ من قوس ـ ط ز ـ و ـ ز ه د ـ من قوس ـ ز د ـ و ـ د ج ب ـ من قوس ـ د ب ـ فمحيط الشكل اعظم من محيط الدائرة وذلك ما اردناه (١) .

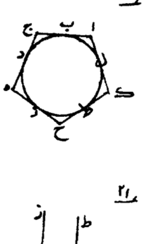
(ب) لنا ان نجد خطين تكون نسبة اطولها الى اقصرهما اصغر من نسبة اعظم اى مقدارين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران (٢) ـ ا ب ـ واصغرهما ـ د ونفصل من ـ ا ب ـ ب ج ـ مساويا ـ لد ـ ونأخذ ـ لا ج ـ اضعافا يكون اعظم من ـ د ـ وهو ـ ا ط ـ وليكن ـ ز ه ـ خطا ما ونقسمه باجزاء عدتها عدة ما فى ـ ا ط ـ من ـ ا ج ـ ونجعل ـ ه ح ـ كاحد تلك الاجزاء فنسبة ه ح ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ج د ـ الى ـ ا ط ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ط الذى هو اعظم من ـ د ـ اصغر من نسبته الى ـ ب ج ـ المساوى ـ لد ـ فنسبة ح ه ـ الى ـ ه ز ـ اصغر من نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ وبالتركيب نسبة ح ز ـ الى ـ ز ه ـ اصغر من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعنى ـ د ـ فاذا وجدنا خطى ـ ح ز ـ ز ه ـ كما وصفناه (٣) ـ

(ج) لنا ان نرسم فى دائرة وعليها شكلين كثيرى الزوايا متشابهين تكون نسبة ضلع الشكل الذى عليها الى ضلع الشكل الذى فيها اصغر من نسبة اعظم اى مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران ـ ا ب ـ و ـ ا ـ اعظمهما والدائرة دائرة ـ ج د ه ز ـ ولتكن نسبة خط ـ ط ـ الاطول الى خط ـ ك ل ـ الاقصر اصغر من نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ فان ذلك ممكن لما مر فى الشكل المتقدم ونخرج من نقطة ـ ل ـ عمود ـ ل م ـ على خط ـ ك ل ـ ونصل ك م ـ مساويا لخط ـ ط ـ وذلك ممكن لكون ـ ط ـ اطول من ـ ك ل

(١) الشكل العشرون ـ ٢٠ (٢) ر ـ اعظم المقدارين (٣) الشكل الحادى والعشرون ٢١

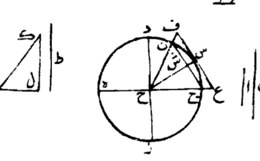
ونخرج ج

٢٠



٢١





الكرة والاسطوانة ص٢٩

ونخرج فى الدائرة قطرى ــ ج ه ــ د ز ــ متقاطعين على زوايا قائمة وننصف زاوية ــ د ح ج ــ مرة بعد اخرى الى ان ينتهى الى زاوية اصغر من ضعف زاوية ــ ك ــ ولتكن هى زاوية ــ ن ح ج ــ ونصل ــ ن ج ــ فهو ضلع الشكل الذى فى الدائرة وننصف زاوية ــ ن ح ج ــ بخط ــ ح س ــ ونخرج من نقطة ــ س ــ خطا يماس الدائرة وهو خط ــ س ع ف ــ ونخرج خطى ــ ح ن ــ ح ج ــ الى نقطتى ــ ف ــ ع ــ فيكون خط ــ ف ع ــ ضلع الشكل الذى على الدائرة والشكلان يكونان متشابهين وكلاهما متساوى الاضلاع ولأن زاوية ــ ن ح ج ــ اصغر من ضعف زاوية ــ ك ــ ونصفها اصغر منها وزاويتا ــ ل ــ ش ــ قائمتان تكون نسبة ــ م ك ــ الى ــ ك ل اعظم من نسبة ــ ج ح ــ الى ــ ح ش ــ و ــ ج ح ــ مساو لخط ــ ح س فنسبة ــ ح س ــ الى ــ ح ش ــ اعنى نسبة ــ ح ع ــ الى ــ ح ج ــ بل نسبة ع ف ــ الى ــ ج ن ــ اصغر من نسبة ــ م ك ــ الى ــ ك ل ــ اعنى نسبة ــ ط الى ــ ك ل ــ التى هى اصغر من نسبة ــ ا ــ الى ــ ب ــ فاذا نسبة ــ ع ف ضلع الشكل الذى على الدائرة الى ــ ج ن ــ ضلع الشكل الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة ــ ا ــ الى ــ ب ــ وذلك ما اردناه (١) .

اقول اما الوجه الاول فى ان نصل ــ ك م ــ مساويا لخط ــ ط ــ بان نخرج ــ ك ل ــ ونجعل ــ ك س ــ مساويا ــ لط ــ ونرسم على ــ ك ــ ببعد ــ ك ص ــ دائرة ــ ص م ــ ونخرج عمود ــ ل م ــ الى ان يلقى المحيط على ــ م ــ ونصل ك م ــ واما بيان ان كون نصف زاوية ــ ن ح ج ــ اصغر من زاوية ــ ك وزاويتى ــ ل ش ــ قائمتين يوجب ان تكون نسبة ــ م ك ــ الى ــ ك ل اعظم من نسبة ــ ج ح ــ الى ــ ح ش ــ فبأن نعمل على نقطة ــ ك ــ من خط ك ل ــ زاوية مثل نصف زاوية ــ ن ح ج ــ اعنى مثل زاوية ــ ج ح ش وهى زاوية ــ ل ك ق ــ ونخرج خط ــ ك ق ــ الى ق ــ فتكون نسبة ــ ك ق ــ الى ــ ك ل ــ كنسبة ــ ج ح ــ الى ــ ح ش ــ لتشابه مثلثى ــ ق ك ل

---

(١) الشكل الثانى والعشرون ــ ٢٢

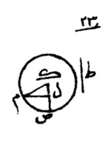
ج ح ش – ونسبة – م ك – الذى هو اطول من – ق ك – الى – ك ل تكون اعظم من نسبة – ق ك – الى – ك ل – اعنى من نسبة – ج ح – الى ح ش (١) .

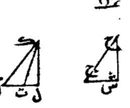
(د) قال لنا ان نرسم فى قطاع دائرة وعليه شكلين متشابهين كثيرى الاضلاع اضلاع كل واحد منهما متساوية الا الضلعين اللذين يخرجان من مركز الدائرة وتكون نسبة ضلع الشكل الذى عليه الى ضلع الشكل الذى فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران – ه ز – و – ه – اعظمهما وليكن القطاع قطاع – ا د ب – من دائرة – ا ب ج التى مركزها – د – ولتكن نسبة خط – ح – الاطول الى – خط – ط ك الاقصر اصغر من نسبة – ه – الى – ز – كما مر ونخرج من – ك – عمود – ك ل – على – ط ك – ونصل – ل ط – مساويا – لح – وننصف زاوية – ا د ب مرة بعد اخرى الى ان تبقى زاوية – ا د م – اصغر من ضعف زاوية – ط ونصل – ا م – فهو ضلع الشكل الذى فى القطاع وننصف زاوية – ا د م – بخط د ن – ونخرجه الى – ن – ومن – ن – خط – س ن ع – مماسا للدائرة ومنهما الى نقطتى س ع – فس ع – ضلع الشكل الذى على القطاع وتبين بمثل ما مران نسبة – س ع – الى – ا م – اصغر من نسبة – ه – الى – ز – وذلك ما اردناه (٢)

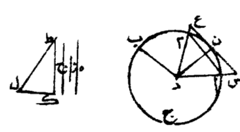
(ه) لنا ان نرسم فى دائرة وعليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين تكون نسبة المرسوم عليها الى المرسوم فيها اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فلتكن الدائرة دائرة – ا – ولتكن نسبة خط – ج – الاطول الى خط – د – الاقصر اصغر من نسبة مقدار – ه – الاعظم الى مقدار – ز – الاصغر كما مر فى الشكل الثانى ونستخرج بين خطى – ج – د – خط – ح – متناسبا لهما على الولاء فيكون – ج – اعظم ايضا من – ح – ونرسم الدائرة وعليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين تكون نسبة ضلع المرسوم عليها الى

---

(١) الشكل الثالث والعشرون –٢٣– والرابع والعشرون –٢٤ (٢) الشكل الخامس والعشرون –٢٥







٢٦

ج د ح ه و

ا

الكرة والاسطوانة ص٣١

ضلع المرسوم فيها اصغر من نسبة ـ ج ـ الى ـ ح ـ كما مر فى الشكل الثالث فتكون نسبة الضلع الى الضلع مثناة اعنى نسبة الشكل الى الشكل ايضا اصغر من نسبة ـ ج ـ الى ـ ح ـ مثناة اعنى من نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ التى هى اصغر من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ فاذا نسبة الشكل الى الشكل اصغر من نسبة ـ ه الى ـ ز ـ كثيرا وذلك ما اردناه (١) .

ولنا ايضا ان نرسم فى قطاع دائرة وعليه شكلين كثيرى الزوايا متشابهين تكون نسبة الذى عليه الى الذى فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما والعمل والبيان ظاهر مما مر .

وقد يمكن لنا على ماتبين فى كتاب الاسطقسات ان نرسم فى اى دائرة او قطاع كان شكلا كثير الزوايا متساوى الاضلاع وفى القطع الباقية شكلا آخر كذلك وهكذا مرة بعد اخرى الى ان تبقى من الدائرة او القطاع قطع هى اصغر من اى سطح فرض .

(و) اذا فرضت دائرة وسطح وقطاع و سطح فلنا ان نرسم على الدائرة او القطاع شكلا كثير الزوايا تكون القطع الفاضلة على الدائرة او القطاع من ذلك الشكل اصغر من السطح المفروض ولنبين فى الدائرة فان ذلك يغنى عن البيان فى القطاع فلنفرض دائرة ـ ا ـ وسطح ـ ب ـ وليكن معا اعظم مقدارين والدائرة وحدها اصغرهما ونرسم عليها وفيها شكلين متشابهين كثيرى الزوايا تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة وحدها كما تبين فى الشكل المتقدم فلان الدائرة اعظم من الشكل الذى فيها تكون نسبة الشكل الذى على الدائرة الى الدائرة اصغر من نسبته الى الشكل الذى فيها وكانت نسبة الشكل الذى على الدائرة الى الشكل الذى فيها اصغر من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة وحدها فنسبة الشكل الذى على الدائرة الى الدائرة اصغر كثيرا من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة فاذا الشكل الذى على الدائرة اصغر من السطح والدائرة معا ويبقى بعد اسقاط

---

(١) الشكل السادس والعشرون ـ ٢٦ ـ .

المشترك اعنى الدائرة القطع التى تفضل من الشكل عليها اصغر من السطح المفروض وذلك ما اردناه(١) .

وان اردنا فصلنا لتبقى نسبة القطع المذكورة الى الدائرة اصغر من نسبة السطح اليها ويتبين المطلوب وقس القطاع عليه .

(ز) اذا رسم فى مخروط قائم نارى متساوى اضلاع القاعدة كان السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته مساويا لمثلث تساوى قاعدته محيط قاعدة النارى وارتفاعه العمود الواقع من رأس المخروط على احد اضلاع قاعدة النارى وليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ والنارى المرسوم فيه هو الذى قاعدته مثلث ـ ا ب ج ـ المتساوى الاضلاع فلان المثلثات المحيطة بالنارى متساوية الساقين وقواعدها التى هى اضلاع ـ ا ب ـ ب ج ـ ج ا ـ متساوية تكون الاعمدة متساوية والمثلث الذى يساوى قاعدته مجموع القواعد وارتفاعه ارتفاع احدها مساويالها جميعا (٢) .

(ح) وعلى جهة اخرى نعيد الشكل ونجعل ـ د ـ رأس المخروط فيكون د ا ـ د ب ـ د ج ـ الاضلاع المتساوية و ـ د ك ـ د ل ـ د م ـ الاعمدة المتساوية ونعمل مثلث ـ ه ز ح ـ على ان تكون قاعدة ـ ه ز ـ منه مساوية لجميع ـ ا ب ـ ب ج ـ ج ا ـ وعمود ـ ح ط ـ مساويا لاحد تلك الاعمدة فيكون سطح العمود فى ـ ا ب ـ وفى ـ ب ج ـ وفى ـ ج ا ـ فرادى اعنى ضعف مثلثات ـ د ا ب ـ د ج ب ـ د ج ا ـ مساويا لسطح العمود فى ـ ا ب ـ ب ج ـ ج ا ـ مجموعا بل فى ـ ه ز ـ اعنى ضعف مثلث ـ ح ه ز ـ فاذا المثلثات المذكورة مساوية لمثلث ـ ح ه ز ـ وذلك ما اردناه(٣) .

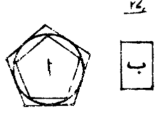
اقول وجعل ثابت هذا شكلا آخر وفى نسخة اسحق هو والذى تقدم شكل واحد .

---

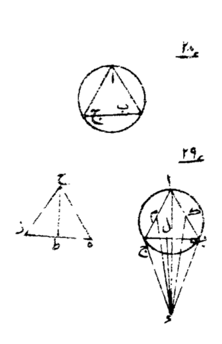
(١) الشكل السابع والعشرون ٢٧ (٢) الشكل الثامن والعشرون ـ ٢٨ ـ

(٣) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩ ـ

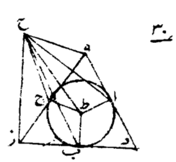
ع٢٧



ع٢٨



ع٢٩



ش ٣٠

الكرة والاسطوانة ص٣٣

(ط) اذا رسم على مخروط قائم نارى قاعدته مثلث كان السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته مساويا لمثلث قاعدته مساوية لمحيط المثلث الذى هو القاعدة وارتفاعه مساو لضلع المخروط وليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة – ا ب ج والنارى هو الذى قاعدته مثلث – د ه ز – ورأسهما – ح – ومركز دائرة القاعدة – ط – نخرج منه خطوط – ط ا – ط ب – ط ج – الى نقط التماس فتكون أعمدة على اضلاع المثلث ونصل – ح ا – ح ب – ح ج – فيكون ايضا اعمدة عليها كما سيجئ ومتساوية لكون المخروط متساوى الاسوق وهى ارتفاع مثلثات – ح د ه – ح ه ز – ح د ز – فاذا المثلثات تساوى مثلثا تكون قاعدته مساوية لمحيط مثلث – د ه ز – وارتفاعه لأحد خطوط – ح ا – ح ب ح ج – اعنى ضلع المخروط وذلك ما اردناه (١) .

اقول انما كانت خطوط – ح ا – ح ب – ح ج – اعمدة على اضلاع مثلث – د ه ز – لأن محور – ح ط – عمود على سطح القاعدة وسطح مثلث ح ط ا – المار به قائم على سطح القاعدة على زوايا قائمة – و – ط ا – فصلهما المشترك و – ه ا – عمود واقع فى احد السطحين اعنى فى سطح القاعدة وقائم على فصلهما المشترك فيكون لا محالة عمودا على السطح الآخر اعنى على سطح مثلث – ح ط ا وكان خط – ح ا – فى ذلك السطح ملاقيا للعمود – فه ا – عمود عليه فاذا – ح ا عمود على ضلع – د ه – وكذلك البيان فى كون – ح ب – ح ج – عمودين على الضلعين الباقيين .

واعلم ان قاعدة النارى المحيطة بالدائرة اذا كانت سطحا مستقيم الاضلاع غير المثلث كان الحكم ايضا كذلك وسنحتاج الى ذلك فيما يجيء ولا نحتاج فى هذا الشكل الى شرط تساوى اضلاع القاعدة بخلاف الشكل المتقدم .

(ى) اذا رسم فى اسطوانة قائمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدتيه مساويا لسطح متوازى الاضلاع قائم الزوايا تكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتى المنشور وارتفاعه مساويا

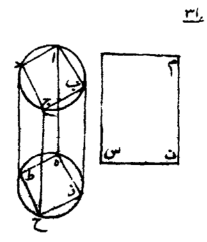
(١) الشكل الثلاثون – ٣٠ .

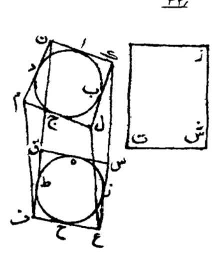
اضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة المستديرة هى التى قاعدتاها ـ ا ب ج د ـ ه ز ح ط ـ والمنشور المرسوم فيها هو الذى قاعدتاه سطحا ـ ا ب ج د ـ ه ز ح ط ـ وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح ـ م س ـ متوازى الاضلاع قائم الزوايا ـ م ن ـ منه مساو ـ لب ز ـ و ـ ن س ـ لمحيط سطح ـ ه ز ـ ح ط ـ جميعا فلأن ـ ب ز ـ فى ـ ه ز ـ وفى ـ ز ح ـ وفى ـ ح ط ـ وفى ه ط ـ هى سطوح ـ ب ه ـ ب ح ـ ج ط ـ ا ط ـ و ـ ب ز ـ مساو ـ لم ن وجميع ـ ه ز ـ ز ح ـ ح ط ـ ط ه ـ مساو ـ لن س ـ فالسطوح جميعا مساوية لسطح ـ م س ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يا) اذا رسم على اسطوانة قائمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدته مساويا لسطح متوازى الاضلاع قائم الزوايا تكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتى المنشور وارتفاعه مساويا لضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة هى التى قاعدتاها ـ ا ب ج د ـ ه ز ح ط والمنشور المحيط بها هو الذى قاعدتاه سطحا ـ ك ل م ن ـ س ع ف ق ـ وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح ـ ز ط ـ متساويا الاضلاع قائم الزوايا ز ش ـ منه مساو ـ لع ل ـ و ـ ش ت ـ مساو لمحيط ـ ك م ـ جميعا فلأن ـ ع ل ـ فى ـ ك ل ـ وفى ـ ل م ـ وفى ـ م ن ـ وفى ـ ن ك ـ هى سطوح ـ ك ع ـ ل ف ـ ن ف ـ ك ق ـ و ـ ز ش ـ مساو ـ لع ل ـ وش ت ـ مساو لخطوط ـ ك ل ـ ل م ـ م ن ـ ن ك ـ جميعا فسطح ـ ز ت ـ مساو للسطوح المذكورة جميعا وذلك ما اردناه (٢) .

(يب) اذا كان مخروط قائم واخرج فى دائرة قاعدته وتر ووصل بين طرفيه وبين رأس المخروط بخطين مستقيمين فحدث مثلث منه ومن الوتر فان سطح ذلك المثلث يكون اصغر من السطح المستدير الذى وقع بين الخطين من المخروط فليكن مخروط قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه ـ د ـ ونصل فيها وتر ـ ا ج ـ كيف كان وخطى ـ ا د ـ ج د ـ ونقول ان مثلث ـ ا د ج

(١) الشكل الحادى والثلاثون ـ ٣١ (٢) الشكل الثانى والثلاثون ـ ٣٢ اصغر


٣١
ا
ب
ج
ه
ط
ز
ح
م
س
ن


٣٢
ا
ب
ج
د
م
ل
ه
ط
س
ح
ع
ز
ش
ت

اصغر من السطح المستدير الذى وقع بين ـ ا د ـ ج د ـ من المخروط وننصف قوسى ـ ا ب ج ـ على ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ج ب ـ د ب ـ فيكون مثلثا ا ب د ـ ج ب د ـ اعظم من مثلث ـ ا ج د ـ كما سأبينه وليكن سطح ـ ط ـ مساويا لزيادة مثلثى ـ ا ب د ـ ب ج د ـ على مثلث ـ ا ج د ـ وسطح ط يكون اما اصغر من قطعتى ـ ا ب ب ج ـ من الدائرة واما ليس بأصغر منهما فليكن اولا ليس بأصغر منهما ولأن العميق المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ب ـ من المخروط ومن قطعة ـ ا ب ـ من الدائرة اعظم من سطح مثلث ـ ا د ب ـ المار بأطرافه وكذلك لعميق المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ـ ب د ـ د ج ـ وقطعة ـ ب ج ـ اعظم من مثلث ـ ب د ج ـ فجميع السطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ج ـ مع قطعتى ـ ا ب ـ ب ج ـ اعظم من جميع مثلثى ـ ا د ب ـ ب د ج ـ وكان سطح ـ ط ـ ليس بأصغر من قطعتى ـ ا ب ـ ب ج ـ فالسطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ج ـ مع سطح ـ ط ـ اعظم من مثلثى ـ ا د ب ـ ب د ج ـ اعنى من مثلث ـ ا د ج ـ مع سطح ـ ط ـ ويلقى سطح ـ ط ـ المشترك تبقى السطح المستدير الواقع بين ـ ا د ـ د ج ـ من المخروط اعظم من مثلثى ـ ا د ج ثم ليكن سطح ـ ط ـ اصغر من قطعتى ـ ا ب ـ ب ج ـ وننصف قوسى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونصل الأوتار فنفصل من كل قطعة اكثر من نصفها وننصف الانصاف ونصل اوتارها مرة بعد اخرى الى ان يبقى قطع اقل من سطح ـ ط ـ ولتكن تلك القطع قطع ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج ونخرج خطوط ـ د ه ـ د ز ـ فالسطح المستدير الذى بين ـ ا د ـ د ه ـ مع قطعة ـ ا ه ـ اعظم من مثلث ـ ا ه د ـ والذى بين ـ د ه ـ د ب ـ مع قطعة ـ ب ه ـ اعظم من مثلث ه د ب ـ فالمستدير الذى بين ـ ا د ـ د ب ـ مع قطعتى ـ ا ه ـ ه ب ـ اعظم من مثلثى ـ ا د ه ـ ه د ب ـ الذين هما اعظم من مثلث ـ ا د ب ـ كما مر . وبمثل ذلك تبين ان المستدير الذى بين ـ ب د ـ د ج ـ مع قطعتى

ب ز ـ ز ج ـ اعظم من مثلث ـ ب د ج ـ فجميع السطح المستدير الذى بين ـ ا د ـ د ج ـ مع جميع القطع المذكورة بل مع سطح ـ ط ـ الذى هو اعظم منهـا اعظم من مثلثى ـ ا ب د ـ ب د ج ـ اعنى من مثلث ـ ا ج د مع سطح ـ ط ـ و يبقى بعد اسقاط سطح ـ ط ـ المشترك جميـع المستدير الذى بين ـ ا د ـ د ج ـ اعظم من مثلث ـ ا د ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول اما قوله فيكون مثلثا ـ ا ب د ـ ب ج د ـ اعظم من مثلث ا ج د ـ فذلك لأن العمود الذى يقع من مركز الدائرة على ـ ا ب ـ الاقصر يكون اطول من العمود الذى يقع منه على ـ ا ج ـ الاطول وارتفاع مثلث د ا ب ـ اعنى العمود الواقع مـن ـ د ـ عـلى ـ ا ب ـ الذى يقوى على العمود الاول الاطول وعلى المحور اطول من ارتفاع مثلثى ـ د ا ج ـ اعنى العمود الواقع من ـ د ـ على ـ ا ج ـ الذى يقوى على العمود الثانى الاقصر وعـلى المحور وارتفاع مثلثى ـ د ب ج ـ د ا ب ـ متساويان لتساوى اضلاعهما النظائر .

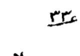
وايضـا جميـع ـ ا ب ـ ب ج ـ اطول من ـ ا ج ـ فاذا السطح الحاصل من احد ارتفاعى مثلثى ـ ط ا ب ـ د ج ب ـ فى نصف قاعدتيهما اعنى المثلثين جميعا اعظم كثيرا من السطح الحاصل من ارتفاع مثلث ـ د ا ج ـ فى نصف قاعدته اعنى مثلث ـ د ا ج .

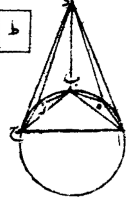
والى هذا اشرت فى اثناء شرح المصادرات عند ذكر المخروطات المضلعة بأن سطح المحيط منها يكون اعظم من سطح المحاط به لكون الأعمدة والقواعد فى المحيط اطول منهما فى المحاط به .

واما قوله ونصف قوسى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونصل الاوتار فننفصل من كل قطعة اكثر من نصفها فذلك لأنا اذا اخرجنا عمودين من طرفى القوس المنصفة ووصلنا بينهما بخط يماس الدائرة على منتصف القوس وتوازى الوتر حدث متوازى اضلاع يكون المثلث الحادث من وتر القوس ووترى نصفيها مساويا

(١) الشكل الثالث والثلاثون ـ ٣٣

لنصفه





الكرة والاسطوانة ص ٣٦

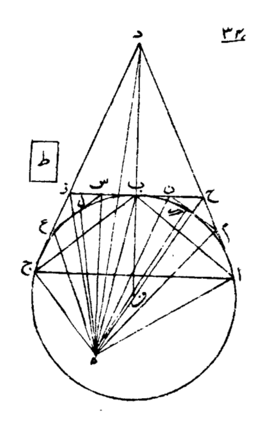
لنصفه وتقع القطعتان الحادثتان فى النصف الآخر مع فضلتين على القطعة الاولى فاذا المثلث الحادث تدفصل من القطعة الاولى اعظم من نصفها وقد مر مثل ذلك فى كتاب الاسطقسات لأقليدس ويكون البيان هذا بعينه .

واعلم ان هذه الاشكال التسعة اعنى من الشكل السابع الى الخامس عشر هى مما تقدم ذكرها مجملا فى اثناء ما اوردته من شرح المصادرات وذلك انى لما وجدت بعض المصادرات كالحكم بان كل سطح عميق فهو اعظم من السطح المستوى المار باطرافه اومن العميق الذى يقع فى داخله غير بين بنفسه اذ لم يكن من القضايا المتعارفة ولا مما يوجد بيانه فى غير علم الهندسة اردت ان ابينها فاحتجت الى ان ابين اولا ما نحتاج فى بيانه اليه وكانت القضايا المثبتة فى الاشكال الخمسة الاولى من جملة ذلك فاشرت الى بيانها مجملا واما الاربعة الاخيرة فقد بينت ايضا مع المصادرات من غير بناء عليها وارشميدس لما وضع تلك المصادرات على انها بينة مقبولة واحتاج فيما قصده مما سنورده الى القضايا المثبتة فى هذه الاشكال اوردها هاهنا واستعمل بعض تلك المصادرات فى بيانها كما استعمل الحكم المذكور فى هذا الشكل فوقع فيما ذكرته تكرار فى المتن ومخالفة للسياقة التى اختارها ارشميدس على ماذكرت هناك ووعدت بيانه فليعلم ان ذلك للضرورة المذكورة ونعود الى الكتاب .

(يج) اذا كان مخروط قائم واخرج فى سطح دائرة قاعدته خطان مماسان لتلك الدائرة ومتلاقيان على نقطة ووصل بين نقطة المماس والتلاقى وبين رأس المخروط بخطوط كان المثلثان اللذان تحيط بهما تلك الخطوط مع الخطين المماسين للدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين المثلثين من المخروط فليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه نقطة ـ ه ـ وليكن خطا ـ د ا ـ د ج ـ فى سطح دائرة ـ ا ب ج ـ مماسين لها على نقطتى ـ ا ج ـ و متلاقيين على نقطة ـ د ـ ونصل ـ ا ه ـ ج ه ـ د ه ـ ونقول ان مثلثى ـ ا د ه ـ د ه ج اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من بسيط المخروط ونصل

وتر ـ ا ج ـ وليكن ـ ح ب ز ـ مماسا للدائرة وموازيا ـ لا ج ـ فنقطة التماس وهى ـ ب ـ تنصف قوس ـ ا ب ج ـ كما سأذكره ونصل ـ ح ه ـ ز ه فخطا ـ ح د ـ د ز ـ اطول من ـ ح ز ـ ونجعل ـ ا ح ز ج ـ مشتركا فيكون خطا ـ ا د ـ د ج ـ جميعا اطول من خطوط ـ ا ح ـ ح ز ـ ز ج وخطوط ـ ه ا ـ ح ب ـ ح ج ـ وخطوط ـ ه ا ـ ه ب ـ ه ج ـ متساوية لأنها اضلاع المخروط القائم وهى اعمدة على الخطوط المماسة للدائرة كما مر فى الشكل التاسع فسطح احد اضلاع المخروط فى خطى ـ ا د ـ د ج ـ اعنى ضعف مثلثى ـ ا ه د ـ د ه ج ـ اعظم من سطحه فى خطوط ـ ا ح ـ ح ز ـ ز د ـ اعنى ضعف مثلثات ـ ا ح ه ـ ح ز ه ـ ز ه ج ـ فلتكن زيادة مثلثى ـ ا ه د ـ ـ د ه ج ـ على مثلثات ـ ا ح ه ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ هى سطح ـ ط ـ وهو يكون اما اصغر من جميع القطعتين اللتين تحيط بهما خطوط ـ ا ح ـ ح ز ـ ـ ز ج ـ وقوس ـ ا ب ج ـ اعنى الخارجتين عن الدائرة واما ليس باصغر منهما جميعا وليكن اولا ليس باصغر منهما جميعا فالعميق المحيط المؤلف من مثلثات ـ ا ه ح ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ ومن منحرف ـ ا ج ـ ز ح ـ اعظم من العميق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط من قطعة ـ ا ج ـ من الدائرة لكونهما متحدى الاطراف التى هى اضلاع مثلث ـ ا ه ج ـ وفى جانب واحد من سطح ذلك المثلث وتلقى منهما قطعة ا ج ـ المشتركة فتبقى مثلثات ـ ا ه ح ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ مع قطعتى ا ح ـ ب ك ـ ب ز ـ ج ل ـ الخارجين من الدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ وكان سطح ـ ط ـ ليس باصغر من القطعتين المذكورتين فاذا مثلثات ـ ا ح ه ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ مع سطح ـ ط ـ اعنى مثلثى ـ ا ه د ـ د ه ج ـ معا اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط ثم ليكن سطح ـ ط ـ اصغر من القطعتين الخارجتين المذكورتين وننصف قوسى القطعتين على نقطتى ـ ك ل

ونخرج



الكرة والاسطوانة ص٣٩

ونخرج منها خطين مماسين للدائرة هما ـ م ن ـ س ع ـ فيفصلان من القطعتين اعظم من نصفهما كما سيجئ بيانه وننصف انصاف القسى ايضا ونخرج الخطوط المماسة مرة بعد اخرى الى ان تبقى قطع خارجة من الدائرة يكون مجموعها اصغر من سطح ـ ط ـ ولتكن هى القطع الاربع التى يحيط بها خطا ـ ا م ـ م ك ـ مع قوس ـ ا ك ـ خطا ـ ك ن ـ ن ب ـ مع قوس ـ ك ب ـ وخطا ب س ـ س ل ـ مع قوس ـ ب ل ـ وخطا ـ ل ع ـ ع ج ـ مع ـ قوس ـ ل ج ـ ونصل نقطة الزوايا بنقطة ـ ه ـ فمثلثات ـ ا ح ه ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ الثلاثة اعظم من مثلثات ـ ا م ه ـ م ن ه ـ ن س ه ـ س ع ه ـ ع ه ج ـ الخمسة بمثل مامر من كون قواعد تلك اطول من قواعد هذه وارتفاعات الجميع التى هى اضلاع المخروط متساوية فالعميق المحيط المؤلف من سطح ـ ج ا م ن س ع ـ و من المثلثات الخمسة المذكورة اعظم من العميق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط ومن قطعة ـ ا ج من الدائرة لاتحاد اطرافهما التى هى مثلث ـ ا ه ج ـ ووقوعهما فى جانب واحد من سطح ذلك المثلث واذا القينا قطعة ـ ا ج ـ المشتركة فتبقى المثلثات الخمسة مع القطع الاربع المذكورتين جميعا اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط لكن مثلثات ـ ا ه ح ـ ح ز ه ـ ز ج ه اعظم من المثلثات الخمسة المذكورة وسطح ـ ط ـ اعظم من القطع الاربع المذكورة فمثلثات ـ ا ه ح ـ ح ز ه ـ ز ج ه ـ مع سطح ـ ط ـ اعنى مثلثى ا ه د ـ د ه ج ـ معا اعظم كثيرا من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج من المخروط وذلك ما اردناه (١).

اقول انما نفصل خط ـ م ن ـ من قطعة ـ ا ح ـ ب ك ـ الخارجة مثلثا اعظم من نصفها لأنا اذا اخرجنا من مركز الدائرة وليكن ـ ف ـ الى ح ـ خط ـ ف ح ـ ووصلنا ـ ا ك ـ كان فى مثلث ـ ح ك م ـ القائم الزاوية ـ ح م ـ وتر القائمة اطول من ـ م ك ـ المساوى ـ لم ا ـ فقاعدة

(١) الشكل الرابع الثلاثون ـ ٣٤ .

مثلث – ح ك م – اطول من قاعدة مثلث – م ك ا – وهما متساويا الارتفاعين فمثلث – ح ك م – اطول من قاعدة مثلث – م ك ا – وهما متساويا الارتفاعين فمثلث – ح ك م – اعظم من مثلث – م ك ا – واعظم كثيرا من قطعة – ا م ك – الخارجة من الدائرة وبمثل ذلك نبين فى البواقى .

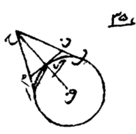
وبوجـه آخر ان كان سطح – ط – اصغر من القطعتين الخارجتين عملنا بمثل ما تقدم فى الشكل السادس على قطاع – ج ه ا – شكلا كثير الزوايا تكون القطع الفاضلة عليه من الشكل اصغر من سطح – ط – وسنتمم البيان بمثل مامر(١) .

(يد) اذا اخرج فى سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها كان السطح المستدير الواقع بينهما اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى يحيط به ذانك الخطان مع الخطين الواصلين باطرافهما فلتكن الاسطوانة هى التى احدى قاعدتيها دائرة – ا ب ج – ونخرج فى سطحها خطين احد طرفيهما نقطتا – ا ج – وطرفاهما الآخران نقطتان تقابلانهما على دائرة القاعدة الاخرى .

فنقول ان الواقع بينهما من السطح المستدير الاسطوانى اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى يحيط به الخطان المبتدئان من – ا ج – وخط ا ج – و – خط آخر يقابله ويوازيه فى دائرة القاعـدة الاخرى فننصف قوس ا ج – على – ب – ونصل وترى – ا ب – ب ج – ونرسم على الاسطوانة خطا يبتدئ من – ب – وينتهى الى مقابلتها موازيا للخطين الاولين فننصف القوس النظيرة لقوس – ا ج – ايضا ويحدث سطحان متوازيان على – ا ب – ب ج – ارتفاعاهما ارتفاع الاسطوانة ويكونان معا اعظم من السطح الذى على ا ج – وارتفاعه ايضا ذلك الارتفاع لكون – ا ب – ب ج – معا اطول من – ا ج – وليكن سطح – ح – مساويا لزيادة سطحى – ا ب – ب ج على سطح – ا ج – ونصف سطح – ح – يكون اما اصغر من قطعتى – ا ه ب – ب ز ج – معا وا ما ليس باصغر منهما وليكن اولا ليس باصغر منهما فا نعميق

---

(١) الشكل الخامس والثلاثون – ٣٥ .



الكرة والاسطوانة ص٢

المؤلف من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين اللذين يبتدئان من ا ب ـ و من قطعة ـ ا ه ب ـ و من القطعة المقابلة لها على القاعدة الاخرى اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى على خط ـ ا ب ـ المتحد اطرافه باطراف العميق وايضا العميق المؤلف من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين المبتدئين من ـ ب ج ـ ومن قطعتى ـ ب ز ج ـ والمقابلة لها اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على خط ـ ب ج ـ فمجموع ما يقع بين الخطين المبتدئين من ـ ا ج ـ من السطح المستدير الاسوانى مع قطعتى ـ ا ه ب ـ ب ز ج ـ ومقابلتيهما الاربع اعظم من السطحين المتوازيى الاضلاع اللذين على خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ بل من السطح المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ج ـ مع سطح ـ ح ـ وسطح ـ ح ـ ليس باصغر من القطع الاربع المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين المستديرين الخارجين من نقطتى ـ ا ج ـ اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ج ـ

ثم ليكن نصف سطح ـ ح ـ اصغر من قطعتى ـ ا ه ب ـ ب ز ج فننصف قسى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونصل الاوتار الى ان يبقى قطع من الدائرة اصغر من نصف سطح ـ ح ـ ولتكن هى قطعة ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج ـ ولتخرج على اوتارها سطوح متوازية الاضلاع ارتفاعاتها ارتفاع الاسطوانة .

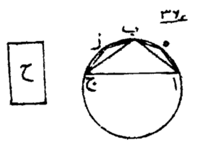
فتبين بمثل ما قلنا ان مجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من نقطتى ـ ا ب ـ مع قطعتى ـ ا ه ـ ه ب ـ والقطعتين المقابلتين لهما اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ب ـ ومجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من نقطتى ـ ب ـ ج ـ مع قطعتى ـ ب ز ـ ـ ز ج ـ ومقابلتيهما اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ب ج ـ فا سطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من ـ ا ج ـ مع قطع ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج والقطع المقابلة لها جميعا اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ب ـ ب ج

بل من المتوازى الاضلاع الذى على – اج – مع سطح – ح – وسطح – ح اعظم من القطع المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطوانى المذكور اعظم من المتوازى الاضلاع المذكورة وذلك ما اردناه (١).

(يه) اذا اخرج فى سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها واخرج من اطرافهما فى سطح دائرتى القاعدتين خطوطا مماسة لهما متلاقية كان السطحان المتوازيا الاضلاع اللذان تحيط بهما الخطوط المماسة للدائرة والخطان اللذان فى سطح الاسطوانة اعظم من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين السطحين فلتكن الاسطوانة هى التى قاعدتها دائرة – اب ج – وليخرج فى سطح الاسطوانة خطان مبتدئان من – اج – منتهيان الى نظيرتيهما من القاعدة الاخرى وفى سطح الدائرة خطا – اح – ج ح – المماسان لها على نقطتى – اج – المتلاقيان على – ح – وفى سطح الدائرة المقابلة لها نظيراهما ومن – ح – الى نظيرتها خط يوازى اللذين على سطح الاسطوانة.

فنقول ان المتوازى الاضلاع اللذين تحيط بهما الخطوط المبتدئة من نقط – اج ح – وخطا – اح – ج ح – ونظيراهما اعظم من السطح المستدير الذى على قوس – اب ج – ولنخرج – ه ز – مماسا للدائرة على ب – ومن نقطتى – ه ز – خطان موازيان للمحور منتهيان الى سطح القاعدة الاخرى فالسطحان المتوازيا الاضلاع اللذان على – اح – ج ح – اعظم من السطوح المتوازية الاضلاع التى على – اه – ه ز – زج لكون – اح – ح ج – اطول من جميع – اه – ه ز – زج – وليكن سطح – ك – مساويا لزيادة ذينك السطحين على هذه السطوح ونصفه يكون اما اعظم من قطعتى اه ب م – ب ز ج ط – الخارجتين من الدائرة واما ليس باعظم منهما وليكن اولا اعظم منهما فالعميق المحيط المؤلف من المتوازية الاضلاع التى على خطوط اه – ه ز – زج – ومن منحرف – اج – زه – ومن المنحرف المقابل له اعظم من العميق المحاط به – اج زه – المؤلف من السطح المستدير الذى

(١) الشكل السادس والثلاثون – ٣٦ –.


ع٣٦
ب
ز
ه
ج
ا
ح



الكرة والاسطوانة ص٣٣

على قوس ـ ا ب ج ـ ومن قطعة ـ ا ج ب ـ من الدائرة ومن القطعة المقابلة لها لكونهما متحدة الاطراف التي هي اضلاع المتوازي الاضلاع الذي على ـ ا ج ـ وفي جانب واحد منه واذا التي منهما قطعتا ـ ا ج ب ـ ومقابلتها معا بقي مجموع السطوح الثلاثة التي على ـ ا ه ـ ه ز ـ ز ج ـ والقطع الاربع التي هي قطعتا ـ ا ه ب م ـ ب ز ج ط ـ واللتان تقابلانهما اعظم من السطح المستدير الذي على قوس ـ ا ب ج ـ والسطوح الثلاثة والقطع الاربع جميعا اصغر من السطحين اللذين على ـ ا ح ـ ح ج ـ لانهما اعظم من السطوح الثلاثة بمثل سطح ـ ك ـ الذي هو اعظم من القطع الاربع فاذا السطحان اللذان على ا ح ـ ح ج ـ اعظم من السطح المستدير الذي على قوس ـ ا ب ج ـ .

ثم ليكن نصف سطح ـ ك ـ ليس باعظم من قطعتي ـ ا ه ب م ـ ب ز ج ط ـ ونخرج خطوطا مماسة للدائرة مرة بعد اخرى الى ان تصير القطع الخارجة من الدائرة اصغر من نصف سطح ـ ك ـ .

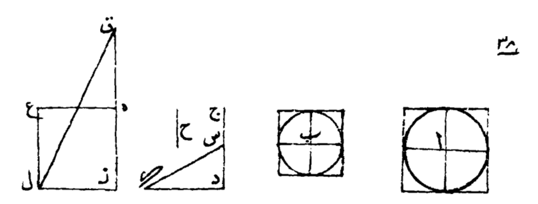
ويتبين من ذلك الحكم بمثل ما تقدم وهنا لك استبان انه اذا عمل في مخروط قائم او عليه نارى او عمل في اسطوانة قائمة او عليها منشور كان جميع السطوح المحيطة بالجسم المحيط سوى القاعدة او القاعدتين اعظم من جميع السطوح المحيط بالجسم المحاط به سوى القاعدة او القاعدتين (١) .

(يو) كل اسطوانة قائمة فان سطح المحيط بها سوى قاعدتيها مساو للدائرة التي نصف قطرها متناسب لضلع الاسطوانة وقطر قاعدته فيما بينهما فلتكن دائرة ا ـ قاعدة الاسطوانة وليكن خط ـ ج د ـ مساويا لقطر دائرة ـ ا ـ وخط ه ز ـ مساويا لضلع الاسطوانة وخط ـ ح ـ واقعا بين خطي ـ ج د ـ ه ز على نسبة وليكن نصف قطر دائرة ـ ب ـ مساويا لخط ـ ح ـ نقول فدائرة ب ـ مساوية للسطح المحيط بالاسطوانة سوى قاعدتيها فان لم يكن كذلك فهي اما اعظم واما اصغر منه وليكن اولا اصغر منه فيكون سطح الاسطوانة ودائرة ـ ب ـ مقدارين غير متساوين بين اعظمهما السطح ونعمل في دائرة ـ ب

(١) الشكل السابع والثلاثون ـ ٣٧ ـ.

وعليها شكلين متساوى الاضلاع تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ـ ب ـ كما مر فى الشكل الخامس ونعمل على دائرة ـ أ ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ وسأذكر طريقه ونعمل على الشكل المعمول على دائرة ـ ا ـ منشورا يحيط بالاسطوانة وليكن كل واحد من خطى ـ ك د ـ ز ل ـ مساويا لمحيط الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ ننصف ج د ـ على ـ س ـ ونصل ـ س ك ـ فمثلث ـ ك د س ـ مساو للشكل الذى على دائرة ـ أ ـ لان قاعدته مساوية لمحيط ذلك الشكل وارتفاعه مساو لنصف قطر دائرة ـ ا ـ ونتمم سطح ـ ه ز ـ ل ع ـ المتوازى الاضلاع فهو مساو لسطح المنشور الذى على الاسطوانة لان المحيط به ضلع الاسطوانة وخط مساو لمحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك فى الشكل الحادى عشر ونخرج ـ ه ق مساويا ـ له ز ـ ونصل ـ ق ل ـ فمثلث ـ ز ق ل ـ مساو لسطح ـ ه ز ل ع بل لسطح المنشور ونسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ كنسبة نصف قطر دائرة ـ ا ـ وهو خط ـ س د ـ نضيف الى نصف قطر دائرة ـ ب ـ وهو خط ـ ح ـ فى القوة لما سأذكره ونسبة ـ س د ـ الى ـ ح ـ فى القوة كنسبة ـ س د ـ الى ـ ق ز ـ فى الطول لأن نسبة ضعف ـ س د ـ الى ـ ح ـ كنسبة ـ ح ـ الى ـ نصف ـ ق ز ـ ونسبة ـ س د ـ الى ـ ق ز ـ كنسبة مثلث ـ ك س د ـ الى مثلث ـ ل ق ز ـ لأن ارتفاعى د ك ـ ز ل ـ متساويان فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ اعنى مثلث ـ ك س د ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ كنسبة مثلث ـ ك س د ـ الى مثلث ل ق ز ـ فمثلث ـ ل ق ز ـ اعنى سطح المنشور مساو للشكل الذى على دائرة ب ـ ولان نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى الشكل الذى فيها اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ـ ب ـ تكون نسبة سطح المنشور ايضا الى الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ـ ب ـ وذلك محال لان سطح المنشور اعظم من سطح الاسطوانة فيلزم ان

ش ٣٨



الكرة والاسطوانة ص ٢٥

ان يكون الشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ اعظم منها ثم لتكن دائرة ــ ب ــ اعظم من سطح الاسطوانة ونعمل على دائرة ــ ب ــ وفيها شكلين متشابهين تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة دائرة ــ ب ــ الى سطح الاسطوانة نعمل فى دائرة ــ ا ــ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ــ ب ــ ونعمل على الذى فى دائرة ــ ا ــ منشورا تحيط الاسطوانة به وليكن كل واحد من ــ ك د ــ ز ل مساويا لمحيط الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ فمثلث ــ ك س د ــ اعظم من الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ لأن قاعدته مساوية لمحيط الشكل وارتفاعه الذى هو نصف قطر الدائرة اعظم من العمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل وسطح ه ز ل ع ــ مسا و لسطح المنشور الذى فى الاسطوانة لأن المحيط به ضلع الاسطوانة ومحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك فى الشكل العاشر فمثلث ــ ق ل ز ــ مسا ولسطح المنشور ونسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ الى الشكل الذى فى دائرة ــ ب كنسبة نصف قطر دائرة ــ ا ــ الى نصف قطر دائرة ــ ب ــ فى القوة بل كنسبة مثلث ــ ك س د ــ الى مثلث ــ ق ل ز ــ فنسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ الى الشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ كنسبة مثلث ــ ك س د ــ الى مثلث ــ ق ل ز ــ واذا بدلنا صارت نسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ الى مثلث ــ ك س د ــ كنسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ الى مثلث ــ ق ل ز ــ والشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ اصغر من مثلث ــ ك س د ــ فالشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ ايضا اصغر من مثلث ــ ق ل ز ــ اعنى من سطح المنشور الذى هو اصغر من سطح الاسطوانة لما مر فى آخر الشكل الخامس عشر فهو اصغر من سطح الاسطوانة وهذا محال لأن نسبة الشكل الذى على دائرة ــ ب ــ الى الذى فيها كانت اصغر من نسبة دائرة ــ ب ــ الى سطح الاسطوانة والشكل الذى على دائرة ــ ب ــ اعظم من دائرة ــ ب ــ فالشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ يجب ان يكون اعظم من سطح الاسطوانة واذا لم تكن دائرة ــ ب ــ بأعظم من سطح الاسطوانة ولا بأصغر منه فهى اذا مساوية له وذلك ما اردناه (١) .

---

(١) الشكل الثامن والثلاثون ــ ٣٨

اقول اما طريق ان نعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ فهو أن نعمل فى دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ـ ب ـ على ماتبين فى كتاب الاسطقسات ثم نعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فيه فيكون ايضا شبيها بالذى على دائرة ـ ب .

واما بيان ان نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ هى كنسبة نصف قطر الدائرة الى نصف قطر دائرة ـ ب ـ فى القوة فهكذا ليكن ـ ا ب ـ مركزى الدائرتين ـ و ا ج ـ ب ه ـ نصفى قطرها ـ و ج د . ه ز ـ نصفى ضلعين متقاطرين من الشكلين اللذين عليهما ونصل ـ ا د ـ ب ز ـ فالمثلثان متشابهان لأن زاويتى ـ د ز ـ نصفا زاويتين متساويتين وزاويتى ـ ج ـ ه ـ قائمتان ونسبة ـ ج د ـ الى ـ ه ز ـ بل نسبة الضلع الى الضلع كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ب ه ـ نصف القطر الى نصف القطر فنسبة الشكل الى الشكل التى هى كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كنسبة مربع نصف القطر الى مربع نصف القطر (١) .

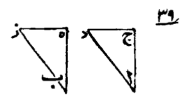
(يز) كل مخروط قائم فان سطحه المحيط به سوى قاعدته مساو للدائرة التى نصف قطرها مناسب لضلع ذلك المخروط ولنصف قطر قاعدته فيما بينهما فلتكن قاعدة المخروط دائرة ـ ا ـ ونصف قطرها خط ـ ج ـ وضلع المخروط خط ـ د ـ وخط ـ ه ـ مناسبا لخطى ـ ج ـ د ـ فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ـ ب ـ .

فنقول ان دائرة ـ ب ـ مساوية للسطح المستدير المحيط بالمخروط فان لم يكن كذلك فهى اما اصغر منه واما اعظم وليكن اولا اصغر منه فيكونان مقدارين مختلفين اعظمهما سطح المخروط ونعمل على دائرة ـ ب ـ وفيها شكلين متشابهين كثيرى الزوايا متساوى الاضلاع تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ب ـ كما مر فى الشكل الخامس ونعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ وعليه

---

(١) الشكل التاسع والثلاثون ـ٣٩ـ

ناريا


٣٩
ز
ه
ب
د
ج
ا

ناريا يحيط بالمخروط المستدير فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ كنسبة نصف قطر دائرة ـ ا ـ الذى هو ـ ج ـ الى نصف قطر دائرة ـ ب ـ الذى هو ـ ه ـ فى القوة اعنى كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فى الطول ونسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته وذلك لأن ـ ج ـ الذى هو نصف ـ قطر دائرة ا ـ فى نصف محيط الشكل الذى ـ على دائرة ـ ا ـ هو الشكل الذى على دائرة ا ـ و ـ د ـ الذى هو ضلع المخروط فيه بعينه هو سطح النار لما تبين فى الشكل التاسع فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب والى سطح النارى واحدة فالشكل الذى على دائرة ـ ب ـ مسا ولسطح النارى ولأن نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ اعنى سطح النارى الى الذى فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ب ـ وكان سطح النارى اعظم من سطح المخروط كما مر فى آخر الشكل الخامس عشر لزم ان يكون الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ اعظم من دائرة ـ ب ـ هذا خلف .

ثم لتكن دائرة ـ ب ـ اعظم من سطح المخروط ونعمل دائرة ب ـ وفيها شكلين متشابهين كما ذكرنا تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة الدائرة الى سطح المخروط ونرسم فى دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ـ ب ـ ونقيم على الذى فى دائرة ـ ا ـ شكلا ناريا يحيط به المخروط وتكون نسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ ه ـ فى القوة بل كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فى الطول ونسبة ـ ج ـ اعنى نصف قطر دائرة ـ ا ـ الى ـ د ـ اعنى ضلع المخروط اعظم لما سأذكره من نسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى سطح النارى التى هى كنسبة العمود الواقع من مركز دائرة ـ ا ـ على ضلع الشكل الذى فيها الى العمود الواقع من رأس المخروط عليه ايضا فان العمود الذى من مركز الدائرة فى نصف محيط الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ هو الشكل الذى فى

دائرة ـ ا ـ والعمود الذى من رأس المخروط فيه ايضا بعينه هو سطح النارى على ما مر فى الشكل السابع والثا من فنسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى الذى فى دائرة ـ ب ـ اعظم من نسبته الى سطح النارى فسطح النارى اعظم من الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ ونسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى سطح النارى اصغر من نسبته الى الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ وكانت نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى الذى فيها اصغر من نسبة دائرة ـ ب الى سطح المخروط فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى سطح النارى اصغر كثيرا من نسبة دائرة ـ ب ـ الى سطح المخروط والشكل الذى على دائرة ب ـ اعظم من دائرة ـ ب ـ فسطح النارى يلزم ان يكون اعظم من سطح المخروط هذا خلف لما مر فى آخر الشكل الخامس عشر واذا لم تكن دائرة ـ ب ـ بأصغر من سطح المخروط ولا بأعظم منه فهى اذا مثله وذلك ما اردناه (١).

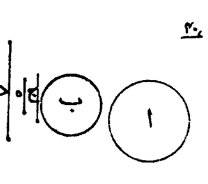
اقول ليكن لبيان ان نسبته نصف قطر دائرة ـ ا ـ الى ضلع المخروط اعظم من نسبة العمود الواقع من مركز دائرة ـ ا ـ على ضلع الشكل الذى فيها الى العمود الواقع من رأس المخروط عليه ايضا ـ ز ـ مركز دائرة ا ـ و ـ ح ـ رأس المخروط ـ و ز ط ـ نصف قطر دائرة ـ ا ـ اعنى خط ـ ج و ـ ح ط ـ ضلع المخروط اعنى خط ـ د ـ و ـ زك ـ العمود الواقع من المركز على ضلع الشكل الذى فى الدائرة و ـ ح ك ـ العمود الواقع عليه من رأس المخروط والدعوى ان نسبة ـ ز ط ـ الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة ـ زك الى ـ ح ك ـ ونخرج ـ ك ل ـ موازيا ـ لط ح ـ فيكون اقصر لا محالة من ـ ح ك ـ وتكون نسبة ـ زك ـ الى ـ ك ل ـ اعنى ـ ز ط ـ الى ـ ح ط ـ بل نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ اعظم من نسبة ـ زك ـ الى ـ ح ك ـ اعنى العمود الخارج من المركز الى العمود الخارج من رأس المخروط (٢).

(يع) نسبة سطح المخروط القائم الى قاعدته كنسبة ضلعه الى نصف قطر

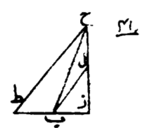
---

(١) الشكل الاربعون ـ ٤٠ (٢) الشكل الحادى والاربعون ـ ٤١ (٦)

ش ٤٠



ش ٤١



ش ٣٢

د ا

الكرة والاسطوانة ص ٣٩

قاعدته فلتكن قاعدة المخروط دائرة ـ ا ـ ونصف قطرها ـ ب ـ وضلعه ـ ج ونقول نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ا ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ ب ـ وليكن ه ـ مناسبا لخطى ـ ب ـ ج ـ فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ـ د ـ فدائرة د ـ مساوية لسطح المخروط كما مر فى الشكل المتقدم ونسبة دائرة ـ د ـ الى دائرة ـ ا ـ كنسبة مربع ـ ه ـ الى مربع ـ ب ـ بل كنسبة ـ ج ـ الى ـ ب ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يط) اذا كان مخروط قائم وقطعة سطح موازللقاعدة فالسطح المستدير الواقع من محيطه بينهما يساوى دائرة يكون نصف قطرها مناسبا لضلع القطعة من المخروط الواقع بينهما والمحيط المساوى لنصفى قطرى الدائرتين المتوازيتين معا فيما بينهما فليكن المخروط هو الذى على سهمه مثلث ـ ا ب ج ـ وسهمه ب ح ـ وليقطعه سطح موازلقاعدته يقطع المثلث على ـ د ـ ه ـ ونرسم دائرة يكون نصف قطرها مناسبا لخط ـ ا د ـ وللخط المساوى لمجموع ـ د ز ا ح فيما بينهما وهى دائرة ـ ط ـ .

فنقول انها مساوية لمابين ـ د ه ا ج ـ من السطح المستدير المخرطى ونرسم دائرة يقوى نصف قطرها على سطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ وهى دائرة ـ ك ـ واخرى تقوى نصف قطرها على سطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ وهى دائرة ـ ل ـ فدائرة ـ ل ـ تساوى سطح مخروط ـ ا ب ج ـ ودائرة ـ ك ـ تساوى سطح مخروط ـ د ب ه ـ مما مر فى الشكل الرابع عشر وسطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ يساوى سطحى ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ و ـ ا د ـ فى مجموع ـ د ز ـ و ـ ا ح ـ لان ـ د ز ـ يوازى ـ ا ح ـ وساذكر بيان ذلك فلان مربع نصف قطر دائرة ـ ل ـ يساوى سطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ ومربع نصف قطر دائرة ـ ك ـ يساوى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ ومربع نصف قطر دائرة ـ ط ـ يساوى ـ ا د ـ فى جميع ـ د ز ـ و ـ ا ح ـ يكون مربع نصف قطر دائرة ـ ل ـ مساويا لمربعى نصفى قطرى دائرتى ـ ط ك ـ ونسب

(١) الشكل الثانى والاربعون ـ ٤٢

الدوائر نسب مربعات اقطارها فدائرة ـ ل ـ تساوى دائرتى ـ ط ـ ك ـ لكن دائرة ـ ل ـ تساوى سطح مخروط ـ ب ا ج ـ ودائرة ـ ك ـ تساوى سطح مخروط ـ د ب ه ـ يبقى مابين السطحين المتوازيين اللذين على د ه ج ا ـ من بسيط المخروط مساويا لدائرة ـ ط ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول كون ـ د ز ـ موازيا لاح يقتضى ان يكون سطح ـ ب ا ف ـ ا ح ـ مساويا لسطحى ـ ب د ـ ف ـ د ز ـ و ـ ا د ـ ف مجموع د ز ـ و ـ ا ح لان ذلك يقتضى ان تكون نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ب ا ـ الى ـ ا ح ـ فب د ـ ف ـ ا ح ـ يساوى ـ ب ا ـ ف ـ د ز ـ اعنى ـ ب د ـ ف ـ دز ـ و ـ ا د ـ ف ـ د ز ـ ونجعل ـ د ا ـ ف ـ ا ح ـ مشتركا فيصير ـ ب ا ـ ف ـ ا ح ـ مساويا ـ لب د ـ ف ـ د ز ـ و ـ ا د ـ ف ـ د ز ـ وف ـ ا ح ـ جميعا .

تذكرة

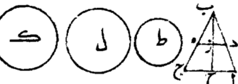
المخروطات القائمة ان تساوت ارتفاعاتها كانت على نسب قواعدها وان تساوت قواعدها كانت على نسب ارتفاعاتها وان كانت متساوية كانت قواعدها متكافئة لارتفاعاتها و ن كانت متشابهة اى كانت اقطار قوعدها على نسب ارتفاعاتها كانت على نسب اقطار القواعد مثلثة بالتكرير والاسطوانة القائمة اذا قطعها سطح مواز لقاعدتيها باسطوانتين كانتا على نسبة سهميهما وسهامهما على نسبة مخروطيهما المستديرين جميع ذلك مما بينه القدماء .

(ك) اذا كان مخروطان قائمان وكان سطح احدهما مساويا لقاعدة آخر وارتفاع الآخر مساويا للعمود الواقع من مركز قاعدة الاول على ضلع من اضلاعه فهما متساويان فليكن المخروطان مخروطى ـ ا ب ج ـ ه د ز ـ ولتكن قاعدة ـ ا ب ج ـ مساوية لسطح مخروط ـ د ه ز ـ وارتفاع ـ ا ح ـ مساويا لعمود ـ ط ك ـ الواقع من مركز ـ ط ـ على ضلع ـ د ه ـ نقول فهما متساويان وذلك لان نسبة سطح مخروط ـ د ه ز ـ اعنى قاعدة ـ ا ب ج

(١) الشكل الثالث والاربعون ـ ٤٣ ـ

الى

٤٣



الكرة والاسطوانة ص٥٠

٣٣

ى ا
ك
ز د ب
ط ج ح

الى قاعدة مخروط ـ د ه ز ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ د ط ـ لما مر فى الشكل الثامن عشر اعنى نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط ك ـ لكون مثلثى ـ ه د ط ـ ه ط ك ـ متشابهين بل نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ا ح ـ المساوى ـ لط ك ـ فنسبة قاعدة مخروط ـ اب ج ـ الى قاعدة مخروط ـ د ه ز ـ كنسبة ـ ه ط ـ ارتفاع مخروط ـ د ه ز ـ الى ـ ا ح ـ ارتفاع مخروط ـ اب ج ـ على التكافؤ فاذا هما متساويان وذلك ما اردناه (١) .

(كا) كل معين مجسم مركب من مخروطين قائمين فانه مساو لمخروط قائم قاعدته مساوية لسطح احد مخروطى المعين وارتفاعه مساو للعمود الواقع من رأس الآخر منهما على ضلع من اضلاع الاول فليكن المعين المذكور معين ـ ا ب د ج ـ وقطر قاعدته ـ ب ج ـ وارتفاعه ـ د ا ـ ولتكن قاعدة مخروط ح ط ك ـ مساوية لسطح مخروط ـ اب ج ـ وارتفاعه وهو ـ ط ل ـ مساو لعمود ـ د ز ـ الخارج من ـ د ـ على ضلع ـ اب ـ بعد اخراجه على الاستقامة نقول فمخروط ـ ح ط ك ـ مساو للمعين المذكور وليكن ـ م ن س مخروطا آخر قائما قاعدته مساوية لقاعدة مخروط ـ اب ج ـ وارتفاعه وهو ـ ن ع ـ مساو ـ لا د ـ فلأن نسبة مخروط ـ م ن س ـ الى مخروط ـ ب د ج ـ المتساوى القاعدتين كنسبة ـ ن ع ـ الى ـ د ه ـ ونسبة معين ـ اب ـ د ج ـ الى مخروط ـ ب د ج ـ ايضا كنسبة ـ ا د ـ الى ـ د ه ـ اعنى ـ ن ع ـ ايضا الى ـ د ه ـ يكون مخروط ـ م ن س ـ مساويا لمعين ـ اب ـ د ج ـ ولأن نسبة سطح مخروط ـ اب ج ـ الى قاعدته كنسبة ـ اب ـ الى ـ ب ه ـ لما مر فى الشكل الثامن عشر وهى كنسبة ـ اد ـ الى ـ دز ـ لكون مثلثى ـ اب ه ـ ادز ـ متشابهين اعنى نسبة ـ ن ع ـ المساوى ـ لاد ـ وهو ارتفاع مخروط ـ م ن س ـ الى ـ ط ل ـ المساوى ـ لدز ـ وهو ارتفاع مخروط ـ ح ط ك ـ وايضا نسبة سطح مخروط ـ اب ج ـ الى قاعدته كنسبة قاعدة مخروط ـ ح ط ك ـ الى قاعدة مخروط ـ م ن س ـ

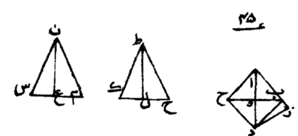
(١) الشكل الرابع والاربعون ـ ٤٤ ـ

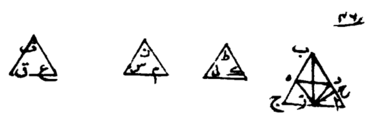
لكونهما مساويين لهما يكون مخروطا – م ن س – ح ط ك – اللذان قاعدتاهما مكافئتان لارتفاعيهما متساويين فاذا مخروط – ح ط ك – مساو لمعين ا ب د ج – وذلك ما اردناه (١).

(كب) اذا كان مخروط قائم وقطعه سطح مواز لقاعدته وعمل على الدائرة التى يحدث فى موضع القطع مخروط آخر قائم رأسه مركز قاعدة المخروط الاول ونقص من المخروط الاول المعين المجسم الذى يحدث من ذلك فان الذى يبقى من المخروط الاول مساو لمخروط قائم قاعدته مساوية للسطح المستدير الواقع بين السطحين المتوازيين من محيط المخروط وارتفاعه مساو للعمود الواقع من مركز قاعدة المخروط الاول على احد اضلاعه فليكن – ا ب ج – المخروط و – ز – مركز قاعدته وليقطعه سطح على – د ه – وليعمل على الدائرة التى قطرها – د ه – مخروط قائم رأسه – ز – فيكون معين – ب د ز ه – المجسم مركبا من مخروطين قائمين وليكن – ط ك ل – مخروط قاعدته مساوية لما بين دائرتى – د ه – ا ج – من السطح المحيط المخروط لمخروط – ا ب ج – وارتفاعه مساو لعمود – ز ح – الخارج من مركز – ز – على ضلع – ا ب –

فنقول اذا نقص من مخروط – ا ب ج – معين – ب د ز ه – كان ما يبقى منه مساويا لمخروط – ط ك ل – وليكن مخروطان احدهما مخروط م ن س – ولتكن قاعدته مساوية لسطح مخروط – ا ب ج – وارتفاعه مساويا – از ح – فيكون مساويا لمخروط – ا ب ج – لما مر فى الشكل العشرين والآخر مخروط – ع ف ق – ولتكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ب د ه – وارتفاعه مساويا – لز ح – فيكون مساويا لمعين – ب د – ز ه – لما مر فى الشكل المتقدم ولأن سطح مخروط – ب د ه – من جميع سطح مخروط ا ب ج – مساو لقاعدة مخروط – ع ف ق – والباقى منه مساو لقاعدة مخروط ط ك ل – تكون قاعدة مخروط – م ن س – مساوية لمجموع قاعدتى مخروطى

(١) الشكل الخامس والاربعون – ٤٥ –


ع ٣٥
ن
س
ع
م
ط
ك
ل
ح
ا
ب
ج
ه
ز
د



الكرة والاسطوانة ص٥٣

ط ك ل ـ ع ف ق ـ وارتفاعات هذه المخروطات الثلاثة متساوية فمخروط م ن س ـ مساو لمخروطي ـ ط ك ل ـ ع ف ق ـ وكان مخروط ـ م ن س مساويا لمخروط ـ ا ب ج ـ ومخروط ـ ع ف ق ـ مساويا لمعين ـ ب د ه ز فيبقى مخروط ـ ط ك ل ـ مساويا لما يبقى من مخروط ـ ا ب ج ـ بعد نقصان المعين المجسم منه وذلك ما اردناه (١) .

(كج) اذا كان معين مجسم مركب من مخروطين قائمين وقطع احد مخروطيه سطح موازلارتفاعيها (٢) وعمل على الدائرة الحادثة بالقطع مخروط قائم رأسه رأس المخروط الآخر من المعين ونقص من المعين الاول هذا المعين الحادث كان الباقي من المعين الاول مساويا لمخروط قائم قاعدته مساوية للسطح المستدير الذى وقع بين السطحين من المتوازيين وارتفاعه مساو للعمود الواقع من رأس المخروط الآخر على ضلع من اضلاع المخروط المقطوع بالسطح فليكن ـ ا ب ج د ـ المعين الاول وليقطع مخروط ـ ا ب ج ـ منه سطح مواز لقاعدة ـ ا ج ـ على ـ ه ز ـ وليقم على دائرة ـ ه ز ـ مخروط رأسه نقطة ـ د ـ فيكون ـ ب ه د ز ـ المعين الحادث وليكن ـ ط ك ل ـ مخروطا قاعدته مساوية لمابين سطحى ـ ه ز ـ ا ج ـ من محيط مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه مساو لعمود ـ د ح ـ الخارج من ـ د ـ على ضلع ـ ب ا ـ المخرج .

فنقول مخروط ـ ط ك ل ـ مساو لما يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث منه فليكن مخروطان احدهما مخروط ـ م ن س ـ المساوى قاعدته لسطح مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه لعمود ـ د ح ـ فهو مساو لمعين ـ ا ب ج د ـ لمامر فى الشكل الحادى والعشرين والآخر مخروط ع ف ق ـ المساوى قاعدته لسطح مخروط ـ ب ه ز ـ وارتفاعه لعمود ـ د ه ـ وهو مساو لمعين ـ ب ه دٓ ز ـ الحادث ولأن سطح مخروط ـ ه ب ز ـ من جميع سطح مخروط ـ ا ب ج ـ مساو لقاعدة مخروط ـ ا ف ق ـ والباق

---

(١) الشكل السادس والاربعون ـ ٤٦ ـ (٢) صف ق ـ لقاعدتيها

منه مسا ولقاعدة مخروط ـ ط ك ل ـ والمجموع مساو لقاعدة مخروط م ن س ـ وارتفاعات الثلاثة واحدة تكون قاعدة مخروط ـ م ن س ـ مساوية لقاعدة الباقيتين بل هو مساو لهما جميعا ولكن مخروط ـ م ن س ـ مساو لمعين ـ ا ب ج د ـ ومخروط ـ ا ف ق ـ مساو لمعين ـ ب ه د ز ـ يبقى مخروط ـ ط ك ل ـ مساويا لما يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث عنه وذلك ما اردناه (١) .

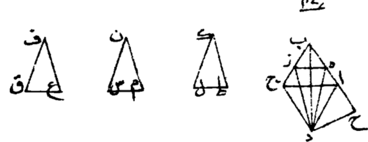
(كد) اذا كان فى دائرة شكل متساوى الاضلاع عدد اضلاعه زوج ووصلت بين اطراف الاضلاع بخطوط موازية للخط الواصل بين طرفى ضلعين متجاورين كانت نسبة جميع تلك الخطوط الى قطر الدائرة كنسبة الخط الموتر لنصف الاضلاع سوى ضلع واحد الى ضلع واحد فلتكن دائرة ا ب ج د ـ فيها شكل ـ ا ه ز ب ح ط ج م ن د ك ل ـ المتساوى الاضلاع وعدد اضلاعه اثناعشر ونصل خطوط ـ ه ك ـ ز ل ـ ب د ـ ح ن ـ ط م ـ وظاهر انها متوازية وموازية ـ اه ك ـ ونصل ـ ج ه ـ .

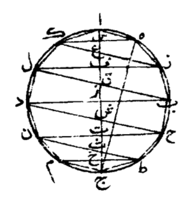
نقول فنسبة جميعها الى القطر كنسبة ـ ج ه ـ الى ه ا ـ ونصل ـ ز ك ـ ب ل ـ ح د ـ ط ن ـ وهى متوازية وموازية لخطى ـ ه ا ـ ج م ـ ونسبة ـ ه س ـ الى ـ س ا ـ كنسبة ـ ك س ـ الى ـ س ع ـ و ـ ز ب ـ الى ب ع ـ كل ف ـ الى ـ ف ق ـ و ـ ب ز ـ الى ـ ز ق ـ كد ز ـ الى ـ ز ش ـ و ـ ح ت ـ الى ـ ت ش ـ كن ت ـ الى ـ ت ث ـ و ـ ط خ ـ الى خ ث ـ كخ ـ الى ـ ح ج ـ ونسبة جميع المقدمات اعنى ـ ه ك ـ والخطوط الموازية لها جميعا الى جميع التوالى اعنى قطر ـ ا ج ـ كنسبة مقدم واحد وليكن ه س ـ الى تال واحد وليكن ـ س ا ـ وهى كنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ا ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(كه) اذا كان فى قطعة دائرة شكل كثير الاضلاع اضلاعه سوى القاعدة متساوية وعددها زوج ووصل بين اطرافها بخطوط موازية للقاعدة كانت

---

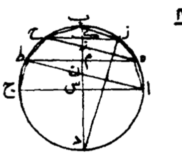
(١) الشكل السابع والاربعون ـ ٤٧ ـ (٢) الشكل الثامن والاربعون ـ ٤٨ ـ





الكرة والاسطوانة ص٥٤

٣٩



الكرة والاسطوانة ص٥٥

نسبة جميع تلك الخطوط مع نصف القاعدة الى ارتفاع القطعة كنسبة الخط الواصل بين طرف القطر وطرف ضلع يلي طرفه الآخر الى ضلع واحد فليكن فى قطعة ـ ا ب ج د ـ من دائرة ـ ا ب ج د ـ شكل ـ ا ه ز ب ح ط ج ـ واضلاعه سوى قاعدة ـ اس ج ـ ستة وهى متساوية ونصل ـ زح ـ ه ط ـ موازيين ـ لا ج ـ ونصل ـ د ز ـ ونقول فنسبة جميع ـ ز ح ـ ه ط ـ ا س ـ الى ـ ب س ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ب ـ ونصل ـ ه ح ـ ا ط ـ فيكونان موازيين ـ اب ز ـ وتكون نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ك ب ـ كنسبة ح ك ـ الى ـ ك ل ـ و ـ ه م ـ الى ـ م ل ـ كط م ـ الى ـ م ن ـ وكاس الى ـ س ن ـ والمقدمات الى التوالى اعنى جميع ـ ز ح ـ ه ط ـ ا س ـ الى ـ ب س ـ كزك ـ الى ـ ك ب ـ بل ـ كد ز ـ الى ـ ز ب ـ وذلك ما اردناه (١).

(كو) اذا رسم فى دائرة عظيمة تقع فى كرة كدائرة ـ ا ب ج د ـ شكل متساوى الاضلاع يكون تعدد اضلاعه ربع واخرج فيها قطران متقاطعان على قوائم ثم تمران باطراف الاضلاع كقطرى ـ ا ج ـ ب د ـ واثبت احدهما وليكن قطر ـ ا ج ـ وادبرت الدائرة مع الشكل حوله فظاهر ان محيطها يمر بسطح الكرة وان نقط زوايا الشكل سوى نقطتى ـ ا ج ـ ترسم على سطح الكرة دوائر متوازية سطوحها قائمة على سطح دائرة ـ ا ب ج د ـ واقطارها موازية ـ لب د ـ وان ضلعى ـ ا ز ـ ا ن ـ يرسمان مخروطا مستديرا قاعدته الدائرة التى قطرها ـ ز ن ـ ورأسها ـ ا ـ وضلعى ـ ز ح ـ ن م ـ يرسمان قطعة من مخروط قاعدته الدائرة التى قطرها ـ ح م ـ ورأسه ملتقى ـ ح ز ـ م ن ـ ا ج ـ اذا اخرجا ويلقاها قطر ـ ج ا ـ ايضا هناك وان ضلعى ـ ح ب ـ م د ـ يرسمان مثل ذلك وتكون القاعدة دائرة ـ ب د العظيمة وكذلك فى نصف الآخر فيحدث فى الكرة شكل مجسم مؤلف من قطع مخروطات ويكون سطح ذلك المجسم اصغر من سطح الكرة لأن الدائرة

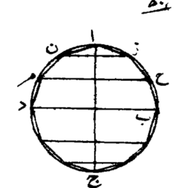
(١) الشكل التاسع والاربعون ـ ٤٩ ـ

التى قطرها ـ ب د ـ ينصف الكرة ويقع فى كل جانب منها عميق محيط هو نصف سطح الكرة وعميق محاط به مؤلف من قطع سطوح مخروطات وتحد اطرافهما عند محيط تلك الدائرة والمحيطان اعنى سطح الكرة يكون اعظم من المحاط بهما اعنى سطح المجسم وذلك ما اردنا ان نصف (١)

اقول وجوب كون الاضلاع زوجا ظاهر وانما جعل لعددها ربعا ليكون جميع السطوح من سطوح المخروطات والا لكان السطح الذى يرسمه الضلع المتوسط الذى يمر قطر ـ ب د ـ بمنتصفه ونظيره سطحا اسطوانيا والباقية مخروطات وذلك لايصلح لما يقصده ولم يعد اصحاق هذا الشكل من اشكال الكتاب وسماه مقدمة لتوطئة ما بعدها وقدم ذكر هذا الشكل فيما اوردته لايضاح المصادرات ونعود الى المتن .

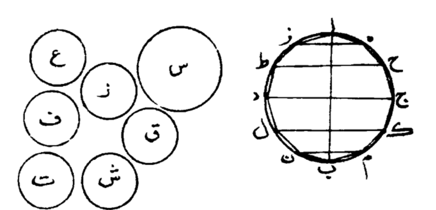
(كز) قال ونقول ايضا ان سطح هذا المجسم المذكور الذى فى الكرة تساوى الدائرة التى يقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع الواقعة فى الدائرة العظيمة فى جميع الخطوط الواصلة بين اطراف الاضلاع على موازاة الواصل بين طرفى ضلعين متجاوزين منها فليكن ـ ا ج ب د ـ من اعظم دوائر الكرة ولنرسم فيها شكل كما وصفنا وفى الكرة بادارتها مجسم كما مر وصفه ونصل ـ ه ز ـ وعلى موازاته خطوط ـ ح ط ـ ج د ـ ك ل ـ م ن وليكن نصف قطر دائرة ـ س ـ قويا على سطح ـ ا ه ـ فى جميع ـ ه ز ـ ح ط ـ ج د ـ ك ل ـ م ن ـ تقول فهى تساوى سطح المجسم المذكور وليقوى نصف قطر دائرة ـ ع ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصف ـ ه ز ـ ونصف قطر دائرة ـ ف ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ه ز ـ ح ط ـ ونصف قطر دائرة ـ ق ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ح ط ـ ج د ـ ونصف قطر دائرة ـ ز ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ج د ـ ك ل ـ ونصف قطر دائرة ش ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ك ل ـ م ن ـ ونصف قطر دائرة ـ ت على سطح ـ ا ه ـ فى نصف ـ م ن ـ فتكون دائرة ـ ع ـ مساوية لسطح

(١) الشكل الخمسون ـ ٥٠ ـ .

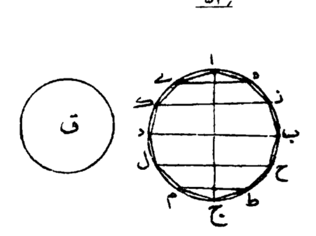


الكرة والاسطوانة ص٥٦

٥١



٥٢



الكرة والاسطوانة ص٥٧

مخروط ـ ا ه ز ـ لما مر فى الشكل السابع عشر ودائرة ـ ف ـ لسطح البعض الواقع بين ـ ه ز ـ ح ط ـ من المخروط لما مر فى الشكل التاسع عشر ودائرة ق ـ للذى بين ـ ح ط ـ ج د ـ ودائرة ـ ز ـ للذى بين ـ ج د ـ ك ل ودائرة ـ ش ـ للذى بين ـ ك ل ـ م ن ـ ودائرة ـ ت ـ لسطح مخروط م ب ن ـ والدوائر الست جميعا لجميع سطح المجسم وقد تبين ان انصاف اقطار هذه الدوائر تقوى على سطح ـ ا ه ـ فى ـ ه ز ـ والموازية له جميعا ونصف قطر دائرة ـ س ـ كان يقوى أيضا على سطح ـ ا ه ـ فيها جميعا فاذا دائرة ـ س مساوية لسطح ذلك المجسم وذلك ما اردناه (١) .

(كح) وايضا سطح هذا المجسم المذكور الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة فلتكن دائرتها العظيمة التى رسم فيها الشكل المتساوى الاضلاع اولا دائرة ـ ا ب ج د ـ ونصل ـ ط م ـ والخطوط الموازية لها وهى ـ ح ل ـ ب د ـ ز ك ـ ه ى ـ وليكن نصف قطر دائرة ـ ق ـ قويا على سطح ـ ا ه ـ فيها جميعا فتكون دائرة ـ ق ـ مساوية لسطح المجسم كما تبين فى الشكل المتقدم ولان نسبة هذه الخطوط جميعا الى قطر ـ ا ج ـ كنسبة ـ ج ه الى ـ ا ه ـ كما تبين فى الشكل الرابع والعشرين فسطح ـ ا ه ـ فى جميع هذه الخطوط المساوى لمربع نصف قطر دائرة ـ ق ـ مسا ولسطح ـ ا ج ـ فى ج ه ـ وسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ه ـ اصغر من مربع ـ ا ج ـ فمربع نصف قطر دائرة ـ ق ـ اصغر من مربع ـ ا ج ـ فقطر ـ ا ج ـ اعظم من نصف قطر دائرة ـ ق ـ واربعة امثال مربع ـ ا ج ـ اعظم من مربع قطر دائرة ـ ق ـ ونسبة اربعة امثال مربع ـ ا ج ـ الى مربع قطر دائرة ـ ق ـ كنسبة اربعة امثال دائرة ـ ا ب ج د ـ الى دائرة ـ ق ـ فاربعة امثال دائرة ـ ا ب ـ ج د ـ اعظم من دائرة ـ ق ـ اعنى من جميع سطح هذا المجسم الذى فى الكرة وذلك ما اردناه (٢) .

(كط) وايضا هذا المجسم الذى فى الكرة مساو للخروط الذى يساوى دائرة

(١) الشكل الحادى والخمسون ـ ٥٠ ـ (٢) الشكل الثانى والخمسون ـ ٥٢ ـ .

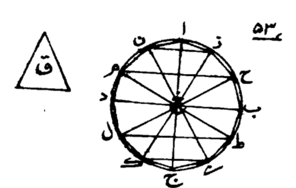
قاعدته سطح هذا الجسم وارتفاعه العمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع المذكور فليكن اعظم دائرة يقع فى الكرة ـ ا ب ج د ـ ومركزها ـ خ ـ وسائر ماذكرنا على حاله وليكن ـ ق ـ مخروطا قائما قاعدته مساوية لسطح الجسم الذى فى الكرة وارتفاعه للعمود المذكور.

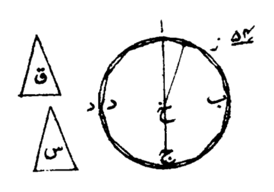
فنقول مخروط ـ ق ـ مساو للجسم المذكور وليقم على الدوائر التى اقطارها خطوط ـ ز ن ـ ـ ح م ـ ط ل ـ ى ك ـ مخروطات رؤوسها مركز الكرة فالمعين الجسم المركب من مخروطين قاعدتهما دائرة التى قطرها ـ ز ن ـ ورأساها ـ ا خ ـ مساو للمخروط الذى قاعدته مساوية لسطح مخروط ـ ز ا ن ـ وارتفاعه للعمود الواقع من نقطة ـ خ ـ على خط ـ ا ز لما مر فى الشكل الحادى والعشرين.

وايضا الفضلة الباقية من المعين الجسم التى يحيط بها السطح المخروطى الذى بين السطحين المتوازين المارين ـ بز ن ـ م ح ـ وسطحا مخروطى ـ ز خ ن ـ ح خ م ـ مساوية للمخروط الذى قاعدته مساوية لما بين السطحين المتوازيين المارين ـ بز ن ـ ح م ـ وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة خ ـ على خط ـ ز ح ـ لما تبين فى الشكل الثالث والعشرين.

وايضا الفضلة الباقيه من المخروط التى يحيط بها السطح المخروطى الواقع بين السطحين المتوازيين المارين ـ لخ م ـ ب د ـ وسطح مخروط ـ م خ ح ـ ودائرة ـ ب د ـ مساوية للمخروط الذى قاعدته مساوية للسطح المخروطى الواقع بين سطحى ـ ح م ـ ب د ـ وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة ـ خ ـ على خط ـ ح ب ـ لما تبين فى الشكل الثانى والعشرين وكذلك فى النصف الآخر من الكرة وجميع الجسم الكرى هو هذه المخروطات وهذه المخروطات مساوية لمخروط ـ ق ـ لان الارتفاعات كلها متساوية وقاعدة مخروط ـ ق ـ مساوية لجميع القواعد فاذا الجسم الكرى المذكور الذى فى

الكرة





الكرة والاسطوانة ص٥٩

الكرة مسا ولمخروط ـ ق ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ل) وايضا الجسم المذكور الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة تقع فى الكرة وارتفاعه مسا ولنصف قطر الكرة فليكن مخروط ـ ق ـ مساويا للجسم الكرى وهو الذى قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مسا وللعمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع كما مر فى الشكل المتقدم ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ ا ب ـ ج د ـ العظمى التى فى الكرة وارتفاعه مساويا لنصف قطرها فلأن سطح الجسم الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال الدائرة العظمى لما مر فى الشكل الثامن والعشرين تكون قاعدة ـ ق ـ اصغر من اربعة امثال قاعدة مخروط ـ س ـ وارتفاع مخروط ـ ق ـ الذى هو العمود المذكور اصغر من ارتفاع مخروط ـ س ـ الذى هو نصف القطر فاذا مخروط ـ ق ـ اعنى الجسم الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط ـ س ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(لا) اذا رسم على دائرة عظيمة يقع فى الكرة كدائرة ـ ا ب ـ ج د ـ شكل متساوى الاضلاع يكون بعدد اضلاعه ربع ورسم على الشكل دائرة عليها ه ط ـ ح ز ـ ويكون مركز الدائرتين لا محالة مركز الكرة واخرج فيهما قطران متقاطعان يمران باطراف الاضلاع وهما ـ ه ح ـ ز ط ـ واثبت قطر ه ح ـ وادير الدائرتان والشكل حوله فظاهر أن دائرة ـ ا ب ج د ـ تمر بسطح الكرة ودائرة ـ ه ز ـ ح ط ـ تمر بسطح كرة اخرى مركزها مركز الكرة الصغرى وان النقطة التى عليها تماس الشكل الدائرة ترسم على الكرة الصغرى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ا ب ـ ج د ـ على قوائم وان نقط الزوايا ترسم على الكرة العظمى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ح ز ـ ه ط ايضا على قوائم وتمر اضلاع الشكل بقطع من المخروطات يشبه خلقتها خلقة الجسم المذكور الذى فى الكرة فيكون مجسما كريا فى الكرة العظمى وعلى الكرة

(١) الشكل الثالث والخمسون ـ٥٣ـ (٢) الشكل الرابع والخمسون ـ٥٤ـ .

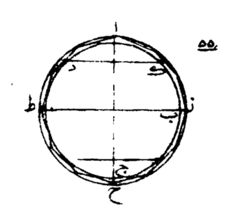
الصغرى وليكن ـ ك د ـ قطعتين عليهما يماس الشكل الدائرة الداخلة فاذا قسمت الكرة الصغرى الدائرة التي قطرها خط ـ ك د ـ بقسمين ليشتمل كل قسم على عميقين متحدتي الاطراف احدهما محيط وهو سطوح المجسم والآخر محاط به وهو قطعة من سطح الكرة الصغرى والاطراف المتحدة هي الدائرة القاسمة ويكون كل واحد من المحيطين اعظم من كل واحد من المحاط بهما فسطح المجسم الكرى اعظم من سطح الكرة الصغرى ·

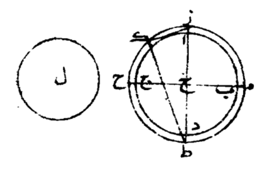
اقول ولم يعد فى نسخة اسحاق هذا الشكل من اشكال المقالة بل سمى بمقدمة لتوطئة ما بعدها سطح المجسم الذى على الكرة الموصوف مسا و للدائرة المعمول فى الكرة التى تقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع المتساوية فى جميع الخطوط الواصلة بين زوايا الشكل المتساوى الاضلاع الذى على الدائرة الموازية للخط الذى يوتر ضلعين متجاوزين منها وذلك لانه معمول فى الكرة العظمى وقد بان هذا الحكم فى المجسم المعمول فى الكرة والمجسم فى الحالتين واحد (١) ·

(لب) وايضا سطح المجسم الذى على الكرة اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع على الكرة ولتكن الكرة والدائرة وسائر ما وصفنا بحالها ولتكن دائرة ـ ل ـ مساوية لسطح المجسم المحيط بالكرة الصغرى فلان فى دائرة ـ ه ز ح ط ـ شكلا متساوى الاضلاع اضلاعه زوج تكون نسبة الخطوط الواصلة بين زواياه الموازية ـ لزط ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ك ز ـ لما مر فى الشكل الرابع والعشرين فسطح احد الاضلاع فى جميع تلك الخطوط مسا ولسطح ـ ز ط ـ فى ـ ط ك ـ ويكون نصف قطر دائرة ـ ل ـ فى القوة مساويا لسطح ـ ز ط ـ فى ـ ط ك ـ لما مر فى الشكل السابع والعشرين الذى هو اعظم من مربع ـ ط ك ـ فيكون نصف قطر دائرة ـ ل ـ اعظم من ـ ط ك ـ و ـ ط ك ـ متساو لقطر دائرة ـ ا ب ج د ـ لأن ط ك ـ ضعف ـ خ د ـ و ـ خ د ـ نصف قطر دائرة ـ ا ب ج د ـ فاذا سطح

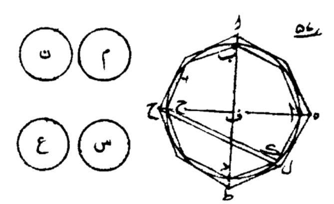
(١) الشكل السادس والخمسون ـ ه ه ـ

المجسم





الكرة والاسطوانة ص ٦٠



الكرة والاسطوانة ص ٦١

الجسم الذى على الكرة الذى هو مثل دائرة ـ ل ـ اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى تلك الكرة وذلك ما اردناه (١) .

اقول ليتوهم لبيان ان ـ ط ك ـ ضعف ـ خ د ـ خط يخرج من خ ـ الى النقطة التى عليها تماس ـ ز ك ـ دائرة ـ اب د ج ـ فيكون المثلث الحادث من نصف ضلع ـ ز ك ـ وخط ـ زخ ـ وذلك الخط شبيها بمثلث ـ ز ط ك ـ لكون زاوية ـ ز ـ فيهما مشتركة وزاوية النقطة وزاوية ك ـ قائمتين وتكون نسبة الخط الخارج الواصل من ـ خ ـ الى النقطة الى نصف ـ ز ك ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ز ك ـ فيكون الخط الواصل مساويا لنصف ـ ط ك ـ وهو مساو لخط ـ خ د ـ فاذا ـ ط ك ـ ضعف ـ خ د ـ وسيذكر هذا المعنى صريحا فى المتن ايضا فى الشكل الثانى والاربعين .

(لج) وايضا الجسم الذى على الكرة يساوى مخروطا دائرة قاعدته مساوية لسطح ذلك الجسم وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة وذلك لأن الجسم يقع فى الكرة العظمى ويكون حينئذ مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح ذلك الجسم وارتفاعه مسا ولعمود يقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع لما تبين فى الشكل التاسع والعشرين وذلك العمود هو نصف قطر الكرة الصغرى فاذا ارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة التى عليها الجسم وذلك ما اردناه .

وقد استبان من ذلك ايضا ان هذا الجسم الذى على الكرة الصغرى اعظم من اربعة امثال مخروط قاعدته تساوى اعظم دائرة تقع فى تلك الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة لأن سطح الجسم اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة الصغرى كما تبين فى الشكل المتقدم فاذا لجسم المساوى لمخروط قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مساو لضعف قطر الكرة اعظم من مخروط قاعدته اربعة امثال اعظم دائرة يقع فى الكرة الصغرى وارتفاعه نصف قطرها اذ كانت القاعدة ها هنا اعظم من القاعدة هناك والارتفاعان

(١) الشكل السابع والخمسون ـ٥٧ـ .

متساويان .

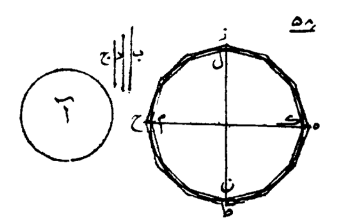
اقول عد ثابت هذا شكلا ولم يعده المحقق بل جعله تذنيبا لما تقدم (١) .

(لد) اذا عمل فى كرة وعليها مجسمان كما ذكرنا كانت نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة ضلع الشكل المتساوى الاضلاع الذى على الدائرة العظمى الواقعة على الكرة الى ضلع الشكل المتساوى الاضلاع الذى فيها مثناة بالتكرير ونسبة المجسم الذى عليها الى الذى فيها كتلك النسبة ايضا مثلثة بالتكرير فليكن ـ ا ب ج د ـ الدائرة العظمى لكرة وليرسم عليها وفيها شكلان متساوى الاضلاع لعددها ربع وليكن قطرا ـ ه ح ـ ز ط ـ لدائرة تحيط بالشكل الذى عليها متقاطعين على قوائم وواصلين بين الزوايا و ا ج ـ د ب ـ منها قطرى دائرة ـ ا ب ج د ـ وليرسم لمجسمان والكرة حول قطر ـ ه ح ـ كما مر .

ونقول ان نسبة سطحيهما كنسبة ـ ه ل ـ ا ك ـ مثناة ونسبتها كنسبتها مثلثة ولتكن دائرة ـ م ـ مساوية لسطح المجسم الذى على الكرة ودائرة ـ ن لسطح المجسم الذى فيها ونصف قطر ـ م ـ تقوى على سطح ـ ه ل ـ فى الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى على الدائرة لما تبين فى آخر الشكل الحادى والثلاثين ونصف قطر ـ ن ـ على سطح ـ ا ك ـ فى الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى فى الدائرة لما تبين فى الشكل السابع والعشرين ولأن الشكلين متشابهان يكون السطحان المذكوران متشابهين وتكون نسبة السطح الى السطح نسبة الضلع الى الضلع فى القوة وهى كنسبة نصفى قطرى دائرتى ـ م ن ـ فى القوة فتكون نسبة قطرى الدائرتين كنسبة ضلعى الشكلين ونسبة الدائرتين كنسبة القطرين مثناة بالتكرير والدائرتان مساويتان لسطحى المجسمين فاذا نسبة سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة ـ ه ل ـ الى ـ ا ك ـ مثناة ونعمل مخروطين عليهما

---

(١) عنوان (لج) خال عن الشكل ـ ح .



الكرة والاسطوانة ص٦٣

س ع ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ م ـ وقاعدة مخروط ع ـ مساوية لدائرة ـ ن ـ وارتفاع مخروط ـ س ـ مساويا لنصف قطر الكرة وارتفاع مخروط ـ ع ـ مساويا للعمود الواقع من مركزها على ـ ا ك ـ فمخروط ـ س ـ مساو للجسم الذى على الكرة لما تبين فى الشكل الثالث والثلاثين ومخروط ـ ع ـ للجسم الذى فى الكرة لما تبين فى الشكل التاسع والعشرين ولأن المتساوى الاضلاع متشابهان تكون نسبة ـ ه ل ـ الى ا ك ـ كنسبة نصف قطر الكرة الى العمود الواقع من مركز الكرة على ـ ا ك ـ فنسبة ارتفاع مخروط ـ س ـ الى ارتفاع مخروط ـ ع ـ كنسبة ـ ه ل الى ـ ا ك ـ الذى هو كنسبة قطر دائرة ـ م ـ الى قطر دائرة ـ ن ـ اعنى قطر قاعدة مخروط ـ س ـ الى قطر قاعدة مخروط ـ ع ـ فالمخروطان متشابهان نسبة مخروط ـ س ـ الى مخروط ـ ع ـ كنسبة قطر دائرة قاعدة مخروط س ـ الى قطر دائرة قاعدة مخروط ـ ع ـ بل كنسبة قطر دائرة ـ م ـ الى قطر دائرة ـ ن ـ اعنى كنسبة ـ ه ل ـ الى ـ ا ك ـ مثلثة وذلك ما اردناه(١) .

اقول اذا وصلنا ـ ح ل ج ك ـ كان مثلثا ـ ح ل ه ـ ج ك ا متشابهين نسبة ـ ح ه ـ الى ـ ح ل ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ وسطح ه ح ـ فى ـ ح ل ـ نسبة سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ك ـ فتكون نسبة سطح ح ه ـ فى ـ ح ل ـ الذى يساوى سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ك ـ الذى يساوى سطح المجسم الذى فى الكرة كنسبة ـ ح ه الى ـ ج ا ـ فى القوة بل كنسبة ـ ه ل ـ الى ـ ا ك ـ مثناة وهذا بيان قوله نسبة السطحين نسبة الضلعين مثناة .

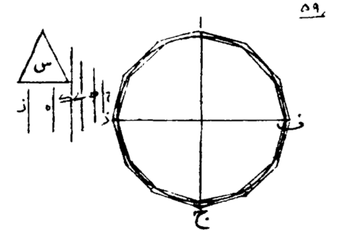
(له) سطح كل كرة اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها فلتكن كرة ودائرة ا ـ اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها .

فنقول ان دائرة ـ ا ـ تساوى سطح تلك الكرة فان لم يكن كذلك فهى اما اصغر واما اعظم وليكن اولا اصغر فسطح الكرة والدائرة مقداران

(١) الشكل الثامن والخمسون ـ ٥٨ ـ

مختلفان اعظمها سطح الكرة ونجعل نسبة خط ـ ب ـ الى خط ـ ج ـ اصغر من نسبة اعظمها الى اصغرها كما مر فى الشكل الثانى ولينا سبها ـ د ـ فيما بينهما وننصف الكرة بسطح يمر بمركزها فتحدث على سطحها دائرة ـ ه ز ح ط ونعمل عليها وفيها شكلين متساوى الاضلاع كما ذكرنا تكون نسبة ضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ كما مر فى الشكل الثالث ونسبة الضلع الى الضلع مثناة اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ مثناة اعنى من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ ونعمل على الكرة وفيها مجسمين كما ذكرنا فى الشكل السادس والعشرين والحادى والثلاثين فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كما مر فى الشكل المتقدم واصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ وكانت نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اصغر من نسبة سطح الكرة الى دائرة ـ ا ـ فنسبة سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح المجسم الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة سطح الكرة الى دائرة ـ ا وسطح المجسم الذى على الكرة اعظم من سطح الكرة لما مر فى الشكل الحادى والثلاثين فسطح المجسم الذى فيها اعظم من دائرة ـ ا ـ التى هى مساوية لاربعة امثال اعظم دائرة يقع فى الكرة وقد بان فى الشكل الثامن والعشرين ان سطح المجسم الذى فيها اصغر منها هذا خلف .

ثم لتكن دائرة ـ ا ـ اعظم من سطح الكرة ونجعل نسبة ـ ب ـ الى ج ـ اصغر من دائرة ـ ا ـ الى سطح الكرة ـ و ـ د ـ مناسبا لهما فيما بينهما ونرسم الشكلين الموصوفين على وجه تكون نسبة الشكل نسبة ضلع الذى على الدائرة الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ فتكون نسبة الشكل الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ ونعمل المجسمين على الكرة وفيها فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر من نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ التى هى اصغر من نسبة دائرة ـ ا ـ الى سطح الكرة فنسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها اصغر كثيرا


٥٩
س
ز
ه
ف
ج

من نسبة دائرة ـ ا ـ الى سطح الكرة وكان سطح المجسم الذى عليها اعظم من دائرة ـ ا ـ فيلزم ان يكون سطح المجسم الذى فيها اعظم من سطح الكرة هذا خلف لما مر فى الشكل السادس والعشرين واذا لم تكن دائرة ـ ا ـ باصغر ولاباعظم من سطح الكرة فهى مساوية له فاذا سطح الكرة يساوى اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها وذلك ما اردناه (١) .

كل كرة فانها اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة يقع فى تلك الكرة وارتفاعه مسا ولنصف قطر تلك الكرة فليكن ـ ا ب ج د ـ اعظم دائرة يقع فى كرة ما و ـ س ـ مخروط قاعدته اربعة امثال دائرة ـ ا ب ج د ـ وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فان لم تكن الكرة مساوية لمخروط ـ س ـ فهى اما اعظم منه واما اصغر فلتكن اولا اعظم منه ونجعل نسبة خط ـ ك ـ الى خط ـ ح ـ اصغر من نسبة الكرة الى مخروط ـ س ـ كما مر فى الشكل الثانى وليكن خطا ـ ى ـ ط ـ بين ـ ك ح ـ على النسبة العددية اعنى تكون فضل ـ ك ـ على ـ ى ـ مساويا لفضل ـ ى ـ على ـ ط ـ ولفضل ـ ط ـ على ـ ح ـ ونرسم فى دائرة ـ ا ب ج د ـ وعليها شكلين متساوى الاضلاع يكون لعدداضلاع كل واحد منهما ربع وتكون نسبة ضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ى ـ كما مر فى الشكل الثالث وليتقاطع قطرا ـ ا ج ـ ب د ـ فى دائرة ـ ا ب ج د ـ على قوائم ونديرها حول ـ ا ج ـ فيحدث على الكرة وفيها مجسمان كما وصفنا فى الشكلين السادس والعشرين والحادىوالثلاثين وتكون نسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة بالتكرير لما مر فى الشكل الرابع والثلاثين وكانت نسبة الضلع الى الضلع اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ى ـ فنسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ى ـ مثلثة بالتكرير ونسبة ـ ك ـ الى ـ ح ـ اعظم من نسبة ـ ك ـ الى ى ـ مثلثة بالتكرير لماسا ذكره فنسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر كثيرا

(١) الشكل التاسع والخمسون ـ٥٩ـ.

من نسبة - ك - الى - ح - التى هى اصغر من نسبة الكرة الى مخروط - س فنسبة الجسم الذى على الكرة الى الجسم الذى فيها اصغر من نسبة الكرة الى مخروط - س - والجسم الذى على الكرة اعظم من الكرة فالجسم الذى فى الكرة يكون اعظم من مخروط - س - الذى قاعدته اربعة امثال دائرة - ا ب ج د - وارتفاعه نصف قطر الكرة وقد بان فى الشكل الثلاثين ان الجسم الذى فى الكرة يكون اصغر من ذلك هذا خلف .

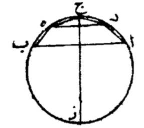
ثم لتكن الكرة اصغر من مخروط - س - ونجعل نسبة - ك - الاطول الى - ح - الاقصر اصغر من نسبة مخروط - س - الى الكرة وليكن خطا - ى - ط - بينهما كما فرضنا ونرسم على دائرة - ا ب ج د - وفيها شكلين كما وصفنا ونسبة الضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة - ك - الى - ى - ونرسم الجسمين الموصوفين فتكون نسبة الجسم الذى على الكرة الى الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة التى هى اصغر من نسبة - ك - الى - ى - مثلثة وهى اصغر من نسبة - ك - الى - ح - وهى اصغر من نسبة مخروط - س - الى الكرة فنسبة الجسم الذى على الكرة الى الجسم الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة مخروط - س - الى الكرة والجسم الذى على الكرة اعظم من مخروط س - الذى قاعدته اربعة امثال دائرة - ا ب ج د - وارتفاعه نصف قطر الكرة لما مر فى الشكل الثالث والثلاثين فالجسم الذى فى اعظم من الكرة هذا خلف واذا لم تكن الكرة اعظم والا اصغر من مخروط - س - فهى مساوية له فاذا الكرة مساوية لاربعة امثال مخروط تساوى قاعدته اعظم دائرة يقع عليها وارتفاعه نصف قطرها وذلك ما اردناه (١) .

اقول اذا نقصنا ثلث فضل - ك - على - ح - من - ك - وجعلناه ى - ثم نقصناه مرة اخرى من - ى - وجعلنا الباقى منه - ط - صار - ك ى ط ح - على النسبة العددية المذكورة وليكن لبيان ان نسبة - ك - الى - ح اعظم من نسبة - ك - الى - ى - مثلثة بالتكرير نسبة - ك - الى - ى - كنسبة

---

(١) الشكل الستون - ٦٠ -

ح٦٠



ى ـ الى ـ ز ـ وكنسبة ـ ز ـ الى ـ ه ـ واذا نقصنا ـ ى ـ من ـ ك ـ و ـ ز من ـ ى ـ كان بالتفصيل نسبة فضل ـ ك ـ على ـ ى ـ الى ـ ى ـ كنسبة فضل ى ـ على ـ ز ـ الى ـ ز ـ وبالابدال نسبة فضل ـ ك على ى ـ الى فضل ـ ى ـ على ـ ز ـ كنسبة ـ ى ـ الى ـ ز ـ و ـ ى ـ اطول من ز ـ ففضل ـ ك ـ على ـ ى ـ اعنى فضل ـ ى ـ على ـ ط ـ اطول من فضل ى ـ على ـ ز ـ و ط ـ اقصر من ـ ز ـ وكذلك ـ ح ـ اقصر من ـ ه ـ ونسبة ـ ك ـ الى ـ ح ـ اعظم من نسبته الى ـ ه ـ التى هى نسبة ـ ك ـ الى ى ـ مثلثة بالتكرير .

قال وقد تبين من ذلك ان كل اسطوانة تكون قاعدتها مساوية لاعظم دائرة تقع فى كرة وارتفاعها مسا ولقطر قاعدتها فانها مثل ونصف الكرة وسطحها مع القاعدتين مثل ونصف سطح الكرة وذلك لأن تلك الاسطوانة ستة امثال مخروط تكون قاعدته اعظم دائرة تقع فى الكرة وارتفاعه نصف قطر الكرة والكرة اربعة امثال ذلك المخروط فالاسطوانة مثل ونصف الكرة وايضا قد بينا فى الشكل السادس عشران سطح الاسطوانة سوى قاعدتيها مساو لدائرة نصف قطرها مناسب لضلع الاسطوانة ولقطر قاعدتيها فيما بينهما وضلع اسطوانة التى ذكر مسا ولقطر قاعدتها فيكون الخط المناسب لها فيما بينهما مساويا لكل واحد منهما والدائرة التى نصف قطرها مسا و لقطر القاعدة تكون اربعة امثال القاعدة فسطح الاسطوانة سوى قاعدتها اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة ومع قاعدتيها ستة امثالها وسطح الكرة اربعة امثالها فسطح الاسطوانة مثل ونصف سطح الكرة .

(لز) اذا قطع الكرة سطح لا يمر بالمركز وكانت الدائرة العظيمة القاطعة لذلك السطح على قوائم مثلا دائرة ـ اه ز ـ وعمل فى قطعة ـ اب ج ـ منها شكل متساوى الاضلاع سوى القاعدة عدد اضلاعه زوج واثبت قطر ـ ج

ز ــ وادير حوله الشكل حدث مجسم فى القطعة كما وصفنا حاله فى الكرة وتكون قاعدته الدائرة التى قطرها ــ ا ب ــ ورأسه ــ ج ــ وظاهر ان سطح قطعة الكرة اعظم من سطحه فانه عميق يحيط به (١) .

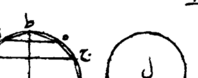
(لح) سطح المجسم المذكور الذى فى قطعة الكرة مسا ولدائرة يقوى نصف قطرها على سطح احد اضلاع الشكل الذى فى قطعة الدائرة العظيمة فى الخطوط الموازية لقاعدتها مع نصف قاعدتها فلتكن الدائرة العظيمة ــ ا ب ح ط ونعمل فى قطعة ــ ا ط ح ــ شكل ــ ا ج ه ط ز د ح ــ المتساوى الاضلاع الزوج غير القاعدة وليكن نصف قطر دائرة ــ ل ــ يقوى على سطح ضلع ا ج ــ فى ــ ه ز ــ ج د ــ ا ك ــ جميعا .

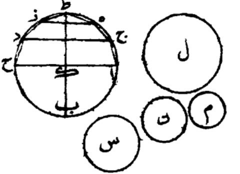
فنقول انها مساوية بسطح المجسم الذى فى هذه القطعة فليقو نصف قطر دائرة ــ م ــ على سطح ــ ه ط ــ فى نصف ــ ه ز ــ فهى مساوية لسطح المخروط الذى قاعدته تمر به ورأسه ــ ط ــ لما مر فى الشكل السابع عشر وليقو نصف قطر دائرة ــ ن ــ على سطح ــ ج ه ــ فى نصفى ــ ه ز ــ ج د ــ فتكون مساوية لسطح المخروط الذى بين السطحين المتوازيين المارين ــ به ز ــ ج د ــ لما مر فى الشكل التاسع عشر وليقو نصف قطر دائرة ــ س ــ على سطح ــ ا ج ــ فى نصفى ــ ج د ــ ا ح ــ فيكون مساوية لسطح المخروط الذى بين السطحين المارين ــ بج د ــ ا ب ــ فجميع دوائر ــ م ــ ن ــ س ــ مساوية لسطح المجسم وانصاف اقطارها يقوى على سطح ــ ا ج ــ فى ــ ه ز ج د ــ ا ك ــ جميعا وكان نصف قطر دائرة ــ ل ــ يقوى عليه فدائرة ــ ل مساوية لتلك الدوائر جميعا بل لسطح المجسم الذى فى قطعة الكرة .

(لط) سطح المجسم المذكور الذى فى قطعة الكرة اصغر من دائرة نصف قطرها مساوللخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن الدائرة العظيمة الواقعة فى الكرة ــ ا ب ــ ز ه ــ وقاعدة القطعة دائرة قطرها ــ ا ب ونعمل فى القطعة من الدائرة والكرة الشكل والمجسم كما مر وليكن قطر الكرة

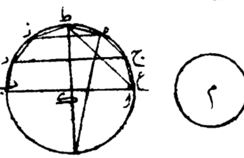
(١) الشكل الحادى والستون ــ ٦١

٧١









الكرة والاسطوانة ص٢٩

ط ل ـ ونصل ـ ل ه ـ ط ا ـ وليكن ـ ط ا ـ نصف قطر دائرة ـ م ـ فنقول انها اعظم من سطح المجسم ـ لأن ـ سطح المجسم يساوى دائرة يقوى نصف قطرها على سطح ـ ه ط ـ ق ـ ه ز ـ ج د ـ ا ك ـ جميعا كما تبين فى الشكل المتقدم وقد تبين فى الشكل الخامس والعشرين ان ذلك مساولسطح ه ل ـ ق ـ ك ط ـ وسطح ـ ه ل ـ ق ـ ك ط ـ اصغر من مربع ـ ا ط ـ اعنى من مربع نصف قطر ـ م ـ فاذا دائرة ـ م ـ اعظم من الدائرة المساوية لسطح المجسم المذكور وذلك ما اردناه (١).

اقول انما كان ـ ه ل ـ ق ـ ك ط ـ اصغر من مربع ـ ا ط لأن ـ ط ل ـ ق ـ ط ك ـ يساوى مربع ـ ا ط ـ و ـ ط ل ـ اطول من ـ ه ل .

(م) المجسم الموصوف الواقع فى قطعة الكرة الذى يحيط به قطع من سطوح مخروطات اذا زيد عليه مخروط قاعدته قاعدة المجسم ورأسه مركز الكرة كان الجميع مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح المجسم وارتفاعه للعمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل الذى فى قطعة الدائرة فلتكن القطعة من الدائرة العظيمة المارة بقطعة الكرة ـ ا ب ج ـ ومركز الكرة ـ ه ـ والشكل الذى فى قطعة الدائرة ـ ا ز ح ب ط ل ج ـ ونعمل على الدائرة التى قطرها ـ ا ج ـ مخروط ـ ا ه ج ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ك ـ مساوية لسطح المجسم وارتفاعه للعمود الخارج من ه ـ على احد الاضلاع .

فنقول انه مساو للمجسم مع مخروط ـ ا ج ه ـ ونعمل على دائرتى ح ط ـ ز ل ـ مخروطى ـ ح ه ط ـ ز ه ل ـ فعين ـ ح ب ط ه ـ المجسم مساو لمخروط قاعدته سطح مخروط ـ ح ب ط ـ وارتفاعه العمود الخارج من ـ ه ـ على ـ ب ح ـ على ما تبين فى الشكل الحادى والعشرين والقدر من المجسم الذى يحيط به السطح المخروطى الذى عليه ـ ح ز ط ل ـ وسطحا

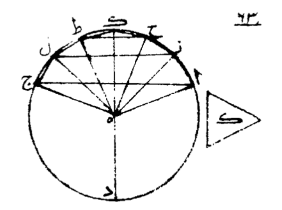
(١) الشكل الثانى والستون ـ ٦٢ ـ

مخروطى ـ ح ه ط ـ ز ه ل ـ مسا ولمخروط قاعدته السطح الذى عليه ح ز ط ل ـ وارتفاعه العمود الواقع من ـ ه ـ على ـ ز ح ـ لما تبين فى الشكل الثالث والعشرين والقدر الذي يحيط به السطح المخروطى الذى عليه ز ا ـ ل ج ـ وسطحا مخروطى ـ ز ه ل ـ ا ه ج ـ مسا ولمخروط يساوى قاعدته السطح الذى عليه ـ ز ا ـ ل ج ـ وارتفاعه العمود الواقع من ـ ه ـ على ـ ا ز ـ والجميع مسا وللجسم الذى فى القطعة مع مخروط ـ ا ه ج ـ وقاعدة مخروط ـ ط ك ـ مثل هذه القواعد جميعا وارتفاعه مثل ارتفاع كل واحد منها فهو مسا وللجسم المذكور مع مخروط ـ ا ه ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

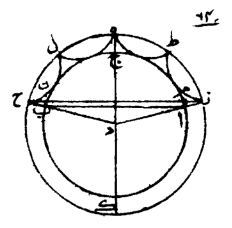
ويتبين من ذلك ان المخروط الذى نصف قطر قاعدته مساو للخط الخارج من رأس قطعة الكرة الى محيط قاعدتها وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة اعظم من الجسم الموصوف الذى فى قطعة الكرة مع المخروط المذكور ومن المخروط المساوى لهما لأن قاعدة هذا المخروط مساوية لسطح الجسم المذكور وارتفاعه للعمود المذكور وكل واحد منهما اصغر من نظيره فى ذلك المخروط .

(ما) لتكن كرة اعظم دائرة فيها ـ ا ب ج ـ وليقطع خط ـ ا ب ـ قطعة من الدائرة اقل من النصف وليكن المركز ـ د ـ ونخرج منه ـ د ا ـ د ب ونعمل على القطاع الحادث شكلا متساوى الاضلاع زوجها ونعمل على الشكل دائرة تحيط به فيكون مركزها مركز دائرة ـ ا ب ج ـ ونثبت ـ ه ك ـ وندير الشكل لتحدث كرة عظمى فيها مجسم محيط بقطعة من الكرة الصغرى الاولى قاعدة ذلك المجسم الدائرة المارة ـ بز ح ـ ويكون سطحه اعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى التى قاعدتها الدائرة المارة ـ باب ـ وذلك انا نخرج خطى ـ ا م ـ ب ن ـ مماسين للدائرة الداخلة فيما يرسمان ايضا بالادارة مع الشكل سطحا مخروطيا ويكون العميق المحيط الذى عليه ـ ا م ط ه ل ن ب ـ اعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى التى قاعدتها تمر ـ با

(١) الشكل الثالث والستون ـ ٥٣ ـ



الكرة والاسطوانة صنـ


٦٣
ه
ل
ط
ج
ح
ن
ب
م
ا
د
ك

ب ـ لاتحاد اطرافهما وهي محيط الدائرة التي قطرها ـ اب ـ وكونهما في جانب واحد منها والسطح المخروطي الذي عليه ـ م ز ـ ن ح ـ اعظم من السطح المخروطي الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ لكون خط ـ م ز ـ وتر القائمة اطول من خط ـ م ا ـ في مثلث ـ م ز ا ـ فجميع سطح الجسم المحيط اعظم من سطح قطعة ـ ا ج ب ـ وقد تبين مما مر في الشكل الثامن والثلاثين ان سطح الجسم المعمول على القطاع مسا وللدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع في الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف القاعدة فان هذا الجسم ايضا في كرة هي الكرة العظمى .

اقول انما يكون مركز الدائرة التي على الشكل مركز دائرة ـ ا ب ج لأن الخطوط الخارجة من مركز دائرة ـ ا ب ج ـ الى زوايا الشكل متساوية لكون كل واحد منها مساويا في القوة لنصف قطر الدائرة الصغرى ونصف ضلع للشكل وانما يكون السطح المخروطي الذي عليه ـ م ز ـ ح ن اعظم من الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ لأن السطح الذي عليه ـ م ز ـ ح ن مسا وللدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح ـ م ز ـ في نصف مجموع حصل ـ م ن ـ اذا وصل ـ وخط ـ ز ح ـ والسطح المخروطي الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ مساوللدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح ـ م ا ـ في نصف مجموع ـ م ن ـ ا ب ـ و ـ ز ح ـ اطول من ـ ا ب ـ و ـ م ز ـ اطول من ـ م ا ـ والسطح الاول اعظم من الثاني ولذلك يكون السطح الذي اطول عليه ـ م ز ـ ح ن ـ اعظم من السطح الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ (١) .

(مب) سطح الجسم المذكور المعمول في قطعة الكرة اعظم من دائرة نصف قطرها مساوللخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن الدائرة العظيمة المارة بالجسم ـ ا ج ب د ـ والمركز ـ ه ـ والشكل الذي عليها ك ز ل ـ والدائرة التي على الشكل والباقي كما وصفنا وليقو نصف قطر دائرة ن ـ على سطح احد الاضلاع في الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف قاعدة

---

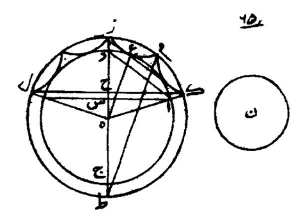
(١) الشكل الرابع والستون ـ ٦٤ ـ

ك ل ـ جميعا فهو مسا ولسطح ـ م ط ـ ق ـ ح ز ـ الذى هو ارتفاع قطعة ك ز ل ـ من الكرة العظمى كما بينا فى الشكل الخامس والعشرين ـ و ـ ح ز اطول من ـ ص د ـ الذى هو ارتفاع قطعة ـ ا د ب ـ من الكرة الصغرى لأنا اذا وصلنا ـ ك ز ـ ا د ـ كانا متوازيين ـ و ـ ا ب ـ موازـ لط ل ـ و ـ ز ه ـ مشترك فمثلثا ـ زك ح ـ د ا س ـ متشابهان و ـ زك ـ اطول من د ا ـ فزح ـ اطول من ـ د س ـ و ـ م ط ـ مسا ولقطر ـ ج د ـ لانا اذا وصلنا ـ ه ع ـ كان موازيا ـ لم ط ـ لان ـ ز ع ـ نصف ـ ز م ـ و ـ زه نصف ـ ز ط ـ فه ع ـ اعنى ـ ه د ـ نصف ـ م ط ـ و ـ ج د ـ ق ـ د س مساولمربع ـ ا د ـ فسطح مجسم ـ ك ل ز ـ الذى هو مسا وكما تبين فى الشكل الحادى والثلاثين لدائرة ـ ن ـ التى تقوى نصف قطرها على سطح ـ م ط ـ ق ـ ح ز ـ اعظم من دائرة نصف قطرها مسا ولخط ـ ا د ـ الذى تقوى على ـ ط ـ اعنى ـ ج د ـ ق ـ د س ـ وخط ـ ا د ـ هو الخط المخرج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها التى هى الدائرة التى قطرها ـ ا ب ـ فاذا صح ما قلنا .

وقد بان فى الشكل الاربعين ان المجسم المذكور مع مخروط ـ ك ه ل ـ مسا ولمخروط قاعدته دائرة ـ ن ـ وارتفاع العمود الواقع من المركز على احد الاضلاع اعنى نصف قطر الكرة الصغرى اذا كان المجسم واقعا فى الكرة العظمى التى مركزها ـ ه ـ ايضا ويتبين من ذلك انه اعنى المجسم مع مخروط ـ ك ه ل ـ اعظم من مخروط نصف قطر قاعدته خط ا د ـ وهو الخط الذى يخرج من رأس قطعة الكرة الصغرى الى محيط قاعدتها وارتفاعه مساولنصف قطر الكرة الصغرى لأن ارتفاع المخروطين واحد وقاعدة الاول اعظم (١) .

(٥ج) لتكن ايضا كرة ودائرة عظمى تقع فيها وقطعة منها اصغر من النصف عليها ـ ا ب ج ـ والمركز ـ د ـ ونعمل فيها شكلا متساوى الاضلاع

(١) الشكل الخامس والستون ـ ٦٥ ـ



الكرة والاسطوانة صـ٢

زوجها وعليها شكلا شبيهابه فتكون اضلاعهما متوازية كل لنظيره ونرسم على الشكل الذى عليها دائرة ونثبت قطر ـ ح ب ـ وندير الشكل فتتم الكرتان والجسمان .

ونقول نسبة سطح الجسم الذى على القطاع الى سطح الذى فيه نسبة الضلع الى الضلع مثناة ونسبة الجسم مع المخروط الى الجسم مع المخروط نسبة الضلع الى الضلع مثلثة وليكو نصف قطر دائرة ـ م ـ على سطح احد الاضلاع الذى على القطاع فى الخطوط الواصلة بين الزوايا مع نصف قاعدة ـ ه ز ـ فدائرة ـ م ـ مساوية لسطح الجسم الاعظم لمامر فى الشكل الحادى والاربعين وليكو نصف قطر دائرة ـ ن ـ على سطح احد الاضلاع الذى فى القطاع فى الخطوط الواصلة مع نصف ـ ا ج ـ فهى مساوية لسطح الجسم الاصغر لماتبين فى الشكل الثامن والثلاثين ونسبة احد السطحين الى الآخر بل احدى الدائرتين الى الاخرى كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ كماسأذكره ونسبة الشكل المتساوى الاضلاع الى نظيره التى هى ايضا كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ كنسبة دائرة ـ م ـ الى دائرة ـ ن ـ فاذا نسبة سطح الجسم الى سطح الجسم كنسبة الشكل الى الشكل وكنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثناة ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ م ـ وارتفاعه لنصف قطر الكرة الصغرى فهذا المخروط مساو للمجسم الذى على القطعة مع مخروط ـ د ه ز ـ لمامر فى الشكل الثانى والاربعين ولتكن قاعدة مخروط ـ ع ـ مساوية لدائرة ن ـ وارتفاعه للعمود الواقع من ـ د ـ على ـ ا ل ـ فهو مساو للمجسم الذى فى القطعة مع مخروط ـ د ا ج ـ كما تبين فى الشكل الاربعين ولأن نسبة ـ ه ط ـ الى نصف قطر الكرة الصغرى كنسبة ـ ا ل ـ الى العمود الواقع من د ـ على ـ ا ل ـ وكانت نسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة نصف قطر دائرة م ـ الى نصف قطر دائرة ـ ن ـ يكون مخروطا ـ س ـ ع ـ متشابهين ونسبة احدهما الى الآخر كنسبة القطر الى القطر بل كنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثلثة

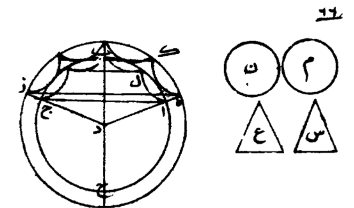
بالتكرير وذلك ما اردناه (١) .

اقول انما تكون نسبة سطح الجسم الاعظم الى سطح الجسم الاصغر كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ لأنا اذا وصلنا خط ـ د ل ك ـ كان مثلثا ـ د ل ا ـ د ك ا ـ متشابهين ونسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ د ا ـ اعنى كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ا ج ـ بل كنسبة نصفه الى نصفه وكنسبة كل واحد من الخطوط الواصلة بين الزوايا الى نظيره الواصلة بين الزوايا وكنسبة الجميع الى الجميع فاذا السطح الذى يحيط به ـ ه ك ـ مع الخطوط الواصلة ونصف ـ ه ز ـ جميعا شبيهة بالسطح الذى يحيط به ـ ا ل ـ مع الخطوط الواصلة ونصف ـ ا ج ـ جميعا ونسبة السطح الى السطح كنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثناة وكنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ .

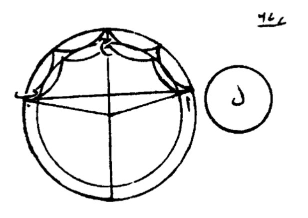
(مد) كل قطعة كرة اقل من نصفها فسطحها مسا و للدائرة التى تساوى نصف قطرها الخط الخارج من نقطة رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن كرة دائرتها العظمى ـ ا ب ج ـ وقاعدة قطعة منها دائرة قطرها ـ ا ب ـ وهى قطعة ـ لا ب ج ـ على قوائم وليكن نصف قطر دائرة ـ ز ـ مسا ويا لخط ب ج ـ .

فنقول سطح قطعة ـ ا ب ج ـ من الكرة يساوى دائرة ـ ز ـ والا لكان اما اعظم واما اصغر منها وليكن اولا اعظم ونخرج من ـ د ـ المركز ـ د ا ـ د ب ـ ونعمل على قطعة ـ ا ب ج ـ وفيها شكلين متساوى الاضلاع زوجها متشابهين نسبة الشكل الذى عليها الى الشكل الذى فيها اصغر من نسبة سطح القطعة الى دائرة ـ ز ـ كما مر فى الشكل الخامس ونتمم المجسمين فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة الشكل الى الشكل لكونهما على نسبة الضلع الى الضلع مثناة لما مر فى الشكل المتقدم وتلك النسبة اصغر من نسبة سطح قطعة الكرة الى دائرة ـ ز ـ وسطح

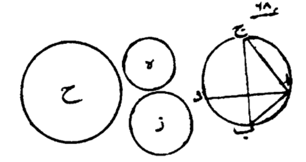
(١) الشكل السادس والستون ـ ٦٦ـ


٦٦
ب
ك
ل
ز
ه
ج
ا
د
ح
م
ن
س
ع

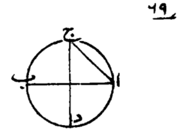
ر٦٧



ر٦٨



ر٦٩



المجسم الذى عليها اعظم من سطح قطعة الكرة لما مر فى الشكل الحادى والاربعين فسطح المجسم الذى فيها اعظم من دائرة ـ ز ـ وقد بان فى الشكل التاسع والثلاثين انه اصغر منها هذا خلف وكذلك تبين ان سطح الكرة لا يكون اصغر منها فهى اذا مثلها وذلك ما اردناه (١) .

(مه) وكذلك الحكم فى كل قطعة كرة هى اعظم من نصفها ولنفصل الكرة بسطح يمر بخط ـ اد ـ وليكن ـ اج د ـ اعظم من النصف وليكن القطر ـ ب ج ـ وليتقاطع ـ اد ـ ب ج ـ على قوائم ونصل ـ ب ا ـ ا ج ـ وليكن نصف قطر دائرة ـ ه ـ مثل ـ ب ج ـ فدائرة ـ ح ـ تساوى دائرتى ه ـ ز ـ ودائرة ـ ح ـ مساوية لسطح الكرة لان كل واحد منهما اربعة امثال الدائرة التى قطرها ـ ب ج ـ لما مر فى الشكل الخامس والثلاثين ولغيره من الاصول ودائرة ـ ه ـ مساوية لسطح قطعة ـ اب د ـ من الكرة كما مر فى الشكل المتقدم تبقى دائرة ـ ز ـ مساوية لسطح قطعة ـ اج د ـ العظمى من الكرة (٢) .

(مو) وكذلك الحكم فى نصف الكرة فليكن ـ اب ـ ج د ـ قطرين متقاطعين على قوائم ونصل ـ اج ـ فيكون مربع ـ ج د ـ مثل مربع ـ اج والدائرة التى نصف قطرها ـ ج د ـ مساوية لسطح الكرة لأنها اربعة اضعاف دائرة ـ اج ـ ب د ـ فسطح الكرة مثلا الدائرة التى نصف قطرها ـ ج ا ـ فاذا سطح نصف الكرة مثلها وذلك ما اردناه (٣) .

اقول ولم يعد هذا فى نسخة اسحق شكلا مفردا

(مز) كل قطاع كرة تكون قطعة الكرة منه اصغر من نصفها فهو مساو لمخروط قاعدته تساوى سطح القطعة من الكرة التى للقطاع وارتفاعه يساوى نصف قطر الكرة فلتكن دائرة الكرة العظمى ـ اب د ـ والمركز ـ ج ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ط ـ مساوية لسطح القطعة من الكرة وارتفاعه

---

(١) الشكل السابع والستون ـ ٦٧ ـ (٢) الشكل الثامن والستون ـ ٦٨ ـ

(٣) الشكل التاسع والستون ـ ٦٣ ـ

مثل – ب ج .

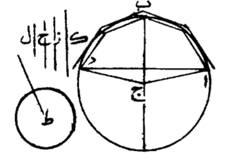
فنقول ان القطاع مساوية للمخروط والا لكان اما اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونجعل نسبة خط – ك – الاطول الى خط – ه – الاقصر اصغر من نسبة القطاع الى مخروط – ط – كما مر فى الشكل الثانى وليكن خطا – ز – ح – بينهما على وجه يكون فضل – ك – على – ز – مثل فضل – ز على – ح – ومثل فضل – ح – على – ه – ونعمل على قطاع الدائرة وفيه شكلين عدد اضلاعهما ز وج متشابهين تكون نسبة ضلع الذى عليه الى ضلع الذى فيه اصغر من نسبة – ك – الى – ز – كما مر فى الشكل الثالث ونتمم المجسمين فتكون نسبة المجسم الذى على القطاع مع مخروط رأسه – ج – الى المجسم الذى فيه مع مخروطه كنسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل مثلثة كما مر فى الشكل الثالث والاربعين ونسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل اصغر من نسبة – ك – الى – ز – فنسبة المجسم الى المجسم مع المخروطين اصغر من نسبة – ك – الى ز – مثلثة التى هى اصغر من نسبة – ك – الى – ه – كما بينا التى هى اصغر من نسبة القطاع الى مخروط – ط – فنسبة المجسم الذى على القطاع مع مخروطه الى المجسم الذى فيه مع مخروطه اصغر كثيرا من نسبة القطاع الى مخروط – ط والمجسم الذى على القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع فالمجسم الذى فيه مع مخروطه اعظم من مخروط – ط – وقد بان فى الشكل الاربعين انه اصغر منه هذا خلف .

ثم ليكن مخروط – ط – اعظم من القطاع ونجعل نسبة – ك – الى – ه – اصغر من نسبتهما ونستأنف العمل الى ان نبين ان نسبة المجسم الذى على القطاع مع مخروطه الى المجسم الذى فيه مع مخروطه اصغر من نسبة مخروط ط – الى القطاع والمجسم الذى على القطاع اعظم من مخروط – ط – لما مر فى آخر الشكل الثامن والاربعين فالمجسم الذى فى القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع هذا خلف فاذا القطاع يساوى مخروط – ط – وذلك ما اردناه(١) .

---

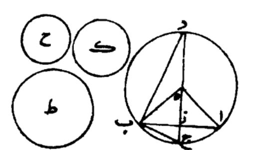
(١) الشكل السبعون – ٧٠ – .





الكرة والاسطوانة ص٧٦





الكرة والاسطوانة ص ٢٢

(مح) وايضا القطاع الذى قطعة الكرة منه اعظم من نصفها يساوى المخروط الذى قاعدته مساوية لسطح القطعة العظمى وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة ولتكن دائرتها العظمى ـ ا ج ب و ـ والقطر ـ ج د ـ والمركز ـ ه ـ وليكن ب ز ـ عمودا على ـ ج د ـ فقطاع ـ ا ج ـ ب ه ـ يساوى المخروط الذى يساوى نصف قطر قاعدته ـ ب ج ـ وارتفاعه ـ ج ه ـ كما مر فى الشكل المتقدم وليكن ـ ب ج ـ نصف قطر دائرة ـ ح ـ و ـ ب د ـ نصف قطر دائرة ـ ك ودائرة ـ ط ـ اربعة امثال دائرة ـ ا ب ج ـ فهو مثل سطح الكرة لما مر فى الشكل الخامس والثلاثين ونرسم على دوائر ـ ح ـ ط ـ ك ـ مخروطات ارتفاعاتها مثل نصف قطر الكرة فيكون مخروط ـ ط ـ مساويا للكرة لما مر فى الشكل السادس والثلاثين ومخروط ـ ح ـ لقطاع ـ ا ج ـ ب ه ـ لما مر فى الشكل المتقدم ويبقى مخروط ـ ك ـ الذى نصف قطر قاعدته ـ ب د وارتفاعه ـ ه د ـ مساويا لقطاع ـ ب د ـ ا ه ـ وذلك ما اردناه (١).

تمت المقالة الاولى من كتاب الكرة والاسطوانة

المقالة الثانية

من كتاب ارشميدس فى الكرة والاسطوانة

صدر المقالة

الى ذوسيثاوس من ارشميدس ـ سلام عليك قد كنت ابتدأت ياذوسيثاوس فارسلت الينا كتابا فيه مسائل مبرهنة وهى المسائل التى ارسلت مقدماتها الى قونون فارسلت اليك كتابى هذا الذى ذكرت فيها علوما تبينها واولها ان سطح كل كرة اربعة اضعاف اعظم دائرة يقع فيها وبعده ان سطح قطعة الكرة مساو للدائرة التى نصف قطرها تساوى الخط الخارج من رأس القطعة الى محيط دائرة قاعدتها وان كل اسطوانة يحيط بكرة وتكون قاعدتها مساوية لأعظم دائرة تقع فيها وارتفاعها مساو لنصف قطرها فهى مثل ونصف

(١) الشكل الحادى والسبعون ـ ٧١ ـ

تلك الكرةوسطحها مع قاعدتها مثل ونصف سطح الكرة وان كل قطاع كرة فهومسا ولمخروط قاعدته دائرة مساوية لسطح قطعة الكرة التى من القطاع وارتفاعه مساولنصف قطر الكرة فهذا ما ارسلته اليك .

واما هذا الكتاب الذى افتتحه ففيه هذه العلوم .

(ا) فى الطريق الىعمل كرة مساوية لاسطوانة اومخروط مفروضين .

(ب) فى بيان ان كل قطعة كرة فهى مساوية لمخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه خط تكون نسبته الى ارتفاع القطعة كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية الى ارتفاع القطعة الباقية وحده .

(ج) فى قسمة كرة معلومة بسطح الى قسمين تكون نسبة سطحيهانسبة مفروضة .

(د) فى قسمة كرة معلومة بسطح تكون نسبة قطعتها نسبة مفروضة .

(ه) فى الطريق الى عمل قطعة كرة تساوى قطعة وتشبه قطعة من كرتين معلومتين .

(و) فى الطريق الى عمل قطعة كرة تشبه قطعة كرة اخرى معلومة وتساوى سطحها سطح قطعة معلومة من كرة اخرى .

(ز) فى الطريق الى فضل قطعة من كرة معلومة تكون نسبتها الى مخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها نسبة مفروضة .

(ح) فى بيان ان الكرة اذا قسمت بسطح الى قطعتين مختلفتين كانت نسبة اعظمهما الى اصغرهما اصغر من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير ومن النسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة سطحيهما .

(ط) فى بيان ان نصف الكرة تكون اعظم من كل قطعة كرة يتساوى سطحاهما سواء كانت القطعة اعظم من النصف اواصغر .

فهذا ما قصدنا بيانه فى هذه المقالة وقد بان مما مر فى المقالة الاولى ان

لنا

لنا ان نعمل كرة يساوى سطحها اعظم دائرة يقع فى كرة اخرى معلومة وذلك لأنا بينا ان سطح الكرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها فهو الذى نريد ان يساوى سطح الكرة المعمولة .

اقول اذا عملنا عـلى نصف قطر الكرة المعلومة كرة كان سطحها منسا ويالذلك وذلك بين مما مر فى المقالة الاولى .

الاشكال

(ا) نريد ان نعمل كرة مساوية لأسطوانة معلومة او لمخروط معلوم فلتكن الأسطوانة اوالمخروط المعلومان ـ ا ـ وـ ب ـ كرة مساوية لهاولتكن اسطوانة ـ ج ز د ـ مثل ونصف ـ ا ـ واسطوانة ـ ح ل ط ـ مثل و نصف كرة ـ ب ـ وليكن ارتفاع ـ ك ل ـ مسا ويا اقطر الكرة فأسطوانة ـ ه ـ مساوية لأسطوانة ـ ك ـ وعلى التـ فى نسبة قاعدة ـ ج د الى قاعدة ـ ح ط ـ التى هى كنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط ـ كنسبة ارتفاع ـ ك ل ـ الى ارتفاع ـ ه ز ـ و ـ ك ل ـ المساوى لقطر الكرة مساو ـ لح ط ـ وذلك لأن سهم الأسطوانة التى هى مثل ونصف الكرة مساولقطرها ودائرة قاعدتها لأعظم دائرة تقع فيها لما تبين فى تذنيب الشكل السادس والثلاثين من المقالة الاولى فنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط ـ كنسبة ـ ح ط الى ـ ه ز ـ

وليكن مربع ـ ح ط ـ مساويا لسطح ـ ج د ـ فى ـ م ن ـ فنسبة ج د ـ الى ـ م ن ـ كنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط ـ التى هى كنسبة ح ط ـ الى ـ ه ز ـ واذا بدلنا كانت نسبة ج د ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ م ن ـ الى ـ ه ز ـ ونسبة ـ ج د ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ ح ط ـ الى م ن ـ فخطوط ـ ج د ـ ط ح ـ م ن ـ ه ز ـ متناسبة وكل واحد من ج د ـ ه ز ـ معلوم فالذان يناسبانهما فيما بينهما معلومان وتركيب ذلك عـلى ما نصف ـ نجعـل الاسطوانة او المخروط المعلومين ـ ا ـ ولتكن الاسطوانة

التي قاعدتها دائرة ـ ه ـ وارتفاعها ـ ه ز ـ مثل ونصف ـ ا ـ ونأخذ خطين فيما بين خطي ـ ج د ـ ه ز ـ يناسبانها وانا سأذكر الطريق اليه وليكونا ح ط ـ م ن ـ فيكون خطوط ـ ج د ـ ح ط ـ م ن ـ ه ز ـ متوالية مناسبة ونعمل اسطوانة قاعدتها دائرة قطرها ـ ح ط ـ وارتفاعها مساو ايضا ـ لح ط ـ وهو ـ ك ل ـ فتكون مساوية لاسطوانة ـ ه ـ وذلك لان نسبة ـ ج د ـ الى ـ م ن ـ كنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط التي هي كنسبة دائرة ـ ج د ـ الى دائرة ـ ح ط ـ وكنسبة ـ ح ط ـ اعني ك ل ـ الى ـ ه ز ـ فالقاعدتان متكافئتان للارتفاعين فالاسطوانتان متساويتان ونرسم على ـ ح ط ـ كرة ـ ب ـ فتكون اسطوانة ـ ح ل ط ـ مثل ونصفها ولذلك تكون مساوية ـ لأ ـ و ـ ذلك ما اردناه (١).

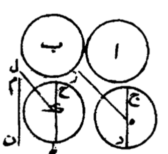
اقول للقدماء في التوصل الى وجود خطين متناسبين لخطين معلومين فيما بينهما طرق اكثرها يتعلق بتحريك الآلات وذلك بأهل العمل اليق والمناسب للنظريات هو الطريق المبني على بعض اصول ابلونيوس المذكورة في كتاب المخروطات فأوردته ها هنا وهاهو ذا .

ليكن ـ ا ب ـ ا ج ـ خطين نريد أن نجد متناسبين لهما فيما بينهما ونجعلهما محيطين لقائمة ـ ا ـ ونتمم سطح ـ ا د ـ المتوازي الاضلاع ونرسم عليه دائرة ـ ا ب ـ ونصل قطري ـ ا د ـ ج ب ـ فيتقاطعان على مركز ـ ه ـ ونخرج ـ ا ب ـ ا ج ـ الى غير نهاية ونخرج من ـ د ـ خط ـ ز د ح ـ موازيا ـ لب ج ـ فينصف على ـ د ـ لتساوي خطي ـ ب ه ـ ه ج ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ـ د ـ ويكون خطا ـ اب ـ اج ـ اللذين لا يقعان عليه كما تبين في الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب اصول المخروطات لابلونيوس وليكن ذلك قطع ـ د ط ـ فان كان خطا ـ ا ب ـ ا ج ـ متساويين كان قطر ـ ا ه د ـ عمودا على ـ ب ج ـ بل على ـ ز ح ـ وكان ـ ز ح ـ

(١) الشكل الثاني والسبعون ـ ٧٢ ـ

مماسا


كب


ا
ب
ج
ز
ه
د
ح
ك
ط
ل
م
ن

مماسا للدائرة لكون ـ ا د ـ عمودا على ـ ز ح ـ ومماسا للقطع ايضا لتساوى خطى ـ ز د ـ د ح ـ كما تبين فى الشكل التاسع من المقالة الثانية منه والقطع لايقطع الدائرة وتكون خطوط ـ ا ب ـ ج ح ـ ز ب ـ ا ج ـ الاربعة مساوية لتشابه مثلثات ـ ا ب ج ـ ب ز د ـ ج د ح ـ الثلاثة وتساوى ضلعى ا ب ـ ا ج ـ فيها فيكون خطا ـ ج ح ـ ب ز ـ قد وقعابين خطى ـ ا ب ـ ا ج ـ المتساويين وتناسب الاربعة واما اذا اختلفا وليكن ـ ا ب ـ اطول من ـ ا ج ـ فيكون ـ ز ح ـ قاطعا للدائرة فيما بين ـ ج د ـ لكون زاوية ـ ا د ح ـ المساوية لزاوية ـ ا ه ج ـ حادة ووجب ان يقطع القطع الدائرة والالوقع قوس ـ ط د ـ من الدائرة فيما بين القطع وخط ـ ز ح ـ المماس له وحينئذ يمكن ان يقع بينهما خطوط مستقيمة توصل بين نقطة ـ د ـ وأى نقطة تفرض على قوس ـ ط د ـ وهذا محال كما تبين فى الشكل الثانى والثلاثين من المقالة الاولى من كتابه ولايمكن ان يتقاطعا على اكثر من نقطتين لتقابل انجذابهما كما تبين فى الشكل الثلاثين من المقالة الرابعة من كتابه وليتقاطعا على نقطتى ـ د ـ ط ـ ونصل ـ د ط ـ ونخرجه الى ـ ك ل .

اقول فخطا ـ ج ل ـ ب ك ـ هما المطلوبان وذلك لأن خطى ـ ك د ـ ط ل ـ الواقعين بين القطع والخطين اللذين لايقعان عليه متساويان لماتقرر فى الشكل الثامن من المقالة الثانية من كتابه فسطح ـ ط ك ـ فى ـ ك د ـ يساوى سطح ـ ا ك ـ فى ـ ك ب ـ لخروج ـ ك ط ـ ك ا ـ من نقطة ك ـ الى الدائرة قاطعين اياها وكذلك سطح ـ د ل ـ فى ـ ل ط ـ يساوى سطح ـ ا ل ـ فى ـ ل ج ـ فسطح ـ ا ك ـ فى ـ ك ب ـ يساوى سطح ـ ا ل ـ فى ـ ل ج ـ وتكون نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة ـ ج ل ـ الثانى الى ـ ك ب ـ الثالث ونسبة ـ ا ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة ـ ج د ـ اعنى ـ ا ب ـ الاول الى ـ ج ل ـ الثانى لتشابه مثلثى ـ ا ك ل ـ ج د ل ـ وكنسبة ك ب ـ الثالث الى ـ ب د ـ اعنى ـ ا ج ـ الرابع لتشابه مثلثى ـ ا ك ل ـ

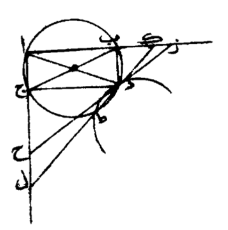
ب ك د ـ فاذا وجدنا فيما بين خطى ـ اب ـ اج ـ خطى ـ ج ل ـ ب ك ـ مناسبين لهما ونعود الى الكتاب (١) .

(ب) كل قطعة كرة مساوية لمخروط قاعدته مساوية لقاعدة القطعة وارتفاعه خط تكون نسبته الى ارتفاع تلك القطعة كنسبة نصف قطر الكرة وارتفاع القطعة الباقية مجموعين الى ارتفاع القطعة الباقية وحدها فليكن ـ اج ـ قطر اعظم دائرة يقع على كرة ماولنقسم الكرة بسطح يقوم على دائرة ـ ا ج ـ على قوائم ويمر بخط ـ ب ز ـ وليكن المركز ـ ط ـ ونجعل نسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ مجموعين الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ ونجعل نسبة ـ ط ج ـ ج ه ـ جميعا الى ـ ج ه ـ كنسبة ـ ك ه ـ الى ـ ه ا ـ ونعمل على الدائرة التى قطرها ـ ب ز ـ مخروطى ـ ب د ز ـ ب ك ز ـ .

فاقول ان مخروط ـ ب د ز ـ مساولقطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة وان مخروط ـ ب ك ز ـ مساولقطعة ـ ب ا ز ـ منها ونصل خطوط ـ ب ط ـ ط ز ـ ب ج ـ ب ا ـ ز ج ـ ز ا ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ م مساوية للدائرة التى تساوى سطح قطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة فيكون نصف قطرها مساويا ـ لب ج ـ كما مر فى الشكل الرابع والاربعين من المقالة الاولى وليكن ارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فمخروط ـ م ـ يساوى قطاع ـ ب ج ز ط ـ لما تبين فى الشكل السابع والاربعين من المقالة الاولى ولأن نسبة ـ د ه الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ مجموعين الى ـ ا ه ـ يكون بالتفصيل نسبة د ج ـ الى ـ ج ه ـ كنسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ه ـ وبالابدال نسبة ـ د ج ـ الى ـ ط ا ـ اعنى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ا ه ـ وبالتركيب نسبة د ط ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ه ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة مربع ـ ج ب ـ الى مربع ـ ب ه ـ فنسبة ـ د ط ـ الى ـ ط ج كنسبة مربع ـ ج ب ـ الى ـ مربع ـ ب ه ـ و ـ ج ب ـ مساولنصف قطر دائرة ـ م ـ وَ ـ ب ه ـ نصف قطر الدائرة التى قطرها ـ ب ز ـ و ـ د ط

(١) الشكل الثالث والسبعون ـ ٧٣ ـ .

ارتفاع



الكرة والاسطوانة ص٢٨

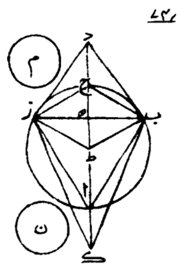
ارتفاع معين ـ ز د ـ ب ط ـ المجسم ـ و ـ ط ج ـ ارتفاع مخروط ـ م فنسبة ارتفاع معين ـ ز د ب ط ـ المجسم الى ارتفاع مخروط ـ م ـ كنسبة مربع نصف قطر دائرة ـ م ـ الى مربع نصف قطر دائرة ـ ب ز ـ بل كنسبة قاعدة مخروط ـ م ـ الى دائرة ـ ب ز ـ التى هى قاعدة مخروطى المعين المجسم على التكافؤ فمعين ـ ز د ـ ب ط ـ المجسم ومخروط ـ م ـ متساويان وكان مخروط ـ م ـ مساويا لقطاع ـ ب ج ز ط ـ فمعين ـ ز د ب ط ـ وقطاع ب ج ز ط ـ متساويان ويلقى مخروط ـ ب ط ز ـ المشترك تبقى قطعة كرة ـ ب ج ز ـ مساوية لمخروط ـ ب د ز ـ وبمثل ذلك تبين ان مخروط ب ك ز ـ مساو لقطعة كرة ـ ب ا ز ـ فنقول لأن نسبة ـ ك ه ـ الى ـ ه ا كنسبة ـ ط ج ـ ج ه ـ مجموعين الى ـ ج ه ـ فبالتفصيل نسبة ـ ك ا ـ الى ا ه ـ كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج ه ـ وبالابدال نسبة ـ ك ا ـ الى ط ج ـ اعنى ط ا ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ج ه ـ وبالتركيب نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ه ـ ونسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ه ـ كنسبة مربع ا ه ـ الى مربع ـ ب ه ـ وليكن نصف قطر دائرة ـ ن ـ مثل خط ـ ا ب فهى مساوية لسطح قطعة كرة ـ ب ا ز ـ ونعمل عليه مخروطا ارتفاعه نصف قطر الكرة فيكون القطاع الذى عليه ـ ب ط ز ا ـ مساويا له ولأن نسبة ك ط ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ نصف قطر دائرة ـ ن ـ الى مربع ـ ب ه ـ نصف قطر دائرة ـ ب ز ـ بل كنسبة دائرة ـ ن ـ الى دائرة ب ز ـ و ـ ا ط ـ ارتفاع مخروط ـ ن ـ و ـ ك ط ـ ارتفاع مجسم ـ ب ط ز ك ـ فقاعدتا مخروط ـ ن ـ ومجسم ـ ب ط ز ك ـ مكافئتان لارتفاعيهما وكان مخروط ـ ن ـ مساويا لقطاع ـ ب ط ز ا ـ فمجسم ـ ب ط ز ك ـ وقطاع ـ ب ط ز ا ـ متساويان ونزيد عليهما مخروط ـ ب ط ز ـ فيصير مخروط ـ ب ك ز ـ مساويا لقطعة كرة ـ ب ا ز ـ وهنالك استبان ان نسبة كل قطعة كرة الى المخروط الذى قاعدته قاعدتها وارتفاعه

ارتفاعها كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية وذلك لأن نسبة قطعة كرة ـ ب ج ز ـ اعنى مخروط ـ ب د ز ـ الى مخروط ـ ب ج ز كنسبة ارتفاع ـ د ه ـ الى ارتفاع ـ ج ه ـ التى هى كنسبة ـ ط ا ـ ا ه مجموعين الى ـ ا ه ـ وحده وكذلك فى القطعة الاخرى .

ونبين هذا الحكم بوجه آخر

وهو ان نبين ان مخروط ـ ب ك ز ـ بعينه مسا ولقطعة كرة ـ ب ا ز ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ن ـ مساوية لسطح الكرة وارتفاعه لنصف قطر الكرة فيكون المخروط مساويا للكرة لمامر فى الشكل السادس والثلاثين من المقالة الاولى ويكون اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لأعظم دوائر الكرة وارتفاعه نصف قطرها ولأن نسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا تكون نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ وايضا لأن نسبة ـ ك ه ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ ط ج ـ ج ه ـ معا الى ـ ج ه ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا كانت نسبة ـ ك ا ـ الى ـ ج ط ـ بل الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ التى هى كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ فنسبة ـ ك ا ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ د ج ـ وبالترتيب نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ط د الى ـ د ج ـ ونسبة ـ ك د ـ الى ـ د ط ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا ـ وسطح ـ ك د ـ فى ـ ط ا ـ مسا ولسطح ـ د ط ـ فى ـ ط ك ـ وايضا لأن نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ط د ـ الى ـ د ج ـ فاذا ابدلنا كانت نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط د ـ كتسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ وكانت نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ فنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ ونسبة مربع ـ ك د ـ الى سطح ك ط ـ فى ـ ط د ـ كنسبة مربع ـ ا ج ـ الى سطح ـ ا ه ـ فى ـ ه ج ـ وكان سطح ـ ك ط ـ فى ـ ط د ـ كسطح ـ ك د ـ فى ـ ط ا ـ فنسبة

مربع


د
ج
ز
ه
ب
ط
ا
ك
م
ن

مربع ـ ك د ـ الى سطح ـ ك د ـ ف ـ ط ا ـ التى هى كنسبة ـ ك د ـ الى ط د ـ كنسبة مربع ـ ا ج ـ الى سطح ـ ا ه ـ ف ـ ه ج ـ اعنى نسبة مربع ا ج ـ الى مربع ـ ه ب ـ و ـ ا ج ـ هو نصف قطر دائرة ـ ن ـ فنسبة مربع نصف قطر دائرة ـ ن ـ الى مربع ـ ه ب ـ اعنى نسبة دائرة ـ ن ـ الى دائرة ب ز ـ كنسبة ـ ك ز ـ ارتفاع معين ـ ب د ز ك ـ المجسم الى ـ ط ا ارتفاع مخروط ـ ن ـ فمخروط ـ ن ـ اعنى الكرة مساو لمعين ـ ب د ز ك المجسم وقد تبين ان قطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة مساوية لمخروط ـ ب د ز تبقى قطعة ـ ب ا ز ـ منها مساوية لمخروط ـ ب ك ز ـ وذلك ما اردناه(١) .

(ج) نريد ان نبين كيف تقسم كرة معلومة بسطح بقسمين تكون نسبة سطح احد القسمين الى سطح القسم الآخر كنسبة مفروضة فلتكن دائرتها العظمى ـ ا د ب ه ـ وقطرها ـ ا ب ـ وليقم عليها سطحا على قوائم يكون فصلهما المشترك ـ د ه ـ و نصل ـ ا د د ب ـ فلأن نسبة سطح قطعة كرة د ا ه ـ الى سطح قطعة كرة ـ د ب ه ـ هى المفروضة وسطح ـ د ا ه مساو لدائرة نصف قطرها ـ ا د ـ وسطح قطعة ـ د ب ه ـ مساو لدائرة نصف قطرها ـ ب د ـ لما تبين فى الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة الاولى ونسبتها نسبة مربع ـ ا د ـ الى مربع ـ د ب ـ اعنى نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ التى هى النسبة المفروضة ولذلك تصير نقطة ـ ج ـ من خط ـ ا ب ـ معلومة ونقيم على سطح ـ ا ب ـ سطحا على قوائم ويمر بخط ـ د ه ـ فتنقسم الكرة وتركيبه هكذا .

نجعل الدائرة العظمى من الكرة دائرة ـ ا د ب ه ـ والقطر ـ ا ب والنسبة المفروضة نسبة ـ ز ـ الى ـ ح ـ ونقسم ـ ا ب ـ على تلك النسبة فينقسم على ـ ج ـ وتكون نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ز ـ الى ـ ح ونقسم الكرة بسطح يمر على ـ ج ـ ويقوم على سطح دائرة ـ ا ب ـ فيكون

---

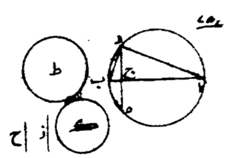
(١) الشكل الرابع والسبعون ـ ٧٤

فصلهما المشترك - د ه - ونصل خطى - د ا - د ب - وليكن نصف قطر دائرة ط ك - مساويا لخط - ا د - ونصف قطر دائرة - ك - مساويا لخط - د ب فدائرة - ط - مساوية لسطح قطعة كرة - د ا ه - ودائرة - ك - مساوية لسطح قطعة كرة - د ب ه - لما مر فى الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة الاولى ولأن زاوية - ا د ب - قائمة وخط - د ج عمودا تكون نسبة - ا ج - الى - ج ب - التى هى كنسبة - ز - الى - ح كنسبة مربع - ا د - الى مربع - د ب - التى هى كنسبة دائرة - ط - الى دائرة - ك - بل كنسبة سطح قطعة كرة - د ا ه - الى سطح قطعة كرة د ب ه - وذلك ما اردناه (١) .

(د) نريد ان نبين كيف تقسم كرة معلومة بقسمين تكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة معلومة فلتكن الكرة - ا ب ج د - ولتكن منقسمة بسطح يمر بخط - ا ج - الى قطعتى - ا د ج - ا ب ج - نسبتها النسبة المذكورة ننصف الكرة بسطح يمر على المركز ويقوم على السطح المذكور على قوائم فتحدث دائرة - ا ب ج د - العظمى وليكن المركز - ك - والقطر - د ب - ونجعل نسبة - ك د - د ح - جميعا الى - د ح - كنسبة - ق ح ب - الى - ح ب - ونسبة ل ح - الى - د ح - كنظيرتها ونصل خطوط - ا ل - ل ج - ا ق - ق ج فمخروط - ا ل ج - مساو لقطعة كرة - ا د ج - ومخروط - ا ق ح - مساو لقطعة كرة - ا ب ج - لما تبين فى الشكل الثانى من هذه المقالة ونسبة مخروط ا ل ج - الى مخروط - ا ق ج - معلومة وهى كنسبة - ل ح - الى - ح ق - لاشتراكهما فى القاعدة ولأن نسبة - ل ح - الى - د ح - كنسبة - ك ب - ب ح - جميعا الى - ب ح - فاذا فصلنا ثم ابدلنا كانت نسبة - ل د - الى - ك د - كنسبة - د ح - الى - ح ب - ولأن نسبة - ق ح - الى - ح ب - كنسبة - ك د - د ح - معا الى - د ح - فاذا فصلنا ثم ابدلنا وخالفنا كانت نسبة - د ح - الى - ح ب - كنسبة - ك د - اعنى - ك ب - الى - ق ب

(١) الشكل الخامس والسبعون - ٧٥

فنسبة



الكرة والاسطوانة ص ٨٦

فنسبة ـ ل د ـ الى ـ ك د ـ كنسبة ـ ك ب ـ الى ـ ق ب ـ وكنسبة ـ د ح الى ـ ح ب ـ وبالخلاف نسبة ـ قب ـ الى ـ ك ب كنسبة ـ د ك ـ الى ـ د ل فاذا ركبنا ثم ابدلنا ثم ركبنا كانت نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ك ـ كنسبة ـ ك ل ـ الى ـ ل د ـ فسطح ـ ق ل ـ فى ـ ل د ـ مساولمربع ك ل ـ ونسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د كنسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ ولأن نسبة ـ ل د ـ اى ـ ك د ـ كنسبة ـ د ح ـ الى ـ ب ح ـ فاذا خالفنا ثم ركبنا كانت نسبة ـ ك د ـ الى ـ ل د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ح ـ ونسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ ولأن نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح د ـ كنسبة ـ ك ب ـ ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ واذا فصلنا يكون نسبة ـ ل د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ح ـ وليكن ـ ب ز ـ مساويا ـ لك ب ـ فيقع ـ ز ـ خارجا عن ـ ق ـ لأن نسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ق ـ كانت كنسبة ـ د ح ـ الى ـ ح ب ـ و ـ د ح اعظم من ـ ح ب ـ فنسبة ـ ل د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ز ب ـ الى ـ ح ب ـ ونسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ ولأن نسبة ـ ق ح ـ الى ـ ل ح ـ هى المعلومة فنسبة ق ل ـ الى ـ ل ح ـ معلومة وهى مؤلفة من نسبتى ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ و ل د ـ الى ـ ل ح ـ وكانت نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ بل نسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ ونسبة ـ ل د ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ فنسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ح ـ مولفة من نسبتى مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ و ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ ولتكن نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ فهى ايضا معلومة وخط ـ ب ز ـ معلوم ـ فز ط ـ معلوم ونسبة ـ ب ز الى ـ ز ط ـ مولفة من نسبتى مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ و ـ ب ز الى ـ ز ح ـ وايضا نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ مؤلفة من نسبتى ـ ب ز

الى ـ ز ح ـ و ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ فاذا القينا منهما النسبة المشتركة التى هى نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ بقيت نسبة مربع ـ ب د ـ المعلوم الى مربع ـ د ح ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ المعلوم ـ و ـ ز د ـ معلوم فينبغى ان يقسم ز د ـ المعلوم بقسمين على نقطة ـ ح ـ حتى تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط المعلوم كنسبة مربع ـ ب د ـ المعلوم الى مربع ـ د ح ـ (١) وتركيبه هكذا .

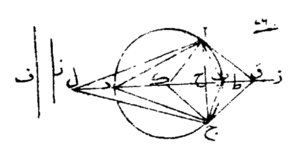
ليكن النسبة المعلومة نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ و ـ ف ـ اعظمهما وننصف الكرة بسطح يمر بمركزها فتحدث دائرة ـ ا ب ج د ـ العظيمة والقطر ـ ب د والمركز ـ ك ـ ونجعل ـ ب ز ـ مساويا ـ لك ب ـ ونقسم ـ ب ز ـ بقسمين على نقطة ـ ط ـ قسمة تكون نسبة ـ ز ط ـ الى ـ ط ب ـ نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ وتقسم ـ ب د ـ على ـ ح ـ قسمة تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة مربع ـ د ب ـ الى مربع ـ د ح ـ وسيأتى بيان كيفية هذه القسمة .

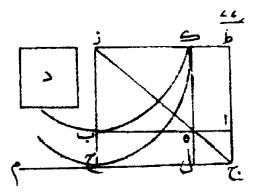
ونجيز سطحا يمر بنقطة ـ ح ـ ويقول ـ ب د ـ عمودا عليه فهو يقسم الكرة الى قطعتين على نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ ولتكن نسبة ـ ك ب ـ ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ كنسبة ـ ل ح ـ الى ـ د ح ـ ونسبة ـ د ك ـ د ح ـ معا الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ق ح ـ الى ـ ح ب ـ ونصل خطوط ا ل ـ ل ج ـ ا ق ـ ق ج ـ فيكون لما مر سطح ـ ق ل ـ ف ـ ل د ـ كربع ل ك ـ ونسبة ـ ل ك ـ الى ـ ل د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ح ـ ونسبة مربع ـ ل ك ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ب د ـ د ح ـ ولأن سطح ـ ق ل ف ـ ل د ـ كربع ـ ل ك ـ تكون نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ كنسبة مربع ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ وهى كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ ولأن نسبة ك ب ـ ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ كنسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح د ـ و ب ك ـ مساو ـ لب ز ـ تكون نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ل ح ـ

---

(١) الشكل السادس والسبعون ـ ٧٦ (١١)

الى


ا
ب
ج
د
ح
ط
ك
ل
ن
ف
ق
ز



الكرة والاسطوانة ص٩٨

الى ــ ح د ــ واذا قلبنا كانت نسبة ــ ز ح ــ الى ــ ز ب ــ كنسبة ــ ح ل الى ــ ل د ــ واذا خالفنا كانت نسبة ــ ب ز ــ الى ــ ز ح ــ كنسبة ــ ل د الى ــ ح ل ــ وكانت نسبة ــ ز ح ــ الى ــ ز ط ــ كنسبة ــ ق ل ــ الى ــ ل د ــ فبالمساواة المضطربة نسبة ــ ب ز ــ الى ــ ز ط ــ كنسبة ــ ق ل ــ الى ل ح ــ واذا فصلنا ثم خالفنا كانت نسبة ــ ل ح ــ الى ــ ح ق ــ كنسبة ــ ز ط ــ الى ــ ب ط ــ اعنى نسبة ــ ف ــ الى ــ ز ــ ونسبة ــ ل ح ــ الى ــ ح ق ــ كنسبة مخروط ــ ال ج ــ الى مخروط ــ اق ج ــ بل كنسبة قطعة كرة ــ اج د ــ الى قطعة كرة ــ اج ب ــ كما مر فاذا نسبة القطعتين نسة ف ــ الى ــ ز ــ وذلك ما اردناه (١) .

اقول ولنشتغل ببيان كيفية قسمة خط ــ ب د ــ المعلوم على ــ ح ــ قسمة تكون نسبة ــ ح ز ــ الى ــ ز ط ــ المعلوم كنسبة مربع ــ د ب ــ المعلوم الى مربع ــ د ج ــ ومرجعه ــ الى قسمه ــ د ز ــ المعلوم قسمة تكون نسبة احد قسميه الى خط معلوم كنسبة سطح معلوم الى مربع القسم الآخر .

وتذكر اوطوقيوس العسقلانى فى شرحه لهذا الكتاب ان ارشميدس وعد بيان ذلك فى كتابه هذا ولم يوجد فى شيء من النسخ ما وعده ولذلك سلك كل واحد من دينوسوذورس وديوقليس بعده طريقا غير الذى سلكه هو فى هذا الكتاب الى قسمة الكرة بقسمين على نسبة مفروضة .

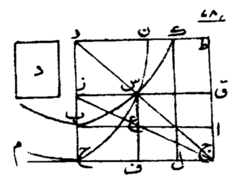
قال وانا وجدت فى كتاب عتيق اشكالا مستغلقة جد الكثرة ما فيه من الخطأ وما فى الاشكال من التحريف بسبب جهل الناسخين وكان فيه الفاظ من لغة ذريس التى كان ارشميدس يحب استعمالها واصطلاحات له خاصة كما كان يعبر عن القطع المكافى والزائد بالقائم الزاوية والمنفرجة الزاوية فواظبت عليه الى ان تقرر لى هذه المقدمة وهى هذه .

اذا كان خطان معلومان عليهما ــ اب ــ اج ــ وسطح معلوم عليه ــ د ــ وأردنا ان نقسم ــ اب ــ على ــ ه ــ قسمة تكون نسبة سطح ــ اد ــ

---

(١) الشكل السابع والسبعون ــ ٧٧ ــ.

الى مربع ـ ه ب ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ا ج ـ فلنجعل كأن ذلك قد كان وليقم ـ ا ج ـ عمودا علی ـ ا ب ـ ونصل ـ ج ه ـ ونخرجه ومن ـ ب ـ خطا موازيا ـ لا ج ـ فيلتقيان على ـ ز ـ ونخرج ـ ج ح ـ ز ط ـ موازيين ـ لا ب ـ و ـ ج ا ـ ومن ـ ه ـ ه ك ل ـ موازيا له فيتم شكل ـ ز ح ـ ج ط ـ المتوازی الا ضلاع ونخرج ـ ج ح ـ ونجعل ـ ج ح ـ ف ـ ح م مساويا لسطح ـ د ـ فنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ه ب ـ كنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ اعنى نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ز ـ التى هى كنسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ فنسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ه ب ـ اعنى مربع ـ ك ز ـ واذا ابدلنا كانت نسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ د ـ اعنى الى سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح م ـ التى هى كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح م ـ كنسبة ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى مربع ـ ك ز ـ واذا جعلنا ـ ح ز ـ ارتفاعا مشتركا لخطى ـ ج ح ـ ح م ـ كانت نسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى سطح ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى مربع ـ ك ز ـ فسطح ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ مساو لمربع ـ ز ك ـ واذا رسمنا قطعا مكافئا على ـ ز ح ـ ومر بنقطة ـ ح ـ وكانت خطوط ترتيبه قوية على السطح المضاف الى ـ ح م ـ كما ذكر فى الشكل الثانى والخمسين من المقالة الاولى من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ـ ك ـ وكان معلوم الوضع لأن ـ ح م ـ الذى يحيط مع ـ ج ح ـ المعلوم بسطح معلوم ونقطة ـ ك ـ معلومة الوضع وليكن القطع ـ ح ك ـ وايضا سطح ـ ط ل ـ مساو لسطح ـ ب ج ـ فط ك ـ ف ـ ك ل ـ كاب ـ ف ـ ب ح ـ واذا رسمنا قطعا زائدا يمر بنقطة ـ ب ـ ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه خطى ـ ج ط ـ ج ح ـ كما ذكر فى الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ـ ك ـ ايضا لما تبين فى عكس الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية منه وهذا القطع ايضا معلوم


د
ن
ك
ط
ق
ز
س
د
ب
ع
ا
ج
م
ح
ف
ل

الوضع لكون خطى ـ ج ط ـ ج ح ـ ونقطة ـ ب ـ معلومة الوضع وليكن القطع ـ ب ك ـ فنقطة ـ ك ـ على تقطعين مكاف وزائد معلومى الوضعين فهى معلومة وخط ـ ك ه ـ عمود منها على ـ ا ب ـ المعلوم الوضع فنقطة ـ ه معلومة ولما كانت نسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ المعلوم كنسبة سطح ـ د ـ المعلوم الى مربع ـ ه ب ـ كان الجسم الذى من مربع ـ ه ب ـ فى ـ ا ه ـ مساويا للجسم الذى من سطح ـ د ـ فى ـ اج ـ لان قاعدتيهما مكافئتان لارتفاعيهما(١).

واعلم ان خط ـ ب ه ـ اذا كان ضعف ـ ه ا ـ كان مربع ـ ب ه فى ـ ه ا ـ اعظم من مجسم مربع اى احد القسمين الآخرين فرضنا لخط ـ ب ا ـ فى باقيه من الخط على ما سنبينه فلذلك يجب اذا كان الحكم كليا ان يشترط ان لا يكون الجسم الحاصل من الخط المعلوم فى السطح المعلوم اعظم من الجسم الحاصل من ثلث الخط فى مربع ثلثيه وتركيب ذلك هكذا .

ليكن الخطان ـ ا ب ـ ا ج ـ والسطح ـ د ـ ونريد ان نقسم ـ ا ب قسمة تكون مجسم خط ـ ا ج ـ فى سطح ـ د ـ مساويا لمجسم احد القسمين فى مربع القسم الآخر وننظر فان كان مجسم خط ـ ا ج ـ فى سطح ـ د ـ اعظم من مجسم ثلث خط ـ ا ب ـ فى مربع ثلثيه كانت قسمة الخط على تلك النسبة غير ممكن لما وعدنا بيانه وان كان مساويا له كانت القسمة على التثليث وذلك لان الجسمات المتساوية قواعدها مكافئة لارتفاعاتها فتكون نسبة سطح ـ د ـ الى مربع ثلثى الخط كنسبة ثلث الخط الى ـ ا ج ـ وهو المطلوب وان كان اصغر منه فلنعد ـ ز ط ج ح ـ المتوازى الاضلاع بخطوطه كما كان ولان مجسم سطح ـ د ـ فى ـ اج ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ فى ـ ه ا ـ فنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ د ـ الى سطح اصغر من مربع ـ ب ه ـ الذى هو مثل ـ ز ك ـ وليكن كنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ز ن ـ وليكن ـ ج ح ـ فى ـ ح م ـ مساويا لسطح ـ د ـ فنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ اعنى نسبة ـ ج ح ـ الى ح

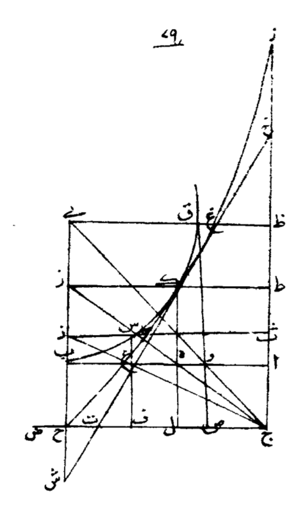
---

(١) الشكل الثامن والسبعون ـ ٧٨ ـ

ـ ز ـ التى هى كنسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح م ـ الذى هو سطح ـ د ـ الى مربع ز ن ـ واذا ابدلنا كانت نسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ ج ح ـ ف ح م ـ بل نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح م ـ التى هى نسبة سطح ـ ج ح ـ ف ح ز ـ الى سطح ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى مربع ـ ز ن ـ فسطح ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ مساو لمربع ـ ز ن ـ ونرسم قطع ـ ح س ن ـ المكافى يمر بنقطة ـ ح ـ ويكون سهمه ـ ح ز وضلعه القائم ـ ح م ـ وهو يمر بنقطة ـ ن ـ لما مر وايضا سطحا ـ ط ل ـ اح ـ متساويان وهما من ـ ط ك ـ ف ـ ك ل ـ و ـ ح ب ـ ف ـ ب ا ـ الموازيين لخطى ـ ج ط ـ ج ح ـ فنرسم قطع ـ ب س ك ـ الزائد يمر بنقطة ب ـ ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ـ ج ط ـ ج ح ـ فهو يمر بنقطة ك ـ لما مر ايضا وليتقاطع القطعان على ـ س ـ ونخرج من ـ س ـ عمود س ع ـ على ـ ا ب ـ فهو يقسم خط ـ ا ب ـ على ـ ع ـ القسمة المطلوبة وينفذ ـ س ع ـ الى ـ ف ـ ونخرج من ـ س ـ خط ـ ز س ق ـ موازيا ـ لب ا ـ ولان خطى ـ س ق ـ س ف ـ خارجان من نقطة من القطع الزائد الى الخطين اللذين لا يقعان عليه وموازيان لخطى ـ ب ا ـ ب ح ـ الخارجين من نقطة اخرى منه اليهما يكون سطح ـ ق ف ـ مساويا لسطح اح ـ لما تبين فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية من المخروطات ويكون لذلك سطح ـ ق ع ـ مساويا لسطح ـ ع ح ـ واذا اخرجنا ـ ج ز ـ من نقطة ع ـ فنسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ز ـ بل كنسبة ج ح ـ ف ـ ح م ـ المساوى لسطح ـ د ـ الى ـ ز ح ـ ف ـ ح م ـ المساوى لمربع ـ ز س ـ لكون ـ ح س ن ـ قطعا مكافئا بل لمربع ـ ب ع ـ فاذا نسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ب ع ـ وذلك ما قصدناه (١).

---

(١) الشكل التاسع والسبعون ـ٧٩ـ.



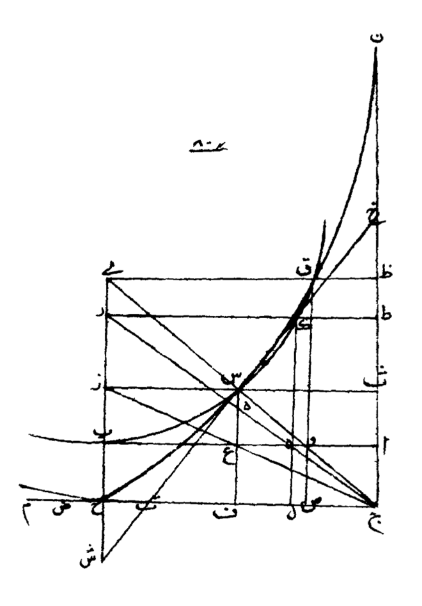
الكرة والاسطوانة ص٩٢

ونعيد لبيان وجوب الشرط المذكور متوازى اضلاع ــ ح ز ــ ط ج ــ مع خطوطه المستقيمة كما كان ولتكن نسبة ــ ا ه ــ ثلث الخط الى ا ج ــ كنسبة سطح ــ ج ح ــ ف ــ ح م ــ الى مربع ــ ب ه ــ ويكون مجسم مربع ــ ب ه ــ ف ــ ا ه ــ مساويا لمجسم ــ ج ح ــ ف ــ ح م ــ ف ا ج ــ لكون القاعدتين مكافئتين للارتفاعين .

ونقول هذا المجسم اعظم من كل مجسم تكون قاعدته مربع اى احد قسمين آخرين كانا لخط ــ ا ب ــ وارتفاعه القسم الباقى ونرسم قطعا مكافئا تمر بنقطة ــ ح ــ ويكون سهمه ــ ح ز ــ وضلعه القائم ــ ح م ــ وهو يمر بنقطة ك ــ كما مر فى الحل واذا اخرج هذا القطع وصل الى ــ ج ط ــ الموازى لسهم القطع كما تبين فى الشكل السادس والعشرين من المقالة الاولى من المخروطات فلنقطعه على ــ ن ــ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ــ ب ــ ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ــ ج ط ــ ج ح ــ فهو يمر ايضا بنقطة ــ ك ــ كما مر فى الحل ونخرج ــ ز ح ــ ونجعل ــ ح ش ــ مساويا له ونصل ــ ش ك ــ ونخرجه الى ان يلقى ــ ج ط ــ على ــ خ ــ فهو يماس قطع ــ ح ك ــ المكافى لما تبين فى الشكل الثالث والثلاثين من المقالة الاولى من المخروطات و ــ ه ب ــ كان مثلى ه ا ــ فز ك ــ مثلا ــ ك ط ــ ونسبة ــ ز ك ــ الى ــ ك ش ــ كنسبة ــ ك ط ــ الى ــ ك خ ــ فش ك ــ مثلا ــ ك خ ــ و ش ك ــ مثلا ــ ش ت ــ لان ش ز ــ مثلا ــ ش ح ــ فت ك ــ ك خ ــ متساويان وخط ــ ت ك خ ــ لقى قطعا زائدا بمنتصفه فيما بين الخطين اللذين لا يقعان عليه فهو مماس له لما تبين فى عكس الشكل الثالث من المقالة الثانية منه فالقطعان متماسان ايضا على ــ ك ولنخرج القطع الزائد فى جانب ــ ق ــ ونعلم على خط ــ ب ه ــ نقطة ــ ع كيف وقعت ونجيز عليه خط ــ ف ع س ــ موازيا ــ لج ط ــ الى ان ينتهى الى القطع الزائد على ــ س ــ ونخرج من نقطة ــ س ــ خط ــ ث س ز موازيا ــ لا ب ــ وليقطع المكافى على ــ د ــ فمن اجل القطع الزائد وخطيه

اللذين لا يقعان عليه يكون سطحا ـ ث ف ـ ا ح ـ بل سطحا ـ ث ع ـ ع ح ـ متساويان واذا وصلنا ـ ج ز ـ مر بنقطة ـ ع ـ ومربع ـ ز د ـ مساو لسطح ـ ز ح ـ فى ـ ح م ـ من اجل القطع المكافى ومربع ـ زس ـ اصغر منه فليكن كسطح ـ ز ح ـ فى ـ ح ض ـ ونسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ج كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ز ـ بل كنسبة ـ ج ح ـ فى ـ ح ض ـ الى ح ز ـ فى ـ ح ض ـ المساوى لمربع ـ ز ص ـ اعنى مربع ـ ب ع ـ فنسبة ع ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ فى ـ ح ض ـ الى ـ مربع ـ ب ع ـ ومجسم ـ ج ح ـ فى ـ ح ض ـ فى ـ ا ج ـ اصغر من مجسم ـ ج ح فى ـ ح م ـ فى ـ ا ج ـ المساوى لمجسم مربع ـ ب ه ـ فى خط ـ ه ا ـ فمجسم مربع ـ ب ع ـ فى خط ـ ع ا ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ فى ـ خط ه ا ـ ثم نعلم على خط ـ ه ا ـ ايضا نقطة ـ و ـ كيف وقعت ونستأنف التدبير المذكور فيخرج ـ خط ـ ص ـ و ـ ق ـ موازيا ـ لج ط ـ الى ان يلقى القطع الزائد على ـ ق ـ لماتبين فى الشكل الثالث عشر من المقالة الثانية من المخروطات ونخرج من ـ ق ـ خط ـ ظ ى ق ـ موازيا ـ لا ب ـ فيقطع المكافى على غ ـ ويكون من اجل القطع الزائد سطحا ـ ظ ص ـ ا ح ـ بل سطحا ـ ظ و ـ و ح ـ متساويين واذا وصلنا ـ ج ى ـ مر على نقطة ـ و ـ ويكون من اجل القطع المكافى مربع ـ غ ى ـ مساويا لسطح ـ ى ح ـ فى ـ ح م ـ فيكون مربع ـ ق ى ـ اصغر منه فليكن كسطح ـ ى ح ـ فى ـ ح ض ـ ونسبة ـ ا و الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ى ـ بل كنسبة سطح ـ ج ح ـ فى ح ض ـ الى سطح ـ ى ح ـ فى ـ ح ض ـ اعنى مربع ـ و ب ـ المساوى لق ى ـ فمجسم مربع ـ ج ح ـ فى ـ ح ض ـ فى ـ ا ج ـ الذى هو اصغر من مجسم ـ ج ح ـ فى ـ ح م ـ فى ـ ا ج ـ المساوى لمجسم مربع ـ ب ه ـ فى خط ـ ه ا ـ مساو لمجسم مربع ـ ب و ـ فى خط ـ ا و ـ فاذا مجسم مربع ـ ب و ـ فى خط ـ و ا ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ فى خط ـ ا ه ـ وكذلك

ف


ن
خ
ق
ظ
ط
ر
ز
س
ب
ا
ع
م
ف
ج
ش

فى سائر النقط فاذا صح ما ادعينا .

وتقول اذا كان معنا سطح وخطان معلومان وكان مجسمهما اصغر من مجسم — ب ه — فى — ه ا — فلنا ان تقسم — ا ب — على نقطتين قسمتين كل واحد منهما كما وصفنا ونرسم لبيان ذلك قطعا مكافئا يكون سهمه — ز ح — وقطره القائم — ح ض — فيمر لامحالة بنقطة — س — واذا كان هذا القطع — يجب ان يلقى خط ج ن — الموازى لقطره وجب ان يقطع القطع الزائد على نقطة اخرى فوق نقطة — ك — فليقطعه على — ق — وعمود — ق — ويقسم — ا ب — على — و على الصفة المذكورة ويكون حينئذ مجسم مربع — ب و — فى خط — وا — مساويا لمجسم مربع — ب ع — فى خط — ع ا — المار فى الشكل المتقدم فينقسم الخط على نقطتى — ع — و — عن جنبتى نقطة — ه — قسمتين كما وصفنا ويكون الشكل على ما رسمنا (١) .

وقد بقى علينا ذكر السبب الذى لاجله لم يتعرض ارشميدس للشرط المذكور وذلك انه وضع قطر الكرة — د ب — ونصفه — ب ز — والخط المعلوم ز ط — والسطح المعلوم مربع قطر — د ب — ونظر فيه ما ينتهى التحليل به الى ان احتاج الى قسمة — د ز — على نقطة تكون على القطر كنقطة — ح — القسمة المذكورة وقد مر ان مجسم مربع السطح المعلوم فى الخط المعلوم لو كان اعظم من مجسم مربع ثلثى الخط الذى يراد قسمته مطلقا فى ثلثه لامتنعت القسمة ولو كان مساويا له لكانت قسمة — د ز — تقع على نقطة — ب — طرف القطر ولم تكن تلك القسمة نافعة فيما قصده فمن جهة ان المجسم المعلوم كان ها هنا من مربع قطر الكرة فى — ز ط — الذى هو اقصر من — ز ب — اعنى كان اصغر من مجسم مربع ثلثى الخط فى ثلثه فان ارشميدس لما كان قد عين نقطة — ح — على القطر لم يقع له احتياج الى ذكر القسمين الاولين اعنى غير الممكن وغير النافع اللذين لم يمكن وقوعهما فى الخط على الوجه الذى قصد قسمته ثم ان القسمة المطلوبة لما كانت ممكنة فى خط — د ز — على نقطتين احديهما تقع فيما بين — ز د

(١) الشكل الثمانون — ٨٠ — .

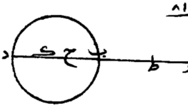
والاخرى تقطع فيما بين ـ ب د ـ وكانت الثانية متعينة لكون الاولى غير نافعة ايضا فيما قصده لم يقل ارشميدس فى التركيب انا نقسم خط ـ دز ـ لئلا نحتاج الى هذا التفصيل بل قال نقسم خط ـ ب د ـ على ـ ح ـ قسمة تكون نسبة ح ز ـ الذى هو احد قسمى خط ـ د ز ـ الى ـ ز ط ـ الذى هو الخط المعلوم كنسبة مربع ـ د ب ـ الذى هو السطح المعلوم الى مربع ـ د ح ـ الذى هو القسم الآخر من خط ـ د ز ـ وان كان قد قال فى الحل انه ينبغى ان يقسم خط ـ ز د ـ القسمة المذكورة لأن ذلك كان ما ادى اليه التحليل فى الاول فاذا ظهر انه لم يحتج على الوجه الذى اورده فيما كان محتاجا اليه الى ايراد تفصيل وشرط وذلك انه جعل الحكم خاصا بالصورة التى احتاج اليها ولم يورده عاما على الوجه المحتاج الى الشرط والتفصيل (١) .

طريقة دينوسوذورس

فى قسمة الكرة على نسبة مفروضة

ليكن قطر الكرة المفروضة ـ ا ب ـ والنسبة المفروضة نسبة ـ ج د الى ـ د ه ـ والمطلوب قسمة الكرة بسطح يكون ـ ا ب ـ عمودا عليه قسمة تكون نسبة القطعة التى رأسها ـ ا ـ الى القطعة التى رأسها ـ ب ـ كنسبة ـ ج د ـ الى ـ د ه ـ فنخرج ـ ب ا ـ ونجعل ـ ا ز ـ نصف ـ ب ا ـ ونجعل نسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ح ـ نسبة ـ ج ه ـ الى ـ د ه ـ وليكن ـ ا ح ـ عمودا على ا ب ـ ونأخذ خطا مناسبا لخطى ـ ز ا ـ ا ح ـ فيما بينهما وهو ـ ا ط ـ ويكون اطول من ـ ا ح ـ ونرسم على سهم ـ ز ب ـ قطعا مكافئا يمر بنقطة ـ ز ويكون ضلعه القائم ـ ا ح ـ فيمر بنقطة ـ ط ـ لأن مربع ـ ا ط ـ يساوى سطح ـ ز ا ـ فى ـ ا ح ـ وليكن القطع ـ ز ط ك ـ ونخرج من ـ ب خط ـ ب ك ـ الى القطع موازيا ـ لا ط ـ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ح ـ ويكون الخطان اللذان لايقعان عليه ـ ا ب ـ ب ك ـ فهو يقطع القطع المكافئ فيما بين ـ ط ك ـ وليقطعه على ـ ل ـ ويخرج من ـ ل ـ عمود ـ ل م

(١) الشكل الحادى والثمانون ـ٧١ـ



الكرة والاسطوانة ص٩٦

على ـ ا ب ـ فهو قد قسم ـ ا ب ـ الى سهمى القطعتين وليخرج من نقطتى ـ ح ل ـ خطى ـ ح ن ـ ل س ـ موازيين ـ لا ب ـ ولأن ـ ح ل ـ قطع زائد ـ وا ب ـ ب ك ـ هما الخطان اللذان لايقعان عليه وخطا ـ ل م ـ ـ ل س ـ موازيان لهما وخارجان من القطع اليهما يكون سطح ـ ا ح ـ ـ فى ـ ح ن ـ مساويا لسطح ـ م ل ـ فى ـ ل س ـ لما تبين فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية من المخروطات و ـ ح ن ـ مساو ـ لا ب ـ و ـ ل س ـ مساو ـ لم ب ـ فسطح ـ ل م ـ فى ـ م ب ـ مساو لسطح ـ ا ح ـ فى ـ ا ب ونسبة ـ ل م ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب م ـ ونسبة مربع ـ ل م ـ الى مربع ـ ا ح ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب م ـ ومربع ـ ل م ـ يساوى سطح ـ م ز ـ فى ـ ا ح ـ من جهة القطع المكافى فنسبة ـ د م ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة مربع ـ ل م ـ الى مربع ـ ا ح ـ التى هى كنسبة مربع ـ ب م ـ ونسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب م ـ كنسبة الدائرة التى نصف قطرها يساوى ـ ب ا ـ الى الدائرة التى نصف قطرها ـ ب م ـ فنسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ الى التى نصف قطرها ـ ب م ـ كنسبة ـ ز م ـ الى ـ ا ح ـ والمخروط الذى قاعدته لدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ح ـ مساو للمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ب م ـ وارتفاعه ـ ز م ـ لكون القاعدتين مكافئتين للارتفاعين ونسبة المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ الى الذى قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه ـ ا ح ـ كنسبة ـ ا ز ـ الى ـ ا ح ـ اعنى نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه د ـ فنسبة المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ الى الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ م ب ـ وارتفاعه ـ م ز ـ كنسبة ـ ج ه الى ـ ه د ـ لكن المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ مساو للكرة والمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف

قطرها – م ب – وارتفاعه – ز م – مساولقطعة الكرة التى رأسها – ب .

وليكن لبيان ذلك نسبة – ع م – الى – م ب – كنسبة – ز م – الى – م ا – فالمخروط الذى قاعدته قاعدة هذه القطعة من الكرة وارتفاعه – ع م – مسا ولقطعة الكرة كما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة ولأن نسبة – ز م الى – م ا – كنسبة – ع م – الى – م ب – فبالابدال نسبة – ز م – الى – ع م – كنسبة – م ا – الى – م ب – التى هى كنسبة مربع – ق م – الى مربع م ب – بل كنسبة الدائرة التى نصف قطرها – ق م – الى الدائرة التى نصف قطرها – م ب – فنسبة الدائرة التى نصف قطرها – ق م – الى الدائرة التى نصف قطرها – م ب – كنسبة – ز م – الى – م ع – والمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها – ق م – وارتفاعه – ع م – اعنى القطعة التى رأسها ب – من الكرة مساوللخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها – ب م – وارتفاعه – ز م – فقد ظهر ان نسبة الكرة الى القطعة التى رأسها – ب – كنسبة – ج ه – الى – ه د – واذا فصلنا كانت نسبة القطعة التى رأسها – ا وارتفاعها – ا م – الى القطعة التى رأسها – ب – وارتفاعها – ب م – كنسبة ج د – الى – د ه – فاذا السطح المار بخط – ق م – يقسم الكرة القسمة المذكورة وذلك ما اردناه (١) .

طريقة ديوقليس

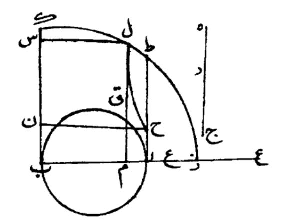
فى كتابه فى المرايا المحرقة فى ذلك

قال لتكن الكرة على قطرها – ا ب – ومركزها – ه – وليقطعها السطح المار – بج د – الى قطعتى – ج ا د – ج ب د – ونجعل نسبة – ه ا – ز ا – معا الى – ز ا – كنسبة – ط ز – الى – ز ب – ونسبة – ه ب – ب ز – معا الى – ز ب – كنسبة – ح ز – الى – ز ا – وقد بين ارشميدس ان قطعة ج ا د – مساوية لمخروط قاعدته دائرة – ج د – وارتفاعه – ز ح – وان قطعة – ج ب د – مساوية لمخروط قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه – ز ط –

---

(١) الشكل الثانى والثمانون –٧٢

وان



الكرة والاسطوانة ص٩٨

وان نسبة المخروطين كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ ثم انه لما اراد ان يقسم الكرة بقسمين على نسبة مفروضة جعل نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ تلك النسبة وطول فى برهانه وصار به الى مقدمة لم يثبتها فى كتابه .

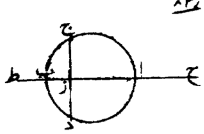
ونحن نقول اذا كانت نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة ـ ه ب ـ ب ز ـ معا الى ـ ز ب ـ فاذا فصلنا كانت نسبة ـ ح ا ـ الى ا ز ـ كنسبة ه ب ـ الى ـ ب ز ـ ويمثل ذلك نسبة ـ ط ب ـ الى ب ز ـ كنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ز ا ـ ايضا فيكون المطلوب انما يحصل بقسمة ـ ا ب ـ على ـ ز ـ قسمة اذا ضم اليهما ـ ا ح ـ ب ط ـ صارت نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة مفروضة ونسبة ـ ح ا ـ الى ـ ا ز ـ كنسبة خط معلوم هو ـ ه ا ـ الى ـ ز ب ـ ونسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ ه ا ـ ايضا الى ـ ز ا ـ فليكن اوجود ذلك على طريق التحليل الخط المعلوم الوضع ـ ا ب ـ ونقطتا ـ ا ب منه معلومتان والنسبة المعلومة نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ ولتكن قسمة الخط على ه ـ وليضم اليه ـ ز ا ـ ح ب ـ فتكون نسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ح ـ كنسبة ج ـ الى ـ د ـ ونسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة خط ـ ا ك ـ المعلوم مثلا الى خط ـ ب ه ـ ونسبة ـ ح ب ـ الى ـ ب ه ـ كنسبة ـ ا ك ـ ايضا الى ه ا ـ وليكن ـ ب م ـ مساويا ـ لا ك ـ وليقوما عمودين على ـ ا ب ـ ونصل ك ه ـ م ه ـ ونخرجهما الى ان يلقيا ـ ب م ـ ا ك ـ على ـ ل ط ـ ونصل ك م ـ ونخرج ـ ل ن ـ موازيا له ونخرج من ـ ه ـ س ه ف ـ موازيا لا ك ـ فلأن نسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ م ب ـ الى ـ ب ه ـ بالفرض وهى كنسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ه ـ فنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ ط ا الى ـ ا ه ـ فز ا ـ مساو ـ لط أ ـ وكذلك تبين ان ـ ح ب ـ مساو ـ لب ل ـ ونسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ معا الى ـ م ب ـ ب ه ـ معا كنسبة ـ ك ا ـ ا ه ـ معا الى ـ ل ب ـ ب ه ـ معا لأن نسبة كل الى نظيره كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ب ـ وليكن كل واحد من ـ ا ق ـ ب ز ـ مثل ـ ك ا ـ فسطح ـ ط ا ـ ا ه ـ

اعنى – ز ه – فى – ل ب – ب ه – اعنى – ه ح – مساو لسطح – م ب – ب ه – اعنى ز ه – فى – ك ا – ا ه – اعنى – ق ه – ولذلك يجب اذا كانت – ق بين – ا ل – ان يكون – ز – خارجا عن – ب ح – ولأن نسبة – ج – الى د – كنسبة – ز ه – الى – ه ح – وهى كنسبة سطح – ز ه – فى – ه ح اعنى نسبة سطح – ز ه – فى – ق ه – الى مربع – ه ح – تكون نسبة – ج الى – د – كنسبة سطح – ز ه – فى – ق ه – الى مربع – ه ح – ونجعل – ه ع – مساويا – له ب – ونصل – ب ع – ونخرجه فى الجهتين ونخرج عمود ز ش – ق ت – على – ا ب – الى ان يلقياها – ب ع – على – ش ت – ولأن ش ت – مر على نقطة معلومة من خط – ا ب – المعلوم الوضع واحاط معه بنصف قائمة اعنى زاوية – ا ب ت – فهو ايضا معلوم الوضع وعمودا – ز ش ق ت – الخارجتين من نقطتين معلومتين من خط معلوم الوضع معلوما الوضع ايضا فنقطتا – ش ت – اللتين هما نقطتا خطوط معلومة الوضع معلومتان لخط ش ت – معلوم الوضع والقدر جميعا ونسبة – ش ب – الى – ب ع – كنسبة ز ب – الى – ب ه – وبالتركيب نسبة – ش ع – الى – ع ب – كنسبة – ز ه – الى – ب ه – ونسبة – ب ع – الى – ع ت – كنسبة – ب ه – الى – ه ق – فبالمساواة المنتظمة نسبة – ش ع – الى – ع ت – كنسبة – ز ه – الى ه ق – ونسبة سطح – ن ع – فى – ع ت – الى مربع – ع ت – كنسبة سطح ز ه – فى – ه ق – الى مربع – ه ق (١) .

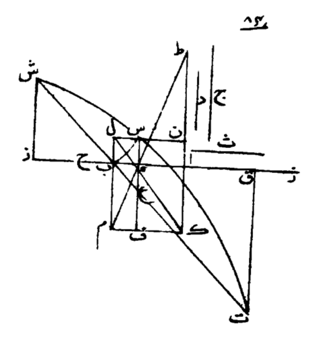
وإذا ابدلنا كانت نسبة سطح – ش ع – فى – ع ت – الى سطح ز ه – فى – ه ق – كنسبة مربع – ع ت – الى مربع – ه ق – ومربع – ع ت ضعف مربع – ه ق – لأن – ب ع – ضعف – ب ه – فى القوة فسطح – ش ع – فى – ع ت – ضعف سطح – ز ه – فى – ه ق – وكانت نسبة سطح ز ه – فى – ه ق – الى مربع – ه ح – كنسبة – ج – الى – د – و – مربع ه ح – مساو لمربع – س ع – فنسبة – ش ع – فى – ع ت – الى مربع – ع

(١) الشكل الثالث والثمانون –٧٣–

–س–



الكرة والاسطوانة ص١٠٠



الكرة والاسطوانة ص١٠١

س ـ كنسبة ضعف ـ ج ـ الى ـ د ـ وهى معلومة فنسبة ـ ش ع ـ ف ع ف ـ الى مربع س ع ـ معلومة فاذا جعلنا نسبة ـ ش ت ـ الى خط آخر وليكن ـ ث كنسبة ـ د ـ الى ضعف ـ ج ـ ورسمنا قطعا ناقصا يكون قطره الجانب ـ ش ت ـ وضلعه القائم ـ ث ـ وزاوية خطوط ترتيبه زاوية ـ ش ع س ـ التى هى نصف قائمة كما تبين فى الشكل الثامن والخمسين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات مر ذلك القطع بنقطة ـ س ـ اذا كانت نسبة مربع ـ س ع ـ الى سطح ـ ش ع ـ ف ـ ح ت ـ كنسبة الضلع القائم الى القطر الجانب كما تبين فى عكس الشكل الحادى والعشرين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات وليكن ذلك قطع ـ ش س ت ـ ويكون معلوم الوضع لكون القطر والزاوية معلومتى الوضع والقدر ولأن ـ خط ـ ل ك ـ قطر سطح ـ م ن يكون سطح ـ ن س ـ ف ـ س ف ـ مساويا لسطح ـ ا ب ـ ف ـ ب م فاذا رسمنا قطعا زائدا يمر بنقطة ـ ب ـ وكان الخطان اللذان لا يقعان عليه ـ ك ط ـ ك م ـ كما تبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية منه مر ذلك القطع بنقطة س ـ كما تبين فى عكس الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية منه ويكون القطع معلوم الوضع لأن نقطة ـ ب ـ وخطى ـ ا ب ـ ب م ـ معلومة الوضع فيكون خطا ـ ك ط ـ ك م ـ ايضا معلومى الوضع وليكن القطع ـ س ب ـ فنقطة ـ س ـ على تقاطع قطعين ناقص وزائد معلومى الوضع فهى معلومة الوضع وقد اخرج منها عمود ـ س ه ـ الى ـ خط ـ ا ب ـ المعلوم القدر والوضع فنقطة ـ ه ـ معلومة وخطوط ـ ا ه ـ ه ب ـ ا ز ـ ب ح ـ معلومة النسب المذكورة (١) .

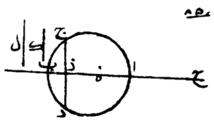
وتركيب ذلك هكذا ليكن الخط الذى نريد قسمته ـ ا ب ـ والخط الآخر المعلوم ـ ا ك ـ والنسبة المفروضة نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ ونخرج عمودى ـ ا ك ـ ب م ـ المتساويين على ـ ا ب ـ ونصل ـ ك م ـ ونجعل ـ ا ق ـ ب ز ـ متساويين ـ لا ك ـ ونخرج عمودى ـ ق ت ـ

---

(١) الشكل الرابع والثمانون ـ ٨٤ ـ

ـ ز ش ـ ونعمل على ـ ب ـ من ـ ا ب ـ نصف قائمة وهي زاوية ـ ا ب ع ـ ونخرج ـ ج ـ ب ع ـ الى ـ ش ـ و ـ ت ـ من العمودين ونجعل نسبة ـ ش ت ـ الى ـ ث ـ كنسبة ـ د ـ الى ضعف ـ ج ـ ونرسم على ـ ش ت ـ قطعا ناقصا تكون خطوط ترتيبه على قطره المجانب اعني ـ ش ت ـ على نصف قائمة وضلعه القائم ـ ق ث ـ وهو قطع ـ ش س ت ـ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ـ ب ـ ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ـ ك ا ـ ـ ك م ـ وهو قطع ـ ب س ـ فيقطع القطع الناقص وليكن على نقطة ـ س ونخرج ـ من ـ س ـ على ـ ا ب ـ عمود ـ س ه ـ فهو يقسم الخط على ما نريد وننفذه الى ـ ف ـ ونخرج من ـ س ـ ل س ق ـ موازيا ـ لا ب ـ ونصل م ه ـ ونخرج ـ ك ا ـ م ه ـ الى ان يلتقيا على ـ ط ـ ونصل ـ ك ه ـ ـ ل ه ـ فسطح ـ ن ف ـ مساو لسطح ـ ا م ـ من جهة القطع الزائد بل سطح ـ ن ه ـ لسطح ـ ب ف ـ فخط ـ ل ه ك ـ مستقيم وليكن ـ ا د مساويا لط ا ـ و ـ ب ح ـ مساويا ـ لل ب ـ ولأن نسبة ضعف ـ ج ـ الى د ـ كنسبة ـ ث ـ الى ـ ش ت ـ التي هي كنسبة سطح ـ ش ع ـ في ـ ع ت ـ الى ـ مربع ـ س ع ـ ونسبة ـ س ب ـ الى ـ ب ع ـ كنسبة ـ ز ب ـ الى ـ ب ه ـ وبالتركيب نسبة ـ ش ع ـ الى ـ ع ب ـ كنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ب ـ ونسبة ـ ب ع ـ الى ـ ع ت ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ق ـ فبالمساواة نسبة ـ ش ع ـ الى ـ ع ت ـ كنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ق ـ ونسبة سطح ـ ش ع ـ في ـ ع ت ـ الى مربع ـ ع ت ـ كنسبة سطح ـ ز ه ـ في ـ ه ق ـ الى مربع ـ ه ق ـ واذا ابدلنا كانت نسبة سطح ـ ش ع ـ في ـ ع ت ـ الى سطح ـ ز ه ـ في ـ ه ق ـ كنسبة مربع ـ ع ت ـ الى مربع ـ ه ق ـ ومربع ـ ع ت ـ ضعف مربع ـ ه ق ـ لأن ـ ب ع ـ ضعف ب ه ـ في القوة فسطح ـ ش ع ـ في ـ ع ت ـ ضعف سطح ـ ز ه ـ في ه ق ـ وقد تبين ان نسبة ضعف ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة سطح ـ ش ع ـ في

ع ت



الكرة والاسطوانة صـ ١٠٣

ع ت – الى مربع – ع س – اعنى مربع – ه ح – فنسبة – ج – الى – د – كنسبة سطح – ز ه – ف – ه ق – الى مربع – ه ح – ولأن نسبة – ك ا – ا ه – اعنى – ق ه – الى – ل ب – ب ه – اعنى – ه ح – كنسبة – ط ا – ا ه اعنى ز ه – الى – م ب – ب ه – اعنى – ه ز – فسطح – ز ه – ف – ه ح – مساو لسطح – ق ه – ه ز – ونسبة – ج – الى – د – كنسبة – ز ه – ف – ه ح – الى مربع – ه ح – بل كنسبة – ز ه – الى – ه ح – ونسبة – ز ب – الى ب ه – اعنى – م ب – المساوى – لك ا – الى – ب ه – كنسبة – ط ا – ا ه اعنى – ز ا – الى – ا ه – فنسبة – ز ا – الى – ا ه – كنسبة – ك ا – الى – ه ب .

وبمثل ذلك تبين ان نسبة – ك ا – الى – ا ه – كنسبة – ح ب – الى – ب ه وذلك ما قصدناه والشكل كما كان فى الحل .

واذ تبين ما قدمناه فلنعد قطر الكرة وهو – ا ب – والمركز وهو ه – كما كان اولا ولتكن النسبة المفروضة نسبة – ك – الى – ل – ونقسم – ا ب على – ز – قسمة تكون نسبة – ح ز – الى – ز ط – كنسبة – ك – الى – ل – ونسبة – ه ب – الى – ب ز – كنسبة – ا ح – الى – ا ز – ونسبة – ه ا – الى – ا ز – كنسبة – ط ب – الى – ب ز – كما قررناه ونخرج من – ز – عمود – ج د – على – ا ب – ونرسم سطحا يمر – بج د – ويكون – ا ب – عمودا عليه فنقسم الكرة الى قطعتين .

ونقول ان نسبتها النسبة المفروضة وذلك لأن نسبة – ه ب – الى ب ز – كنسبة – ح ا – الى – ا ز – وبالتركيب نسبة جميع – ه ب – ب ز – الى – ب ز – كنسبة – ح ز – الى – ز ا – فمخروط – ج ح د – مساو لقطعة ج د – .

وبمثله تبين ان مخروط – ج ط د – مساو لقطعة – ج ب د – ونسبة المخروطين نسبة – ح ز – ز ط – وهى النسبة المفروضة فنسبة القطعتين هى النسبة المفروضة (١) وهذا جميع ما اورده اوطوقيوس فى هذا الباب ونعود

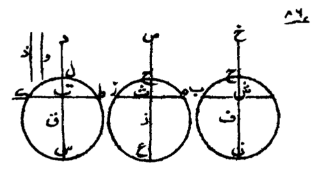
---

(١) الشكل الخامس والثمانون – ٨٥ –

الى الكتاب .

(٥) نريد ان نعمل قطعة كرة مساوية لقطعة كرة معلومة شبيهة بقطعة كرة اخرى معلومة فلتكن القطعتان المعلومتان ــ ا ب ج ــ ه ز ح ــ وقاعدة قطعة ــ ا ب ج ــ الدائرة التى قطرها ــ ا ب ــ ورأسها ــ ج ــ وقاعدة قطعة ه ز ح ــ الدائرة التى قطرها ــ ه ز ــ ورأسها ــ ح ــ ونريد ان نعمل قطعة مساوية لقطعة ــ ا ب ج ــ وشبيهة بقطعة ــ ه ز ح ــ فلتكن قطعة ــ ط ك ل ــ كما اردنا ولتكن قاعدتها الدائرة التى قطرها ــ ط ك ــ ورأسها ــ ل ــ ولتكن الدوائر العظمى لهذه الاكر ــ ا ز ب ج ــ ه ع ز ح ــ ط س ك ل ــ ولتكن اقطارها ــ ج ن ــ ح ع ــ ل س ــ وهى اعمدة على قواعد القطع ولتكن المراكز ف ــ ز ــ ق ــ ولتكن نسبة ــ ف ن ــ ن ش ــ معا الى ــ ن ش ــ كنسبة ــ خ ش ــ الى ــ ش ج ــ ونسبة ــ ز ع ــ ع ث ــ معا الى ــ ع ث ــ كنسبة ــ ص ث ــ الى ــ ث ح ــ ونسبة ــ ق س ــ س ت ــ معا الى ــ س ت ــ كنسبة ــ د ت ــ الى ــ ت ل ــ ولتكن مخروطات قواعدها الدوائر المارة ــ باب ــ ه ز ــ ط ك ــ ورؤسها ــ خ ــ ص ــ د ــ وهى مساوية للقطع كل لصاحبته لما مرفى الشكل الثانى من هذه المقالة ولأن قطعة ــ ا ب ج ــ مساوية لقطعة ط ك ل ــ يكون مخروط ــ ا ب ح ــ مساويا لمخروط ــ ط ك د ــ فتكون قاعدتاهما متكافئتين لارتفاعيهما اعنى نسبة دائرة ــ ا ب ــ الى دائرة ــ ط ك ــ بل مربع ــ اب ــ الى مربع ــ ط ك ــ كنسبة ــ د ت ــ الى ــ خ ش ــ ولأن قطعة كرة ــ ه ز ح ــ شبيهة لقطعة كرة ــ ط ك ل ــ يكون مخروط ــ ص ه ز ــ شبيها بمخروط ــ د ط ك ــ كما سأورد ذكره ونسبة ــ ص ث ــ الى ــ ه ز ــ كنسبة ــ د ت ــ الى ــ ط ك ــ ونسبة ــ ص ث ــ الى ــ ه ز ــ معلومة فنسبة ــ د ت ــ الى ــ ط ك ــ معلومة ولتكن نسبة ــ خ ش ــ الى ــ ذ ــ كنسبة ــ د ت ــ الى ــ ط ك ــ المعلوم ــ و خ ش ــ معلوم ــ فذ ــ معلوم وتكون نسبة ــ د ب ــ الى ــ خ ش ــ اعنى نسبة مربع ــ ا ب ــ الى مربع ــ

طك



الكرة والاسطوانة ص١٠٥

ط ك ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ذ ـ وليكن سطح ـ اب ـ ف ـ و ـ مساويا لمربع ـ ط ك ـ فتكون نسبة مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ط ك ـ التى هى كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ كنسبة ـ اب ـ الى ـ و ـ فنسبة ـ اب ـ الى ـ ط ك ـ بالابدال كنسبة ـ و ـ الى ـ ذ ـ ويكون ـ اب ـ ط ك ـ و ـ ذ ـ متناسبة على الترتيب وخطا ـ اب ـ ذ ـ معلومان فخطا ـ ط ك ـ و ـ معلومان وتركيبه هكذا (١) .

لتكن القطعة التى نريد ان نعمل قطعة تساويها قطعة ـ اج ب ـ والتى نريد ان تكون المعمولة شبيهة بها قطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن الدائرتان وساير الاوضاع كما فى الحل فمخروط ـ خ اب ـ مساو لقطعة ـ اب ج ـ ومخروط ص ه ز ـ مساو لقطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة خ ش ـ الى ـ ذ ـ ونأخذ خطين فيما بين خطى ـ اب ذ ـ يتناسبانهما وهما ط ك ـ و ـ حتى يكون ـ اب ـ ط ك ـ و ـ ذ ـ متناسبة ونرسم على ـ ط ك قطعة ـ ط ك ل ـ من الدائرة شبيهة بقطعة ـ ه ز ح ـ من دائرتها ونتمم دائرة ط ل ك س ـ وليكن القطر ـ ل س ـ ونثبته وندير الدائرة فتحدث الكرة ومركزها ـ ق ـ ونرسم على ـ ط ك ـ سطحا يكون القطر عمودا عليه فنقسم الكرة بقطعتين وتكون قطعة ـ ط ك ل ـ كما اردنا اما كونها شبيهة بقطعة ه ز ح ـ فلتشابه قطعتى الدائرتين واما كونها مساوية لقطعة ـ اب ج ـ فلانا اذا جعلنا نسبة ـ ق س ـ س ت ـ معا الى ـ س ت ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ت ل ـ كان مخروط ـ د ك ط ـ مساويا لقطعة ـ ل ك ط ـ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة ويكون لكون مخروطى ـ د ط ـ ك ص ـ ه ز ـ متشابهين نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ اعنى نسبة ـ خ ش ـ الى ـ ذ ـ كنسبة د ت ـ الى ـ ط ك ـ ونسبة ـ ت د ـ الى ـ خ ش ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ذ ـ ولأن خطوط ـ اب ـ ك ط ـ و ـ ذ ـ متناسبة تكون نسبة مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ك ط ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ اعنى كنسبة ـ د ت ـ الى

(١) الشكل السادس والثمانون ـ٨٦ـ

خ ش ـ ونسبة مربـع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ك ط ـ كنسبة دائرتيهما اللتين هما قاعدتا القطعتين والمخروطين فنسبة قاعدتى المخروطين مكافئتان لارتفاعيهما فهما متساويان فالقطعتان متساويتان فاذا قطعة ـ ط ك ل ـ المعمولة مساوية لقطعة ـ ا ب ج ـ ومشابهة لقطعة ـ ه ز ح ـ وذلك ما اردناه .

اقول انما يجب من تشابه قطعتى ـ ه ز ح ـ ط ك ل ـ من الكرتين تشابه مخروطى ـ ص ه ز ـ د ط ك ـ لأنهما يوجبان تشابه قطعتى ـ ه ز ح ـ ط ك ل ـ من الدائرتين وكون نسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ه ـ كنسبة ـ ل ت ـ الى ـ ت ط ـ ونسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ع ـ كنسبة ـ ا ت ـ الى ت س ـ ونسبة ـ ح غ ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ ل س ـ الى ـ ل ت ـ وقد مرفى الشكل الثانى من هذه المقالة ان نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ز ـ كنسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ع ـ ونسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ق ـ كنسبة ـ ل ت ـ الى ـ ت س ـ فتكون نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ز ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ق ـ ونسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ع ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل س وكانت نسبة ـ ح ع ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ ل س ـ الى ـ ل ت ـ فبالمساواة نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ت ـ وبالتركيب نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ث ح ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ل ت ـ وكانت ـ نسبة ث ح ـ الى ـ ث ه ـ كنسبة ـ ل ت ـ الى ـ ت ط ـ فبالمساواة نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ث ه ـ ثم الى ـ ز ه ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ت ط ثم الى ـ ك ط ـ فاذا مخروطا ـ ص ه ز ـ د ط ك ـ متشابهان .

واما الطريق الى وجود خطى ـ ط ك ـ و ـ فيما بين خطى ـ ا ب ـ ز ـ على نسبة فكما ذكرت بعد الشكل الاول من هذه المقالة انه كيف يوجد خطان متناسبان لخطين معلومين فيما بينهما بحسب اصول كتاب المخروطات وليس فى هذا الكتاب ماهو مبنى على اصول ذلك الكتاب سوى هذه المقدمة المحتاج اليها فى الشكل الاول المذكور فى هذا الشكل وسوى المقدمة المذكورة

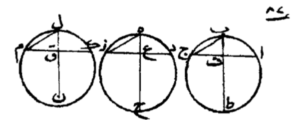
فى الشكل الرابع من هذه المقالة ايضا وهى قسمة الخط الى قسمين تكون نسبة خط معلوم الى احدهما كنسبة مربع الآخر الى سطح معلوم ونعود الى الكتاب .

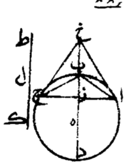
(و) نريد ان نعمل قطعة كرة تشبه قطعة اخرى معلومة من كرة ويساوى سطحها سطح قطعة اخرى معلومة من تلك الكرة او من كرة اخرى فلتكن القطعتان المعلومتان قطعتى ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ ولتكن قطعة ـ ك ل م ـ شبيهة بقطعة ـ ا ب ج ـ وسطحها مساو لسطح ـ د ه ز ـ وهى المطلوبة فنفرضها موجودة ولتكن الدوائر العظام التى لاكرها القائمة سطوحها على قواعد القطع دوائر ـ ا ب ج ط ـ ه ز ح د ـ ك ل م ن ـ والفصول المشتركة التى فى القواعد ـ ا ج ـ د ز ـ ك م ـ والاقطار القائمة عليها ـ ب ط ـ ه ح ـ ل ن ـ ونصل خطوط ـ ب ج ـ ه ز ـ ل م ـ فلأن سطح قطعة ـ ك ل م ـ مساو لسطح قطعة ـ د ه ز ـ تكون الدائرة التى نصف قطرها ـ ل م ـ مساوية للتى نصف قطرها ـ ه ز ـ لأن كل واحد منهما مساوية لسطح قطعتها كما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى فخطا ـ ه ز ـ ل م ـ متساويان ولأن قطعتى كرتى ـ ك ل م ـ ا ب ج ـ متشابهتان تكون نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ق م كنسبة ـ ب ف ـ الى ـ ف ج ـ ونسبة ـ ق م ـ الى ـ ق ن ـ كنسبة ـ ف ج ـ الى ـ ف ط ـ فنسبة ـ ل ق ـ الى ـ ق ن ـ كنسبة ـ ب ف ـ الى ـ ف ط ـ وبعد العكس والتركيب نسبة ـ ن ل ـ الى ـ ل ق ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ف ـ ونسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل م ـ كنسبة ـ ب ف ـ الى ـ ب ج ـ فنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ل م ـ بل الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ج ـ ونسبة ـ ه ز ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ط ب ـ ونسبة ـ ه ز ـ الى ـ ب ج ـ معلومة وكل واحد من ـ ه ز ـ ب ج ـ معلوم فنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ب ط ـ معلومة و ـ ب ط ـ معلوم ـ فن ل ـ معلوم فكرة ـ ل م ـ ن ك ـ معلومة وتركيبه هكذا .

لتكن قطعتا ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ من الكرتين معلومتين ونريد قطعة كرة تشبه قطعة كرة ـ ا ب ج ـ ويساوى سطحها سطح قطعة ـ د ه ز ـ ولتكن الدائرتان والقطران كما وصفنا فى الحل ونجعل نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ل ن ـ ونعمل على ـ ل ن ـ دائرة ثم كرة دائرتها العظيمة دائرة ـ ل ك ـ ن م ـ ونقسم ـ ن ل ـ على ـ ق ـ قسمين تكون نسبة ـ ن ق ـ الى ـ ق ل ـ كنسبة ـ ط ف ـ الى ـ ف ب ـ ونخرج من ـ ق ـ سطحا ـ يكون ـ ن ل ـ عمودا عليه وليمر ـ بم ك ـ ونصل ـ ل م ـ ولأن قطعتى ـ ك م ل ـ ا ج ب ـ من الدائرتين متشابهتان تكون قطعتاهما من الكرتين متشابهتين فنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ف ـ كنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ل ق ـ ونسبة ـ ب ف ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ل ق ـ الى ـ ل م ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ل ن ـ الى ـ ل م ـ وبالابدال نسبة ـ ب ط ـ الى ـ ل ن ـ التى هى كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ل م ـ فه ز ـ ل م ـ متساويان فسطحا قطعتى ـ ه ز د ـ ل م ك ـ من الكرتين متساويتان فاذا قد عملنا ما اردنا (١).

(ز) نريد ان نفصل من كرة معلومة بسطح قطعة تكون نسبتها الى المخروط الذى قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها كنسبة مفروضة فلتكن اعظم دائرة فى الكرة المعلومة ـ ا ب ج د ـ وقطرها ـ ب د ـ والمركز ـ ه ـ ونريد ان نفصل من الكرة بسطح كالذى تمر على ـ ا ج ـ قطعة ـ ا ب ج ـ تكون نسبتها الى مخروط ـ ا ب ج ـ كنسبة مفروضة وليكن كما فرضنا ونجعل نسبة ـ د ه ـ د ز ـ معا الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ب ـ فمخروط ا ج ح ـ مساو لقطعة كرة ـ ا ب ج ـ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة فنسبة مخروط ـ ا ج ح ـ الى مخروط ـ ا ب ج ـ اعنى نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ب ز ـ معلومة فنسبة ـ ه د ـ د ز ـ معا الى ـ د ز ـ معلومة ـ ونسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ معلومة وخط ـ ه د ـ معلوم فخط ـ د ز ـ معلوم فخط ـ ا ج ـ

(١) الشكل السابع والثمانون ـ ٨٧ .


٨٧
ب
ا
ج
ط
ه
د
ع
ز
ح
ل
م
ق
ن



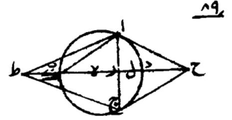
الكرة والاسطوانة ص ١٠٩

معلوم ولأن نسبة ـ د ه ـ الى ـ د ز ـ اعظم من نسبته الى ـ د ب ـ تكون نسبة ـ د ه ـ د ز ـ بالتركيب الى ـ د ز ـ اعنى النسبة المفروضة اعظم من نسبة ـ د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ ونسبة د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ كنسبة الثلاثة الى الاثنين فان ـ د ه ـ د ب ـ ثلاثة امثال ـ د ه ـ و ـ د ب ـ مثلاه فالنسبة المفروضة يجب ان تكون اعظم من نسبة الثلاثة الى الاثنين وتركيبه هكذا ـ لتكن الدائرة العظيمة فى الكرة المعلومة ـ ا ب ج د ـ والقطر ـ ب د ـ والمركز ـ ه ـ والنسبة المفروضة نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ وهى اعظم من نسبة الثلاثة الى الاثنين اعنى من نسبة ـ د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ وبالتفصيل نسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ اعظم من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ب ـ ونجعل نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ ونخرج من نقطة ـ ز ـ عمودا على ـ ب د ـ وهو ـ ا ج ـ ويمر عليه سطحا يكون ـ ب د ـ عمودا عليه فتكون قطعة كرة ـ ا ب ج ـ هى المطلوبة لأنا اذا جعلنا نسبة ـ د ه ـ د ز ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ب ـ كانت نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ب ـ اعنى نسبة مخروط ـ ح ا ج ـ الى مخروط ـ ب ا ج ـ بل كنسبة قطعة كرة ـ ب ا ج ـ الى مخروط ـ ب ا ج وذلك ما اردناه (١).

(ح) اذا قطع الكرة سطحا على غير مركزها بقطعتين كانت نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة سطح القطعة العظمى الى سطح القطعة الصغرى مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة من نسبة السطحين المذكورة ومن نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطحين المذكورة فلتكن الدائرة العظمى على تلك الكرة ـ ا ب ج د ـ والقطر ـ ب د ـ والمركز ه ـ وليقطعها سطح يمر ـ با ج ـ ويكون ـ ب د ـ عمودا عليه ونصل ـ ا ب ـ ا د ـ ونجعل نسبة ـ ه د ـ د ز ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ز ب ـ ونسبة ـ ه ب ـ ب ز ـ الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د

(١) الشكل الثامن والثمانون ـ ٨٨ ـ

ويكون بالتفصيل والابدال كما مر مرارا نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ط ب ـ الى ـ ب ه ـ وكنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح د ـ ونرسم مخروطي ـ ا ط ج ـ ا ح ج ـ المساويين للقطعتين من الكرة كما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة فنسبة سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الى سطح قطعة ـ ا د ج ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ونسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ا د ـ اعنى نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ه ـ و ليكن ـ ب ك ـ مساويا لب ه ـ و ـ ب ط ـ اطول من ـ ب ك ـ لأن ـ ب ز ـ اطول من ـ ز د ـ ونسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د ـ واذا ابدلنا كانت نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ اعنى نسبة ط ب ـ الى ـ ب ه ـ بل الى ـ ب ك ـ ونسبة ـ ط ز ـ الى ـ زك ـ اصغر من نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ك ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ك ـ اصغر من نسبة ك ز ـ الى ـ ز ح ـ وسطح ـ ط ز ـ فى ـ ز ح ـ اصغر من مربع ـ ك ز ـ فنسبة سطح ـ ط ز ـ فى ـ ز ح ـ الى مربع ـ ز ح ـ التى هى كنسبة ط ز ـ الى ز ح ـ اصغر من نسبة مربع ـ ك ز ـ الى مربع ـ ب ح ـ ونسبة مربع ـ ك ز ـ كنسبة ـ ك ز الى ـ ز ح ـ مثناة وكانت نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ح ـ اعنى نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ مثناة اعنى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ د ا ـ بل نسبة السطح الى السطح ونقول ايضا خط ـ ب د ـ نصف عـلى ـ ه ـ وقسم بمختلفين على ـ ز ـ فسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز د ـ اصغر من مربع ـ ب ه ـ ونسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ه ـ اصغر من نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ز د ـ وكانت نسبة ـ ه د ـ المساوى ـ لب ه ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز ـ فنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ه ـ اعنى الى ـ ب ك ـ اصغر من نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب



الكرة والاسطوانة ص١١١

ز ـ فمربع ـ ب ز ـ اصغر من سطح ـ ط ب ـ ف ـ ب ك ـ وليكن مربع ب ل ـ كسطح ـ ط ب ـ ف ـ ب ك ـ فنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ل كنسبة ـ ب ل ـ الى ـ ب ك ـ وكنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ط ـ وهى النسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ك ـ بل ـ ط ب ـ الى ـ ب ه ـ التى هى كنسبة ـ ز ك ـ الى ـ ز ح ـ المساوية لنسبة ـ ب د الى ـ ز د ـ اعنى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ التى هى نسبة السطحين ولما كانت نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ز ـ اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل فبالتركيب تكون نسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ك ـ اعظم من نسبة ـ ط ل ـ الى ل ك ـ واذا الفت نسبة ـ ز ك ـ الى ـ ز ح ـ اعنى نسبة السطحين بنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ك ـ كانت المؤلفة نسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ح ـ وهى نسبة مخروط ـ ط ا ج ـ الى مخروط ـ ح ا ج ـ اعنى قطعة كرة ـ ب ا ج ـ الى قطعة كرة ـ ح ا ج ـ وهى اعظم من نسبة ـ ز ك ـ الى ـ ز ح ـ اعنى نسبة السطحين اذا الفت بنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ التى هى النسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطحين فنسبة قطعة كرة ـ ب ا ج ـ الى قطعة كرة ـ ح ا ج ـ اصغر من نسبة السطح الى السطح مثناة واعظم من نسبة السطح الى السطح المذكورة مؤلفة بالنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطح الى السطح المذكورة (١) .

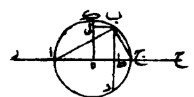
وبوجه آخر ولتكن الدائرة العظمى فى الكرة ـ ا ب ج د ـ والقطر ا ج ـ والمركز ـ ه ـ ولينفصل بسطح يمر ـ بب د ـ ويكون ـ ا ج ـ عمودا عليه الى قطعتى ـ ا د ب ـ ج د ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ب ج ـ ونجعل كل واحد من ـ ا ز ـ ج ح ـ مثل ـ ه ا ـ ونقول نسبة قطعة كرة ـ ا د ب الى قطعة كرة ـ ج د ب ـ مؤلفة من نسبة قطعة كرة ـ ا د ب ـ الى مخروط ا د ب ـ ومن نسبة مخروط ـ ا د ب ـ الى مخروط ـ ج د ب ـ ومن نسبة مخروط ـ ج د ب ـ الى قطعة كرة ـ ج د ب ـ وكانت نسبة قطعة كرة ـ ا د

(١) الشكل التاسع والثمانون ـ ٨٩ ـ

ب ـ الى ـ مخروط ـ ا د ب ـ كنسبة ـ ح ط ـ الى ـ ط ج ـ لما تبين فى الشكل الثانى من هذه المقالة ونسبة مخروط ـ ا د ب ـ الى مخروط ـ ج د ب كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ ونسبة مخروط ـ ج د ب ـ الى قطعة ـ ج د ب ـ كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة ـ ح ط ـ الى ط ج ـ ونسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ الاولتين هى نسبة سطح ـ ح ط ـ فى ا ط ـ الى مربع ـ ط ج ـ والنسبة المؤلفة منها ومن نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ الاخيرة هى نسبة ـ ح ط ـ فى ـ ا ط ـ فى ـ ا ط ـ الى مربع ـ ط ج ـ فى ـ ط ز ـ اعنى نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ ونسبة السطحين نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ فحاصل الدعوى الاولى هو ان نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اصغر من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ مثناة اعنى من نسبة مربع ـ ا ط ـ الى مربع ـ ط ج .

وانما يتبين ذلك ان نبين ان نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اصغر من نسبة مربع ـ ج ط ـ التى هى كنسبة ـ ط ج ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى مربع ـ ط ج ـ وانما يتبين ذلك ان يتبين ان ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اعظم من ـ ط ح فى مربع ـ ط ج ـ وذلك بين لأن ـ ط ز ـ اعظم من ـ ط ح ـ وايضا نسبة سطح قطعة ـ ا د ب ـ الى سطح قطعه ـ ج د ب ـ هى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب ج ـ والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كهذه النسبة هى نسبة ا ب ـ الى ب ج ـ والنسبة المؤلفة من نسبة السطحين ومن النسبة التى مثناها السطحين هى نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى مكعب ـ ب ج ـ فحاصل الدعوى الثانية كنسبة هو ان نسبة ـ ح ط ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج اعظم من نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى مكعب ـ ب ج ـ التى هى كنسبة مكعب ا ط ـ الى مكعب ـ ط ب ـ وهذه النسبة مؤلفة من نسبة مربع ـ ا ط ـ الى

مربع



الكرة والاسطوانة ص١١٣

مربع ـ ط ب ـ ومن ـ ا ط ـ الى ـ ط ب ـ ونسبة مربع ـ ا ط ـ الى مربع ـ ط ب ـ كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ فالنسبة المؤلفة هى مؤلفة من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ ومن نسبة ـ ا ط الى ـ ط ب ـ اعنى نسبة مربع ـ ا ط ـ الى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ وهى كنسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ .

فعلينا ان نبين ان نسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اعظم من نسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ وانما يتبين ذلك ان نبين ان ـ ط ز ـ فى مربع ط ج ـ اصغر من ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ ويتبين ذلك ان نبين ان نسبة مربع ـ ط ج ـ الى سطح ـ ط ج ـ فى ط ب ـ التى هى كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ اصغر من نسبة ـ ط ح ـ الى ـ ط ز ـ وتبين ذلك ان تبين ان نسبة ـ ط ح ـ الى ـ ط ز ـ اعظم من نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ ونخرج من مركز ـ ه ـ عمود ـ ه ك ـ على ا ج ـ ومن ـ ب ـ عمود ـ ب ل ـ على ـ ه ك ـ فاذا القينا المقدم والتالى الاخيرين من المقدم والتالى الاولين بقيت نسبة ـ ج ح ـ اعى ـ ه ك ـ الى ـ ك ل ـ ط ا ـ جميعا اعظم من نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ اعنى نسبة ط ب ـ الى ـ ط ا ـ بل ـ ل ه ـ الى ـ ط ا ـ .

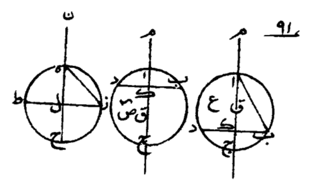
ونحتاج ان نبين انا اذا ابدلنا كانت نسبة ـ ه ك ـ الى ـ ل ه ـ اعظم من نسبة ـ ل ك ـ ط ا ـ جميعا الى ـ ط ا ـ وتبين ذلك اذا فصلنا وكانت نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ه ل ـ اعظم من نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط ا ـ وذلك كذلك لأن ـ ه ل ـ اصغر من ـ ط ا ـ فاذا الحكمان ثابتان وذلك ما اردناه (١) .

(ط) اذا كان نصف كرة سطحه مساو لسطح قطعة كرة اخرى اصغر او اكبر من نصفها كان مجسم النصف اعظم من مجسم القطعة فلتكن الدائرة العظمية لكرة ا ب ج د ـ والقطر ـ ا ج ـ والاخرى ـ ه ز ـ ح ط ـ والقطر ـ ه ح

(١) الشكل التسعون ـ ٩٠ ـ

ولتقطع الاولى سطحا لايمر بمركزها والاخرى سطحا يمر بمركزها والقطر ان عمود ان على السطحين وفصلاهما المشتركان ـ د ب ط ز ـ فتكون قطعة ـ ط ز ـ نصف الكرة وقطعة ـ ب د ـ اعظم من النصف فى الصورة التى عليها ـ ع ـ واصغر منه فى الصورة التى عليها ـ ص ـ وليكن سطح النصف مساويا لسطح كل واحدة من القطعتين فنقول ان مجسم نصف ـ ز ه ط ـ اعظم من مجسم ـ ب ا د ـ فلان السطوح متساوية كان ـ ه ز ـ مساويا ـ لا ب ـ لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ولأن قطعة دائرة ـ ب ا د ـ فى صورة ـ ع ـ اعظم من النصف يكون ـ ا ب ـ فى القوة اصغر من مثلى ـ ا ك ـ فى القوة واعظم من مثلى نصف قطر الكرة فى القوة وليكن مثلى ـ ا ق ـ فى القوة ولان قطعة دائرة ـ ب ا د ـ فى صورة ـ ص ـ اصغر من النصف يكون ـ ا ب ـ فى القوة اعظم من مثلى ـ ا ك ـ فى الصورة واصغر من مثلى نصف القطر ـ س ـ فى القوة وليكن مثلى ـ ا ق ـ فى القوة وليكن ـ ج س ـ مساويا لنصف قطر دائرة ـ ا ب ج د ـ ونجعل نسبة ـ م ا ـ الى ـ ا ك ـ كنسبة ـ ج س ـ الى ـ ج ك ـ ونعمل مخروطا رأسه ـ م ـ وقاعدته دائرة ـ ب د ـ فهو مساو لقطعة كرة ـ ب ا د ـ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة وليكن ـ ه ن ـ مساويا لنصف قطر دائرة ـ ه ز ح ط ـ ونعمل مخروطا رأسه ـ ن ـ وقاعدته دائرة ـ ز ط ـ فهو مساو لنصف كرة ـ ز ه ط ـ ولأن ـ ج ا ـ فى ـ ا ك ـ مثل مربع ـ ا ب ـ ونصف ـ ج ا ـ فى ـ ا ك ـ مثل مربع ـ ا ق ـ يكون ـ ا ق ـ وسطا بين ـ ا ك ـ و نصف ـ ا ج ـ فى النسبة و يكون ـ ق ـ الى منتصف ـ ا ج ـ اقرب من ـ ك ـ فيكون ـ ا ق ـ فى ـ ق ج ـ اعظم من ـ ا ك ـ فى ـ ك ج واذا زيد عليهما مربع ـ ا ق ـ اعنى ـ ا ك ـ فى ـ ج س ـ صار ـ ج ا ـ فى ا ق ـ اعظم من ـ ا ك ـ فى ـ ك س ـ وكان ـ ا ك ـ فى ـ ك س ـ مساويا لم ك ـ فى ـ ك ج ـ لكون الاربعة متناسبة فتصير نسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ

اعظم



ش ٩١
ن
م
م
ه
ط
ل
ز
ح
ا
ب
د
ك
ق
ص
ج
ع

اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ا ق ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب ك ـ فنسبة نصف مربع ـ ا ب ـ اعنى مربع ـ ز ل ـ الى مربع ـ ب ك ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى مثلى ـ ا ق ـ المساويين ـ لل ن ـ فنسبة الدائرة التى قطرها ـ ز ط ـ الى الدائرة التى قطرها ـ د ب ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ن ل ـ فاذا مخروط ـ ن ز ط ـ اعنى نصف كرة ـ ه ز ط ـ اعظم من مخروط ـ ب م د ـ اعنى قطعة كرة ـ ا ب د ـ وذلك ما اردناه (١) وهذا آخر اشكال الكتاب .

اقول ولأبى سهل يحيى بن رستم القوهى رسالة وسمها بسد الخلل الذى فى المقالة الثانية من كتاب ارشميدس وقال فيها ان ههنا ثلاثة اعمال من حيز واحد أحدها عمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة وتشبه قطعة كرة اخرى

وثانيها عمل قطعة كرة يساوى سطحها سطح قطعة كرة وتشبه هى قطعة كرة آخرين .

وثالثها عمل قطعة كرة يساوى هى قطعة كرة وسطحها سطح قطعة كرة اخرين فبين ارشميدس الاولين واهمل الثالث ولم يلحقه بهما من بعده ثم انه اورده وبيانه هكذا .

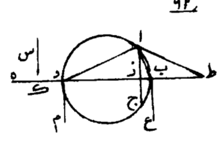
لنا ان نعمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة اخرى معلومة ويساوى سطحها سطح قطعة كرة اخرى معلومة ايضا فلتكن على سبيل التحليل قطعة ـ ا ب ج د ـ جسمها مساولقطعة معلومة من كرة معلومة وسطحها مساولسطح معلوم لقطعة معلومة من كرة اخرى ولتكن الكرة على خط ـ ب ه المعلوم الوضع الذى مبدؤها نقطة ـ ب ـ المعلومة وليكن ـ ب د ـ قطرها و ـ د ه ـ نصف قطرها ونسبة ـ د ه ـ مع ـ د ز ـ اعنى ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ فيكون مخروط ـ ط ا ج ـ الذى ارتفاعه ط ز ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ـ ا ز ـ مساويا لجسم قطعة ـ ا ب ج ـ كما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة هو معلوم بالفرض ولنسم مخروط القطعة ونصل

---

(١) الشكل الحادى والتسعون ـ ٩١ ـ

اب ـ ا د ـ و ـ ا ب ـ مسا وانصف قطر دائرة تساوى سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ولكون سطح القطعة معلوما بالفرض يكون ـ ا ب ـ معلوما واذا رسمنا مخروطا يكون ارتفاعه مثل ـ ا ب ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ايضا مثل ـ ا ب ـ يكون ايضا معلوما ولنسم مخروط السطح فنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة المعلومين معلومة ولأن نسب المخروطات مؤلفة من نسب ارتفاعاتها ومن نسب قواعدها تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مؤلفة من نسبة الارتفاعين اعنى نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة القاعدتين اعنى نسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ الى الدائرة التى نصف قطرها ا ز ـ وهى كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا ز ـ بل كنسبة مربع ـ د ب ـ الى مربع ـ د ا ـ اعنى نسبة ـ د ب ـ الى ـ د ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة ـ د ب ـ الى ـ د ز ـ هى نسبة سطح ـ ا ب فى ـ د ب ـ الى سطح ـ ط ز ـ فى ـ د ز ـ وسطح ـ ط ز ـ فى ـ د ز ـ كسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ لأن نسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ه ز الى ـ ز د ـ على ما مر فنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ د ب ـ الى سطح ـ ب ز فى ـ ز ه ـ كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة ولتكن نسبة سطح ا ب ـ فى خط ما كخط ـ د ك ـ الى مربع ـ ب ز ـ لتلك النسبة فتكون نسبة سطح ـ ا ب ـ فى جميع ـ ب ك ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ د ه ـ مع مربع ب ز ـ اعنى سطح ـ ب ه ـ فى ـ ب ز ـ ايضا كتلك النسبة ولأن ـ د ه ـ نصف ـ د ب ـ و سطح ـ د ب ـ فى ـ ب ز ـ اعنى مربع ـ ا ب ـ معلوم يكون سطح ـ ب ه ـ فى ـ ب ز ـ الذى هو مرة ونصف مثل مربع ـ ا ب معلوما فيكون سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب ك ـ ايضا معلوما و ـ ا ب ـ معلوم فب ك ـ معلوم و نقطة ـ ب ـ معلومة فنقطة ـ ك ـ معلومة ونخرج من نقطة ـ د ـ عمود ـ د م ـ على ـ ب ه ـ مساويا ـ لب ز ـ فتكون نسبة سطح

اب



الكرة والاسطوانة ص ١١

اب ـ ف ـ دك ـ الى مربع ـ دم ـ التى هى كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة معلومة ولتكن نسبة ـ اب ـ الى ـ س ـ كتلك النسبة ايضا واذا اخذنا ـ دك ـ ارتفاعا مشتركا كانت نسبة سطح ـ اب ـ ف ـ دك ـ الى سطح ـ س ـ ف ـ دك ـ كنسبة سطح ـ اب ـ ف ـ دك ـ الى مربع ـ دم ـ ويكون لذلك سطح ـ س ـ ف ـ دك ـ مساويا لمربع ـ دم ـ واذا توهمنا قطعا مكافئا يكون رأسه نقطة ـ ك ـ وسهمه ـ ك ب ـ وضلعه القائم ـ س ـ كان يمر بنقطة ـ م ـ ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ونخرج من ـ ب ـ عمود ب ع ـ على ـ ب ك ـ ونتوهم قطعا زائد الايلقاه خطا ـ ب ع ـ ب ه ـ يكون سطح الخطين الخارجين من كل نقطة منه الى خطى ـ ب ه ـ ب ع ـ موازيين لهما مساويا لسطح ـ ب د ـ ف ـ ب ز ـ المعلوم كان مارا بنقطة ـ م ـ يكون ـ دم ـ مساويا ـ لب ز ـ ويكون ذلك القطع ايضا معلوم الوضع فنقطة ـ م ـ المشتركة بين قطعين معلومى الوضع معلومة وعمود ـ م د ـ الخارج منها الى خط ـ ب ه ـ المعلوم الوضع معلوم فنقطة ـ د ـ معلومة وكانت نقطة ـ ب ـ معلومة ـ فب د ـ قطر الكرة معلوم وخط ـ ب ز ـ منه المساوى ـ لم د ـ معلوم فقطعة ـ اب ج ـ الكرية معلومة وذلك ما اردناه.(١)

وقد بان ان ـ اب ـ وسط فى النسبة بين ـ ب د ـ قطر الكرة و ـ دم ـ اعنى ـ ب ز ـ وان ـ دم ـ اصغر من ـ ب ا ـ وهو اصغر من ب د ـ وسطح ـ س ـ ف ـ ك د ـ اصغر من سطح ـ ب د ـ ف ـ دم ـ اعنى مربع ـ اب ـ ونسبة ـ س ـ الى ـ اب ـ اصغر من نسبة ـ اب ـ الى ـ ك د ـ.

ونقول لا يجوز ان تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اى نسبة كانت بل يجب ان يكون لها فى الصغر حد لا يتجاوزه وذلك عند كون القطعين متماسين عند نقطة ـ م ـ ونخرج ـ ع م ل ـ مماسا لهما ومارا بنقطة التماس فيكون لأجل القطع الزائد ـ ع م ـ مساويا ـ لم ل ـ كما تبين

(١) الشكل الثانى والتسعون ـ ٩٢ ـ

فى الشكل الثالث من المقالة الثانية من كتاب المخروطات ولتوازى ـ د م ـ و ـ ب ع ـ يكون ـ د ل ـ مساويا ـ لد ب ـ اعنى قطر الكرة ولكون ل م ـ مماسا للقطع المكافى يكون ـ ل ك ـ مساويا ـ لك د ـ لماتبين فى الشكل الثالث والثلاثين من المقالة الاولى ـ فد ك ـ مثل نصف قطر الكرة ويكون لذلك نقطة ـ ك ـ واقعة على نقطة ـ ه ـ .

وقدمر فى الحل ان نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة سطح ـ اب ـ فى ـ ب ك ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ب ه ـ اعنى ـ ب ز ـ فى ـ ب ك ـ وهى نسبة ـ اب ـ الى ـ ب ز ـ وكانت كنسبة ـ اب ـ الى ـ س ـ فب ز ـ اعنى ـ د م ـ مساو ـ لس ـ وسطح ـ س ـ فى ـ د ك ـ مساولمربع ـ د م ـ فد ك ـ مساو ـ لد م ـ اعنى ـ ب ز ـ فب ز ـ نصف قطر الكرة وكذلك ـ ا ز ـ فتكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة التى هى كنسبة ـ اب ـ الى ـ ب ز ـ فى هذه الصورة نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة الاثنين الى الواحد لأن نسبة ـ اب الى ـ ب ز ـ مثناة بالتكرير هى نسبة ـ ب د ـ الى ـ ب ز ـ والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة الاثنين الى الواحد هى نسبة الاثنين الىجذرهماا ونسبة جذر الاثنين الى الواحد وانما لايجوزان تكون النسبة المذكورة اصغر من ذلك لأن نسبة سطح ـ اب ـ فى ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ التى هى نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة تكون مؤلفة من نسبة ـ اب ـ الى ـ ب ز ـ اعنى نسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ا ـ ومن نسبة ـ د ب ـ الى ـ ز ه ـ التى هى نسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ اب ـ فى ز ه ـ ونجعل ـ ب د ـ ارتفاعا مشتركا فتكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم ـ اب ـ فى ـ ز ه ـ فى ـ ب د ـ وايضا اذا جعلنا السطح ـ اب ـ فى ـ ب د ـ و ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ ارتفاع ـ ز ه ـ مشتركا كانت نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مجسم

اب

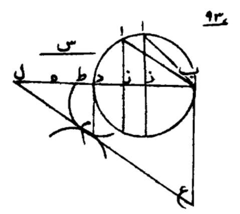
ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ فى ـ ز ه ـ الى مجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ـ ز ه ـ فبالمساواة نسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ـ ز ه كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مثناة بالتكرير ومجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ـ ز ه ـ انما يكون اعظم ما يمكن اذا كان ـ ب ز ـ نصف ـ ز ه كما تبين فيما اوردناه حكاية عن اوطوقيوس بالقطوع وسنورد بيانه ايضا مجردا عن القطوع فنسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ز ه ـ اصغر ما يكون انما يكون عند كون ـ ب ز ـ نصف قطر الكرة واذا جعل مخروط السطح فى جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اعظم ما يكون واما فى الكبرى فلا يكون للنسبة المذكورة جدا وان كانت القطعة اصغر من نصف الكرة واما اذا كانت القطعة اكبر من نصف الكرة فلايجوز ان يكون اكبر من نسبة الاثنين الى الواحد لان سطح ـ ا ب ـ فى ب د ـ يكون اصغر من مربع ـ ب د ـ فنسبة سطح ـ ب ا ـ فى ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ تكون اصغر من نسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ ولكون ـ ز ـ اقرب الى منتصف ـ ب ه ـ من ـ د ـ يكون سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ اعظم من سطح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ ونسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ اصغر من نسبة مربع ـ ب د الى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ فنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ الى سطح ب ز ـ فى ـ ز ه ـ اعنى نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اصغر كثيرا من نسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ اعنى نسبة ـ ب د الى ـ د ه ـ التى هى كنسبة الاثنين الى الواحد فاذا نسبة الاثنين الى الواحد هى الحد التى لايتجاوزه تلك النسب فى الكبرى اذا جعلنا مخروط السطح فى جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اصغر ما تكون .

فقد بان من ذلك ان نسبة الاثنين الى جذرهما هى اصغر جميع النسب الواقعة فى الكرة بين مخروط السطح ومخروط القطعة وأن ما بينهما وبين

نسبة الاثنين الى الواحد يمكن ان يقع فى نصفى الكرة ولا يقع شئ منه من نسب الاثنين الى ما هو اقل من الواحد فى القسم الاعظم من النصف بل يختص جميع ذلك بالقسم الاصغر من النصف (١) .

واذا تقرر ذلك فلنشتغل بالتركيب ونقول ليكن على طريق التركيب القطعتان المعلومتان الكرتين المختلفتين قطعتى ـ ح ن ف ـ ص ق و ـ والمطلوب بأن نعمل قطعة كرة سطحها الكرى مسا واسطح قطعة ـ ح ن ف ـ الكرى وجسمها مساو لجسم قطعة ـ ص ق و ـ ونخرج ـ ح ن ـ نصف قطر دائرة يساوى سطح قطعة ـ ح ن ف ـ ونتوهم مخروطا ارتفاعه ـ ن ح ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ـ ن ح ـ وهو مخروط السطح ومخروطا آخر يساوى قطعة ق ص و ـ وهو مخروط القطعة ويكونان معلومين وينبغى ان لا تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اقل من نسبة الاثنين الى جذرها لما تقدم ونجعل نسبة خط ما وليكن ـ ب ك ـ الى ـ ن ح ـ كنسبة مخروط السطح الى ثلثى مخروط القطعة ونسبة ـ ن ح ـ الى ـ س ـ كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة ونرسم قطعا مكافئا سهمه ـ ب ك ـ ورأسه ـ ك ـ وضلع القائم ـ س ـ على ما تبين فى الشكل الثانى والخمسين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات وليكن هو قطع ـ ك م ـ ونخرج من نقطة ـ ب ـ على خط ـ ب ك ـ عمود ـ ب ع ـ ونجعل سطح ـ ب ك ـ فى ـ ك ى ـ مساويا لمربع ـ ن ح ـ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ـ ى ـ ولا يقع عليه خطا ـ ب ك ب ع ـ على ماتبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية منه وليكن هو قطع ـ ى م ـ فيجب ان يتلاقى القطعان على نقطة ما مثل نقطة ـ م ـ التى بعدها عن خط ب ك ـ وهو عمود ـ م د ـ يقوى على سطح ـ س ـ فى ـ د ك ـ ويساوى ب ز ـ الذى ـ سطحه ـ فى ـ ب ك ـ يساوى مربع ـ ن ح ـ اعنى سطح ب ك ـ فى ـ ك ى ـ على ما تقدم فى الحل فليتلاقيا على ـ م ـ ونخرج من م ـ عمود ـ م د ـ على ـ ب ك ـ فيكون اقصر من ـ ب د ـ على ما مر فى

(١) الشكل الثالث والتسعون -٩٣-



الكرة والاسطوانة ص ١٢٠

الحل ونرسم على ـ ب د ـ كرة دائرتها العظيمة الحادثة من قطع سطح خطى ب د ـ د م ـ المتقاطعين اياها دائرة ـ ا ب ج د ـ ونفصل من ـ ب د ـ ب ز مثل ـ م د ـ ونخرج ـ طح ـ يمر بنقطة ـ ز ـ ويقوم ـ ب ز ـ عمودا عليه فتحدث فى الكرة دائرة قطرها ـ ا ج ـ وتنفصل من الكرة قطعة ـ ا ب ج .

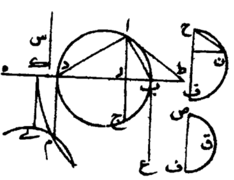
نقول فهى التى سطحها الكرى مساو لسطح قطعة كرة ـ ح ن ف ـ وجسمها مساو لقطعة ـ ص ق ـ ونصل ـ ا ب ـ ا د ـ ونجعل ـ د ه ـ مثل نصف ـ ب د ـ ونسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ز ط ـ الى ـ ز ب ـ نصل ـ ا ط ـ فيكون مخروط ـ ط ا ج ـ مساويا لقطعة ـ ا ب ج ـ كما مر فى الشكل الثانى من المقالة الثانية من الكتاب ولأن ـ د م ـ يساوى ـ ب ز ـ يكون ـ ب د ـ فى ـ د م ـ مساويا لمربع ـ ا ب ـ وكان مساويا لسطح ـ ب ك ـ فى ـ ك ى ـ المساوى لمربع ـ ح ن ـ من اجل القطع الزائد كما تبين فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية من المخروطات ـ فح ن ـ مساو ـ لا ب ـ فالدائرة التى نصف قطرها ـ ح ن ـ اعنى سطح قطعة ـ ح ن ف ـ الكرى مساوية للدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ اعنى سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرية وايضا لأن نسبة ـ ب ك ـ الى ـ ن ح ـ اعنى ـ ا ب ـ كنسبة مخروط السطح الى التى مخروط قطعة كرة ـ ص ق و ـ ونسبة ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ب ـ كنسبة ـ ب ك ـ الى ـ ا ب ـ فنسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ب ا ـ كنسبة مخروط السطح الى ثلثى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ب ا ـ كنسبة مخروط السطح الى ثلثى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مرة ونصفه مثل مربع ـ ا ب ـ كنسبة مخروط السطح الى تمام مخروط قطعة ـ ص ق و ـ وكان مربع ـ ب ا ـ مثل سطح ـ د ب ـ فى ـ ب ز ـ ونصفه مثل سطح ـ ه د ـ فى ـ ب ز ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى سطح ـ ه ب ـ فى ـ ب ز

كنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ وهى كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ س ـ بل ـ كنسبة سطح ـ ا ب ـ ى ـ د ك ـ الى سطح ـ س ـ ى ـ د ك ـ المساوى لمربع ـ د م ـ بل لمربع ـ ب ز ـ فنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ـ ص ق ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ ى ـ ب ك ـ الى سطح ـ ه ب ـ ى ـ ب ز ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ ى ـ د ك ـ الى مربع ـ ب ز بل كنسبة سطح ـ ا ب ـ ى ـ ب د ـ الباق الى سطح ـ ب ز ـ ى ـ ز ه الباق وكان سطح ـ ب ز ـ ى ـ ز ه ـ كسطح ـ ط ز ـ ى ـ ز د ـ لكون نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ فنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ـ ص ق ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ ى ـ ب د ـ الى سطح ـ ط ز ـ ى ـ ز د ـ التى هى مؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة ـ ب د ـ الى ـ ز د ـ اعنى نسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ا ـ بل كنسبة مربع ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ز ـ التى هى كنسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ب ا الى الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة دائرة نصف قطرها ـ ب ا ـ الى دائرة نصف قطرها ـ ا ز ـ هى نسبة مخروط ارتفاعه ـ ا ب ـ وقاعدته دائرة نصف قطرها ـ ا ب ـ وهو مخروط السطح بعينه الى مخروط ارتفاعه ـ ط ز ـ وقاعدته دائرة نصف قطرها ـ ا ز ـ المساوى لقطعة كرة ـ ا ب ج ـ فنسبة مخروط السطح الى قطعة كرة ـ ص ق و ـ والى مخروط قطعة ـ ا ب ج ـ واحدة فقطعة ـ ا ب ج ـ مساوية لقطعة ـ ص ق و ـ وقد بينا ان سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى مساو لسطح قطعة ـ ح ن ف ـ الكرى فاذا حصل ما قصدناه وذلك ما اردناه (١) .

ويتبين مما ذكرنا ان النسبة المذكورة اذا كانت اصغر من نسبة الاثنين الى جذرها امتنع وجود المطلوب اما اذا لم يكن اصغر منها امكن ذلك وان كانت مثل النسبة الاثنين الى جذرها يماس القطعان على نقطة ـ م ـ وحدها

(١) الشكل الرابع والتسعون ـ ٩٤ ـ





الكرة والاسطوانة ص١٢٢

وكانت القطعة المطلوبة نصف الكرة لاغير واتحدت نقطتا ـ ه ك ـ واذا كانت اعظم من نسبة الا ثنين الى جذرها واصغر من نسبة الا ثنين الى الواحد تقاطع القطعان على نقطتين واذا اخرج منهما عمود ان على ـ ب ك ـ كان ما ينفصل منه فكل واحد من العمودين صالحا لأن يكون قطر الكرة وتكون القطعة المطلوبة فى احداها اصغر من نصف الكرة وذلك انما يكون ان كان العمود المعين لقطر الكرة خارجا من ابعد التقاطعين من نقطة ـ ب ـ وتقع نقطة ـ ه ـ حينئذ خارجة عما بين نقطتى ـ ب ك ـ ويكون فى الاخرى اعظم من نصف الكرة وذلك يكون اذا كان العمود المذكور خارجا من اقربهما من ـ ب ـ وتقع نقطة ـ ه حينئذ فيما بين نقطتى ـ ب ك ـ واذا كانت النسبة مثل نسبة الا ثنين الى الواحد كان ما ينفصل من خط ـ ب ك ـ بالعمود الا قرب من ـ ب ـ مساويا ـ لاب ـ والقطعة العظمى هى الكرة باسرها وما ينفصل بالعمود الاربعة تكون القطعة المطلوبة من كرتها اصغر من النصف وسهم القطعة قريب من ثمن قطر الكرة بل اقصر منه بشئ قليل يعرف ذلك بالاستقراء والحساب واذا كانت النسبة اعظم من نسبة الا ثنين الى الواحد لم يكن ما ينفصل من ـ ب ك ـ بالعمود الا قرب صالحا لأن يكون قطر الكرة لأن ـ اب ـ يكون اطول منه بل كان ما ينفصل بالعمود الابعد منه وحده صالحا لذلك وتكون القطعة اصغر من النصف وسهمها اصغر من ثمن القطر وجميع ذلك على تقدير تساوى ـ اب ـ فى الاحوال كلها .

واذا تبين ذلك فلنبين ما وعدناه وهو ان مجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ـ ز ه ـ انما يكون اعظم مما يمكن ان يكون عند كون ـ ب ز ـ نصف ز ه ـ وليكن لبيانه ـ اب ـ نصف ـ ب ج ـ و ـ د ـ فيما بين ـ اب ـ اولا اقول فمجسم خط ـ اب ـ فى مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم خط ـ اد ـ فى مربع ـ د ج ـ ونجعل ـ ج ه ـ مساويا ـ لج ب ـ فلأن نسبة ـ اب ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ب ه ـ يكون سطح ـ اه ـ فى

ب ه ـ مساويا لمربع ـ ب ج ـ وسطح ـ اب ـ ف ـ ب ه ـ اعظم من سطح ـ اد ـ ف ـ د ه ـ لكون ـ ب ـ اقرب الى منتصف ـ اه ـ من د ـ فمربع ـ ب ج ـ اعظم من سطح ـ اد ـ ف ـ د ه ـ ونسبة سطح ه د ـ ف ـ د ب ـ وهو مقدار آخر الى سطح ـ ه د ـ ف ـ اد ـ اعنى نسبة ب د ـ الى ـ دا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه د ـ ف ـ د ب ـ الى مربع ـ ب ج وبالتركيب نسبة ـ ب ا ـ الى ـ دا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه د ـ ف د ب ـ مع مربع ـ ب ج ـ اعنى مربع ـ د ج ـ الى مربع ـ ب د ـ فمجسم خط ـ ب ا ـ ف مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم خط ـ اد ـ ف مربع ـ د ج ـ (١) وايضا ليكن ـ د ـ فيما بين ـ ب ج ـ والباقى بحاله فيكون سطح ـ اب ـ ف ـ ب ه ـ اعنى مربع ـ ب ج ـ اصغر من سطح ـ اد ـ ف ـ د ه ـ لكون ـ د ـ اقرب الى منتصف ـ اه ـ من ـ ب ـ وتكون نسبة سطح ـ ب د ـ ف ـ د ه ـ وهو مقدار آخر الى مربع ـ ب ج ـ اعظم من نسبته الى سطح ـ اد ـ ف ـ د ه ـ اعنى من نسبة ـ ب د ـ الى ـ دا ـ وبالعكس نسبة مربع ـ ب ج ـ الى سطح ـ ب د ـ ف ـ د ه ـ اصغر من نسبة ـ اد ـ الى ـ د ب ـ وبالتفصيل نسبة مربع ـ د ج ـ الى سطح ـ ب د ـ ف ـ د ه ـ اصغر من نسبة ـ اب ـ الى ـ ب د ـ وبالعكس نسبة سطح ـ ب د ـ ف د ه ـ الى مربع ـ د ج ـ اعظم من نسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ا ـ وبالتركيب نسبة مربع ـ ب ج ـ الى مربع ـ د ج ـ اعظم من نسبة ـ دا ـ الى ـ اب ـ فمجسم ـ اب ـ ف مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم ـ اد ـ ف مربع ـ د ج ـ وذلك ما اردناه (٢) .

واقول ان كانت نقطتا ـ د ز ـ فيما بين نقطتى ـ اب ـ وكانت ـ د ـ اقرب الى ـ ب ـ من ـ ز ـ كان مجسم خط ـ اد ـ ف مربع ـ د ج ـ اعظم من مجسم خط ـ از ـ ف مربع ـ ز ج ـ وذلك لأن مربع ـ ج د ـ اعظم من مربع ـ ج ب ـ الذى هو اعظم من سطح ـ از ـ ف ـ ز ه ـ فنسبة

(١) الشكل الخامس والتسعون ـ ٩٥ ـ (٢) الشكل السادس والتسعون ـ ٩٦

٩٥ر

ه ج ب د ا

٩٦ر

ه ج د ب ا

الكرة والاسطوانة ص ١٢٣

٩٧

ا ز د ب ج

الكرة والاسطوانة ص ١٢٥

سطح ـ ه ز ـ فى ـ ز ه ـ وهو مقدار آخر الى سطح ـ ه ز ـ فى ـ ز ا ـ اعنى نسبة ـ ز د ـ الى ـ ز ا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه ز ـ فى ـ ز د ـ الى مربع ـ د ج ـ وبالتركيب نسبة ـ د ه ـ الى ـ ا ز ـ اعظم من نسبة مربع ـ ز ج الى مربع ـ د ج ـ فجسم خط ـ ا د ـ فى مربع ـ د ج ـ اعظم من مجسم خط ـ ا ز ـ فى مربع ـ ز ج ـ .

وبمثل ذلك تبين ان كانت نقطتا ـ د ز ـ فيما بين نقطتى ـ ب ـ ج وكان ـ د ـ اقرب الى ـ ب ـ من ـ ز ـ ان مجسم ـ ا د ـ فى مربع ـ د ه اعظم من مجسم ـ ا ز ـ فى مربع ـ ز ه ـ وهذا مما نحتاج اليه فيما سنورده (١)

وقد بين الشيخ ابو سهل القوهى هذا المطلوب بوجه آخر لم نورده لكونه مبنيا على مقدمات يطول الكتاب بذكرها .

ثم بين بعد ذلك الحكم المذكور فى آخر اشكال كتاب ارشميدس ببيان اقرب متنا ولا مما ذكر هناك وقدم على ذلك مقدمة وهى هذه .

لتكن كرة دائرتها العظمى ـ ا ب ج د ـ و ـ ا ب ـ ج د ـ قطريها على المتقاطعين على قوائم عند ـ ح ـ و ـ د ك ـ مثل نصف القطر ولتقطع الكرة بسطح ينصفها ويمر على ـ ا ح ج ـ وبآخر نقسمها بمختلفين ويمر على ـ ه ط ز ـ ونصل ـ ا ب ـ ه ب .

اقول فنسبة مكعب ـ ا ب ـ الى قطعة ـ ا ب ج ـ التى هى نصف الكرة اصغر من نسبة مكعب ـ ه ب ـ الى قطعة ـ ه ب ز ـ التى هى اصغر واعظم من نصف الكرة وكلما كانت القطعة اقرب الى نصف الكرة كانت هذه النسبة فيها اصغر مما يكون فى القطعة التى هى ابعد فلأن مجسم خط ـ ب ه فى مربع ـ ح ك ـ اعظم من مجسم خط ـ ب ط ـ فى مربع ـ ط ك ـ كما مر تكون نسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ح ـ فى مربع ـ ح ك ـ اصغر من نسبته الى مجسم خط ـ ب ط ـ فى مربع ـ ط ك ـ وقد بينا فيما مر ان نسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ح ـ فى مربع ـ ح ك ـ كنسبة

(١) الشكل السابع والتسعون

مخروط سطح قطعة ـ ه ب ز ـ الى قطعة ـ ه ب ز ـ فنسبة مخروط سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الى قطعة ـ ا ب ح ـ اصغر من نسبة مخروط سطح قطعة ه ب ز ـ الى قطعة ـ ه ب ز ـ وبالابدال نسبة مخروط سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الى مخروط سطح قطعة ـ ه ب ز ـ اصغر من نسبة قطعة ـ ا ب ج الى قطعة ـ ه ب ز ـ ونسبة مخروط سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الى مخروط سطح قطعة ـ ه ب ز ـ المتشابهين كنسبة مكعب ـ ا ب ـ الى مكعب ـ ه ب ـ لأن كل واحد منهما كنسبة ـ ا ـ الى ـ ه ب ـ مثلثة بالتكرير فنسبة مكعب ـ ا ب ـ الى مكعب ـ ه ب ـ اصغر من نسبة قطعة ـ ا ب ج ـ الى قطعة ـ ه ب ز ـ وبالابدال نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى قطعه ـ ا ب ج ـ التى هى النصف اصغر من نسبة مكعب ـ ه ب ـ الى قطعة ـ ه ب ز ـ التى هى اصغر اواعظم من النصف .

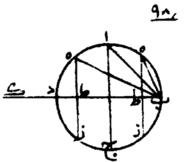
وبمثله تبين الحكم فى كل قطعتين تكون احداها اقرب الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه (١) .

واذا تقدم ذلك فنقول كل قطعتين تكون احداها نصف كرة والاخرى اصغرا واعظم من النصف وسطحاها الكريان متساويان فمجسم النصف اعظم من مجسم الاخرى وان لم تكن احداها نصف كرة بل كانت احداها اقرب الى النصف من الاخرى فهى اعظم جسما من التى هى ابعد فلتكن القطعتان قطعتى ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ وقطعة ـ ا ب ج ـ نصف كرتها فليكن سطحاها متساويين .

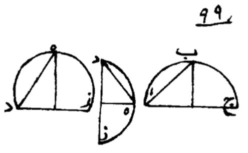
اقول فمجسم قطعة ـ ا ب ج ـ اعظم من مجسم قطعة ـ د ه ز ـ فنصل خطى ـ ا ب ـ د ه ـ ويكونان متساويين لتساوى السطحين ونسبة مكعب ا ب ـ الى ـ قطعة ـ ا ب ج ـ التى هى النصف اصغر من نسبة مكعب ـ د ه اعنى مكعب ـ ا ب ـ الى قطعة ـ د ه ز ـ التى هى اصغرا واكبر من النصف فاذا قطعة ـ ا ب ج ـ اعظم من قطعة ـ د ه ز ـ وبمثل ذلك تبين فى كل

(١) الشكل الثامن والتسعون ـ ٩٨ ـ

قطعتين



الكرة والاسطوانة ص١٢٦



الكرة والأسطوانة ص ١٢٧

قطعتين تكونان جميعا اصغر او اعظم من نصف الكرة وكانت احداها اقرب الى نصف الكرة من الاخرى ان التى هى اقرب اعظم جسما من التى هى ابعد بشرط ان يكون سطحاها متساويين وذلك ما اردناه (١).

وايضا ان كانت القطعتان متساويتين اعنى قطعة ـ ا ب ج ـ التى هى نصف كرة وقطعة ـ د ه ز ـ التى هى اصغر اواعظم من نصف كرة كان سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى اصغر من سطح قطعة ـ د ه ز ـ الكرى والتى هى اقرب الى نصف الكرة اصغر سطحا من التى هى ابعد اذا كانتا متساويتين وذلك لأن نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى قطعة ـ ا ب ـ اصغر من نسبة مكعب ـ د ه الى قطعة ـ د ه ز ـ بل الى قطعة ـ ا ب ج ـ المساوية لها فكعب ـ ا ب ـ اصغر من مكعب ـ د ه ـ و ـ ا ب ـ اقصر من ـ د ه ـ والدائرة التى نصف قطرها ا ب ـ اصغر من التى نصف قطرها ـ د ه ـ وكل واحدة من الدائرتين مساوية لسطح قطعتها الكرى فسطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى اصغر من سطح قطعة د ه ز ـ الكرى وبمثل ذلك تبين فى كل قطعتين تكونان اصغر او اعظم من النصف ويكون احداها اقرب الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه.

فهذا ما اورده ابو سهل القوهى

تمت المقالة الثانية وتم بتمامها كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس.

مقالة

ارشميدس فى تكسير الدائرة وهى ثلاثة اشكال

(١) كل دائرة فهى مساوية لمثلث قائم الزاوية يكون احد ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة مساويا لنصف قطر تلك الدائرة والثانى مساويا لمحيطها والحاصل انها تساوى سطح نصف قطرها فى الخط المساوى لنصف محيطها فلتكن الدائرة دايرة ـ ا ب ج د ـ والمثلث المذكور مثلث ـ ه ـ فان لم تكن الدائرة مساوية له فهى اما اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونرسم فى الدائرة مربع ـ ا ب ج ـ وهو يفصل منها اعظم من نصفها وننصف ـ ا ب ـ على ـ ف ـ وهكذا القسى

(١) الشكل التاسع والتسعون ـ ٩٩ ـ

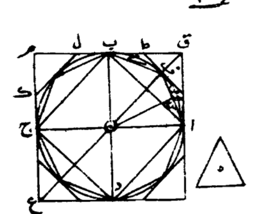
الاربع ونصل الاوتار فنفصل المثلثات الحادثة اعظم من نصف القطع لما مر بيانه وهكذا مرة بعد اخرى الى ان تبقى من الدائرة قطع هى اصغر من مقدار زيادة الدائرة على مثلث ـ ه ـ فيكون الشكل المتساوى الاضلاع الذى فى الدائرة اعظم من المثلث وليكن المركز ـ ن ـ ونخرج منه على احد الاضلاع عمودا وليكن ـ ن س ـ وهو اصغر من ـ ن ص ـ المساوى لاحد ضلعى مثلث ـ ه ـ ومحيط الشكل المتساوى الاضلاع اصغر من محيط الدائرة المتساوى للضلع الآخر من مثلث ـ ه ـ فسطح ـ ن س ـ فى محيط الشكل اعنى ضعف مقدار الشكل اصغر من ضعف المثلث فالشكل اصغر من المثلث وكان اعظم منه هذا خلف (١) .

ثم لتكن الدائرة اصغر من المثلث ونرسم عليها مربع ـ ع ق ـ فهى تفصل من المربع اعظم من نصفه وينصف قوس ـ ب ا ـ على ـ ف ـ ونخرج ز ف ط ـ مماسا للدائرة على ـ ف ـ ويكون نصف قطر ـ ن ف ـ عمودا عليه وهكذا نعمل فى سائر القسى ولأن ـ ق ب ـ ق ا ـ متساويان وكذلك ـ ط ب ـ ط ف ـ ز ف ـ ز ا ـ الاربعة متساوية يكون ـ ط ق ـ ق ز ـ متساويين وهما معا اطول من ـ ط ز ـ فق ط ـ اطول من ـ ب ط ـ فمثلث ـ ق ف ط ـ اعظم من مثلث ـ ط ف ب ـ الذى هو اعظم من قطعة ـ ط ف ى ب ـ الخارجة من الدائرة وكذلك فى البواقى فالمثلثات الاربعة التى على زوايا المربع تفصل من باقى المربع بعد نقصان الدائرة منه اعظم من النصف وتنصف القسى هكذا مرة بعد اخرى وتخرج الخطوط المماسة للدائرة الى ان تبقى قطع خارجة من الدائرة مجموعها اصغر من زيادة مثلث ـ ه ـ على الدائرة فيكون الشكل الكثير الاضلاع الذى على الدائرة اصغر من مثلث ـ ه ـ ولكن سطح ـ ن ف ـ نصف القطر فى محيط الشكل الذى على الدائرة اعنى ضعف مقدار الشكل اعظم من ضعف المثلث لكون محيط الشكل اعظم من محيط الدائرة فالشكل اعظم من المثلث وكان اصغر منه هذا خلف فاذا الدائرة مساوية بمثلث ـ ه ـ فسطح

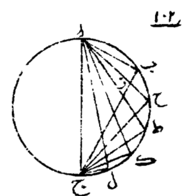
(١) الشكل الموفى المائة ـ ١٠٠

نصف

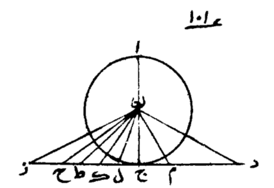
ع ١٠٠



الكرة والاسطوانة ص ٢٢٨


١٠٢
ا
ب
ز
ح
ط
ك
ل
ج

ع١٠١



الكرة والاسطوانة ص١٢٩

نصف القطر فى نصف المحيط مسا ولسطح الدائرة وذلك ما اردناه (١) .

وقد بان من ذلك ايضا ان سطح نصف القطر فى نصف قطعة من المحيط يكون مساويا للقطاع الذى يحيط به تلك القطعة مع الخطين الخارجين من المركز الى طرفى تلك القطعة .

(ب) محيط الدائرة اطول من ثلاثة اضعاف قطرها باقل من سبع القطر واكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من القطر فليكن ـ ا ج قطر الدائرة و ـ ه ـ مركزها و ـ د ز ـ مماسا للدائرة وزاوية ـ زه ج ـ ثلث زاوية قائمة اعنى نصف زاوية من زوايا المثلث المتساوى الاضلاع فنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ج ـ هى نسبة الاثنين الى الواحد ولتكن كنسبة (٣٠٦) الى (١٥٣) واذا القينا مربع العدد الذى بازاء ـ ز ج ـ من مربع العدد الذى بازاء ـ ه ز ـ واخذنا جذر الباقى كان ـ ه ج ـ بذلك المقدار اكثر من (٢٦٥) بكسر ما وننصف زاوية ـ زه ج ـ على ـ ح ـ بخط ـ ه ح ـ فنسبة ـ زه ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ح ج ـ واذا ركبنا وابدلنا كانت نسبة ـ زه ـ ه ج ـ معا الى ـ ز ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ح ـ فاذا جمعنا العددين اللذين بازاء ـ زه ـ ه ج ـ كان اكثر من (٥٧١) فنجعله بازاء ـ ه ج ـ ويصير الذى بازاء ـ ج ح ـ بهذا المقدار (١٥٣) واذا جمعنا مربعيها واخذنا جذرها كان ـ ه ح ـ بهذا المقدار اكثر من (٥٩١) وثمن وايضا ننصف زاوية ـ ح ه ج ـ على ـ ط ـ بخط ـ ه ط ـ ويكون كما تقدم نسبة ـ ح ه ـ ه ج ـ الى ـ ح ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ط ـ واذا جمعنا عددى ـ ح ه ـ ه ج ـ وجعلنا هما بازاء ـ ه ج ـ كان ـ ه ج ـ اكثر من (١١٦٢) وثمن و ـ ط ج ـ بذلك المقدار (١٥٣) ويكون بمثل ما مر ـ ه ط ـ بذلك المقدار اكثر من (١١٧٢) وثمن وننصف ايضا زاوية ط ه ج ـ على ـ ك ـ بخط ـ ه ك ـ وتكون نسبة ـ ط ه ـ ه ج ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى خط ـ ج ك ـ فتصير هذه النوبة بازاء ـ ه ج ـ

(١) الشكل الواحد بعد المائة ـ ١٠١ ـ.

اكثر من (٢٣٣٤) وربع وثمن وبازاء ـ ج ك (١٥٣) ويكون ـ ه ك بهذا المقدار اكثر من (٢٣٣٩) وربع وثمن وننصف ايضا زاوية ـ ك ه ج ـ على ـ ل ـ بخط ـ ه ل ـ ويصير على القياس المذكور بازاء ـ ه ج ـ اكثر من (٤٦٧٣) ونصف وربع ويكون ـ ج ل ـ بهذا المقدار (١٥٣) فلكون زاوية ـ ز ه ج ـ ثلث قائمة تكون زاوية ـ ل ه ج ـ جزءا من ثمانية واربعين جزءا من قائمة ونعمل على نقطة ـ ه ـ من خط ـ ج ه ـ زاوية ج ه م ـ مثل زاوية ـ ج ه ل ـ فزاوية ـ ل ه م ـ جزء من اربعة وعشرين جزءا من قائمة ويكون ضلع ـ ل م ـ ضلع الشكل المتساوى الاضلاع والزوايا ذى الستة والتسعين ضلعا المحيط بالدائرة فاذا ضربنا العدد الذى بازاء ل م ـ فى ستة وتسعين بلغ ضعف هذا العدد (١٤٤٨٨) ويكون القطر بذلك المقدار ضعف (٤٦٧٣) ونصف فالذى بازاء محيط الشكل اعظم من ثلاثة امثال الذى بازاء القطر بست مائة وسبعة وستين ونصف التى نسبتها الى عدد القطر اقل من السبع فاذا محيط الشكل المذكور اطول من ثلاثة امثال قطر دائرة بانقص من سبع القطر ويكون نقصان محيط الدائرة من ثلاثة امثال القطر وسبعه اكثر من ذلك النقصان لا محالة ونعيد الدائرة على قطرها ـ ا ج ـ ونرسم عليه زاوية ـ ج ا ب ـ ثلث قائمة ولتكن نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب التى هى نسبة الاثنين الى الواحد كنسبة (١٥٦٠) الى (٧٨٠) فيكون ـ ا ب ـ بذلك المقدار اقل من (١٣٥١) وننصف زاوية ـ ب ا ج ـ بخط ـ ا ح ونصل ـ ج ح ـ ولان فى مثلثات ـ ا ح ج ـ ج ح ز ـ ا ب ز ـ زوايا ح ا ج ـ ح ج ز ـ ب ا ز ـ متساوية وزوايا(١) ـ ح ب ـ قائمة تكون المثلثات متشابهة وتكون لذلك نسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ج ـ كنسبة ـ ح ج ـ الى ح ز ـ وكنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ز ـ وكنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ بل كنسبة ـ ج ا ـ ا ب ـ جميعا الى ـ ج ب ـ ونسبة ـ ج ا ـ ا ب ـ جميعا الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ج ـ وعددا ـ ا ج ـ ا ب ـ جميعا

---

(١) كذا اقل

اقل من (٢٩١١) وعدد ـ ج ب (٧٨٠)(١) فاذا جعلناهما بازاء ـ ا ح ـ ح ج ـ كان ـ ا ج ـ بذلك المقدار اقل من (٣٠١٣) ونصف وربع وننصف زاوية ـ ح ا ج ـ بخط ـ ا ط ـ ونصل ـ ط ج ـ فيكون على قياس مامر بازاء ـ ا ط ـ اقل من (٥٩٢٤) وبازاء ـ ط ج (٧٨٠) ويكون ذلك على نسبة (١٨٢٣) الى (٢٤٠) لأن نسبة كل واحد من العددين الاولين الى نظيره من هذين العددين نسبة ثلاثة وربع الى واحد ويكون ـ ا ج ـ بهذا المقدار اقل من (١٨٣٨) وتسعة اجزاء من احد عشر جزءا من الواحد وننصف زاوية ـ ط ا ج ـ بخط ـ ا ك ـ فيكون بازاء ـ ا ك ـ اصغر من (٣٦٦١) وتسعة اجزاء الى احد عشر وبازاء ـ ك ج (٢٤٠) ويكون على نسبة (١٠٠٧) الى (٦٦) لأن نسبة كل واحد منهما الى نظيره من هذين نسبة اربعين الى احد عشر وننصف زاوية ـ ك ا ج ـ بخط ـ ا ل ـ فيكون بازاء ال ـ اقل من (٢٠ ٦) وسدس وبازاء ـ ل ج (٦٦) ويكون ـ ا ج بذلك المقدار (٢٠١٧) وربع فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ل ـ اصغر من نسبة (٢٠ ٧) وربع الى (٦٦) واذا ضربنا ستة وستين فى ستة وتسعين صار جميع اضلاع الشكل ذى الستة والتسعين ضلعا الذى على الدائرة (٦٣٣٦) وهو اكثر من ثلاثة اضعاف الفين وسبعة عشر وربع باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد فمحيط الشكل المتساوى الاضلاع والزوايا المذكورة التى على الدائرة تزيد على ثلاثة اضعاف قطرها باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد ومحيط الدائرة اعظم منه فاذا محيط الدائرة يزيد على ثلاثة اضعاف قطرها باقل من سبعة واكثر من عشرة اجزاء الى احد وسبعين جزءا وذلك ما اردناه (١) .

اقول وللمنجمين طريق آخر وهو انهم يحصلون وتر قوس صغيرة يكون جزءا من محيط الدائرة بالاصول التى تبينت فى كتاب المجسطى وغيره من كتبهم البرهانية ويجعلونه ضلعا من اضلاع الشكل الذى فى الدائرة وتكون

(١) الشكل الثانى بعد المائة ـ ١٠٢

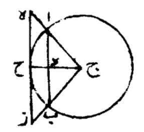
نسبته الى العمود الواقع من مركز الدائرة عليه كنسبة ضلع الشكل الذى على الدائرة الشبيهة به الى نصف القطر فيحصلون ذلك الضلع ايضا ويحصلون بحسبها المقدارين اللذين يزيد المحيط على احدهما وينقص من احدهما فيتحصل المحيط باقرب تقريب .

مثاله لتكن الدائرة ـ ا ب ـ ومركزها ـ ج ـ و ـ ا ب ـ منه جزء من سبع مائة وعشرين جزءا هى المحيط ونصل وتر ـ اب ـ فيكون مقداره بحساب ابى الوفا البوزجانى على الاصول المذكورة باقرب تقريب (ه لا كدنه ندنه) خامسة وهو وتر نصف درجة اذا جعل القطر مائة وعشرين جزءا واذا جعلناه ضلع شكل ذى سبع مائة وعشرين ضلعا فى الدائرة يكون محيط ذلك الشكل بحسبه (٣٧٦) نط ى نط ـ ثالثة واذا نصفنا وتر نصف درجة كان مقدار ـ ا د ـ ديه مب كز نزكز ـ خامسة مربعة ـ ح د و ـ مدب ـ د نزكه يح ل ط ـ عاشرة ومربع نصف القطر الذى هو خط ـ ا ج ـ (٣٦٠٠) جزءا نقصنا من مربع ـ ا د ـ منه بقى مربع ـ د ج ـ (٣٥٩٩) نه كج نه نز نه ـ ب لد ما جذره هو خط ـ د ج ـ نط نط نز نو نا سادسة ضربنا ـ ا د ـ فى ـ ج ح ـ نصف القطر وقسمناه على ـ د ج ـ نخرج مقدار ه ـ ح ه ـ يه مب كح كط مه ـ خامسة ضعفناه بلغ ـ ه لا كد ـ نز ـ نط ـ لا ـ خامسة وهو مقدار ه ز ـ وهو ضلع شكل ذى سبع مائة وعشرين ضلعا على الدائرة شبيهة بالاول ومحيط الشكل بحسبه يكون (٣٧٦) يو نط كج نديب ـ خامسة ايضا فاذا جعلنا القطر مائة وعشرين كان المحيط (٣٧٦) جزءا وكسرا اكثر من ـ نط ى نط ه ـ رابعة واقل من ـ نط كج نديب ـ رابعة واذا حولناهما الى المقدار الذى ذكره ارشميدس كان المحيط يزيد على ثلاثة امثال القطر بما هو اكثر من عشرة اجزاء من سبعين جزءا (ولح ماكا) ثالثة واقل من عشرة اجزاء من سبعين جزءا ـ و ـ لز مز كز ـ ثالثة ويكون بالتقريب عشرة اجزاء من سبعين جزءا ـ و ـ لح يد كط ـ ثالثة (١) .

---

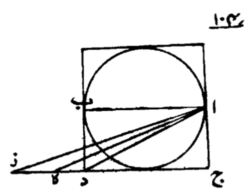
(١) الشكل الثالث بعد المائة ـ ١٠٣ (ج)

١٠٣٧



الكرة والاسطوانة ص ١٣٢

ش١٠٤



الكرة والاسطوانة ص١٣٣

(ج) اذا كان محيط الدائرة ثلاثة امثال القطر وسبعة وهى نسبة تقريبة اصطلح عليه المساحون كانت نسبة سطح الدائرة الى مربع قطرها نسبة احد عشر الى اربعة عشر بحسب ذلك وليكن قطر الدائرة ـ ا ب ـ ونرسم عليه مربع ـ ج ح ـ وليكن ـ ج د ـ نصف ـ د ه ـ و ـ ه ز ـ سبع ـ ج د ـ فلان نسبة مثلث ـ ا ج ه ـ الى مثلث ـ ا ج د ـ نسبة احد وعشرين الى سبعة ونسبة مثلث ـ ا ج د ـ الى مثلث ـ ا ه ز ـ نسبة سبعة الى واحد تكون نسبة مثلث ـ ا ج ز ـ الى مثلث ـ ا ج د ـ نسبة اثنين وعشرين الى سبعة ومربع ـ ج ح اربعة امثال مثلث ـ ا ج د ـ و مثلث ـ ا ج ز ـ مسا ولسطح الدائرة لان ـ ا ج ـ مسا وانصف القطر و ـ ج ز ـ مسا وبالتقريب للمحيط فنسبة مربع القطر الى سطح الدائرة نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين بل نسبة اربعة عشر الى احد عشر وذلك ما اردناه (١) .

وهذا تمام القول فى تكسير الدائرة ولنقطع الكلام حامدين لله تعالى على حسن توفيقه .

صورة ما فى الرامفورية

وقع الفراغ من نسخه فى بلدة تبريز دامت عماراتها فى الرابع عشر من ذى القعدة سنة تسع وسبعمائة من نسخة المصنف وقوبلت بها لمقبول بن اصيل الرومى الفيرشهرى حامدا الله ومصليا على نبيه .

تمت الرسالة بعونه تعالى وحسن توفيقه ـ

---

(١) الشكل الرابع بعد المائة ـ ١٠٤ ـ

صورة ما على النسخة الآصفية

حصل الفراغ من نسخه يوم الجمعة من ايام ذى القعدة لسنة تسع وثلاثين وسبع مائة. والحمد لواهب القوة على حمده ومعطى المزايا للشاكر على رفده والصلوة على محمد نبيه وعبده وعلى المصطفين من آله المعصومين من بعده

تم الكتاب

بعون الملك

الوهاب

كتاب الطلوع والغروب

لا وطواوقس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لا زالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ﻫ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب اوطولوقس فى الطلوع والغروب
من اصلاح ثابت وهو مقالتان وستة و ثلاثون شكلا

المقالة الاولى

يه شكلا

صدر

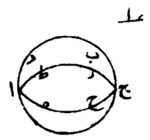
يقال لبعض طلوعات الكواكب وغروباتها وخصوصا الثوابت انها خفية ولبعضها انها ظاهرة اما الخفية فالطلوع بالغدوات منها هو ان يطلع الكوكب عند طلوع الشمس والغروب بالغدوات ان يغيب عند طلوعها (١) والطلوع بالعشيات ان يطلع عند غروبها والغروب بالعشيات ان يغرب عند غروبها .

واما الظاهرة فالطلوع بالغدوات منها ان يظهر الكوكب طالعا (اولا قبل طلوع الشمس والغروب بالغدوات ان يظهر غاربا اولا قبل طلوعها والطلوع بالعشيات ان يظهر طالعا –) اخيرا بعد غروبها والغروب بالعشيات ان يظهر غاربا اخيرا بعد غروبها .

الاشكال

(ا) طلوعات الثوابت وغروباتها الظاهرة تكون بالغدوات بعد الخفية وبالعشيات قبلها فليكن الافق – اج – ب د – ووضع دائرة الشمس كوضع دائرة – اه ج ز – والمشرق من جانب – د – والمغرب من جانب –

(١) صف ق – عند غروبها (٢) سقط – من ر .



الطلوع والغروب ص ٣

ب ـ ونصف ـ اه ج ـ (١) تحت الارض ولتكن الشمس طالعة من ـ ا ـ وكوكب عند ذلك من ـ د ـ وطلوعه خفى بالغدوات نقول فسيظهر طلوعه بعد ذلك عند مرور الشمس بقوس ـ اه ج ـ لأنه ان لم يظهر حينئذ لم يظهر ايضا عند مرورها بقوس ـ ج ز ا ـ على ما سنبين فيما يجئ فكوكب ـ د ـ سيظهر بعد ان تقطع الشمس قوسا يكون مقدار ما يخرج فيه كوكب ـ د ـ عن ضوء الشمس فليظهر طلوعه اولا والشمس فى ـ ه ـ وحينئذ يكون طلوعه الظاهر بالغدوات ولأن الشمس تمر بنقطة ـ ا ـ قبل مرورها بنقطة ـ ه ـ كان الطلوع الخفى بالغدوات متقدما على الطلوع الظاهر وايضا لتغرب الشمس فى ـ ج ـ وليطلع كوكب ـ د ـ حينئذ وطلوعه خفى بالعشيات نقول فالطلوع الظاهر يتقدمه لأنه ان لم يطلع ظاهرا فيما مر فهو لا يطلع عند مرور الشمس بقوس ـ ج ز ا ـ على ما يجئ فليطلع ظاهرا بآخره والشمس فى ـ ح ـ ولأنها تمر بنقطة ـ ح ـ قبل مرورها بنقطة ـ ج ـ يكون طلوع كوكب ـ د ـ الظاهر بالعشيات قبل طلوعه الخفى وايضا لتغرب الشمس فى ـ ج ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالعشيات نقول فهو قد غرب ظاهرا بالعشيات قبل ذلك والا فهو لا يغيب ظاهرا عند مرور الشمس وقوس ـ ج ز ا ـ فليغرب ظاهرا بآخره والشمس فى ـ ح ـ ولأنها تمر بنقطة ـ ح ـ قبل مرورها بنقطة ـ ج ـ يكون الغروب الظاهر بالعشيات قبل الغروب الخفى وايضا لتطلع الشمس فى ـ ا ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالغدوات وتبين بمثل ما مر ان غروبه الظاهر بالغدوات يكون بعد ذلك ثم لتكن هذه الاشياء باعيانها ونقول كوكب ـ د ـ لا يطلع ظاهرا عند مرور الشمس بقوس ـ ج ز ا ـ ولنفرض الشمس فى ـ ط ـ فلان ط ـ يطلع قبل ـ ا ـ و ـ د ـ يطلع مع ـ ا ـ فط ـ يطلع قبل ـ د ـ فاذا ـ د ـ لا يطلع ظاهرا وكذلك فى سائر النقط وتبين بمثله ان كوكب ـ ب ـ لا يغرب ظاهرا عند ذلك ايضا وذلك ما اردناه (٢) .

(ب) كل كوكب من الثوابت فانه يرى كل ليلة طالعا ظاهرا طلوعه من

---

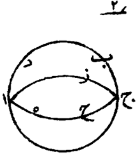
(١) صف ق ـ نصف ـ اب ج ـ (٢) الشكل الاول ـ ا

اول طلوعاته الظاهرة بالغدوات الى آخر طلوعاته الظاهرة بالعشيات وذلك الزمان اقل من نصف السنة وفى باقى الازمنة فلا يكون طلوعه ظاهرا اصلا فلنعد الافق ودائرة الشمس ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ ومعها كوكب ـ د ـ خفى الطلوع بالغدوات وليظهر طلوعه اولا بالغدوات والشمس فى ـ ه ـ وايضا لتغيب الشمس فى ـ ج ـ ويكون حينئذ كوكب ـ د ـ خفى الطلوع بالعشيات وليظهر طلوعه آخرا بالعشيات والشمس فى ـ ح ـ وعند مرورها بقوسى ـ ا ه ـ ح ج ـ اذا لم يكن كوكب ـ د ـ ظاهر الطلوع لم يكن عند مرورها بقوس ج ز ا ـ ظاهر الطلوع ايضا وطلوعه انما يظهر عند مرورها بقوس ـ ه ح ـ فقط ولأن ـ ه ح ـ اقل من نصف دائرة يكون ذلك الزمان اقل من نصف سنة وذلك ما اردناه (١).

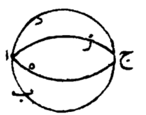
(ج) (٢) كل كوكب من الثوابت فانه يرى كل ليلة غاربا ظاهر الغروب من اول غروباته الظاهرة بالغدوات الى آخر غروباته الظاهرة بالعشيات وذلك الزمان اقل من نصف السنة وفى باقى السنة فلا يكون غروبه ظاهرا اصلا ونعيد الشكل ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالغدوات فيكون غروبه الظاهر بعد ذلك وليكن اولها والشمس فى ـ ه ـ ثم لتغرب الشمس فى ـ ج ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالعشيات فيكون غروبه الظاهر قبل ذلك وليكن آخرها والشمس فى ـ ح ـ واذا لم يكن غروبه عند مرور الشمس بقوسى ـ ا ه ـ ح ج ـ ظاهرا ولا يكون عند مرورها بقوس ج ز ا ـ ايضا ظاهرا فلا يكون غروب الكوكب ـ ب ـ ظاهرا الا عند مرور الشمس بقوس ـ ه ح ـ وهو اقل من نصف السنة وذلك ما اردناه .

(د) كل كوكب من الثوابت يكون على دايرة البروج فانه يحدث بعد اول طلوعه الظاهر بالغدوات بنصف سنة غروبا ظاهرا بالغدوات وكل كوكب يكون فى ناحية بنات نعش اعنى فى الشمال فانه يحدث ذلك فى زمان اكثر منه وكل كوكب يكون فى ناحية الجنوب فانه يحدث ذلك فى زمان اقل منه وذلك

(١) الشكل الثانى ـ ٢ (٢) هذا العنوان خال عن الشكل فى الاصول انما


٢
ب
د
ز
ا
ج
ه
ح

٣ر



انما يكون فى المساكن الشمالية واما فى الجنوبية فبالعكس من ذلك وليفهم ذلك فيما ياتى من بعد من ذكر الشمال والجنوب وليكن الافق ـ ا ب ج د ـ والدايرة الشمسية ـ ا ه ج ز ـ ونصف ـ ا ه ج ـ تحت الارض ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ ومعها كواكب ـ ب ـ ا ـ د ـ منها ـ ا ـ على الدائرة الشمسية و ـ ب ـ فى الشمال منها و ـ د ـ فى الجنوب فلأن هذه الكواكب حينئذ تكون فى طلوعات الخفية بالغدوات تكون طلوعاتها الظاهرة بعد ذلك فليكن هى كون الشمس فى ـ ه ـ ولأن الكواكب المتقاطرة(١) التى على فلك البروج يطلع ويغيب على التبادل معا فعند غروب ـ ا ـ يطلع ـ ج ـ ويصير نصف ـ ا ه ج ـ فوق الارض واذا كانت الشمس فى ـ ج ـ طالعة كان كوكب ـ ا ـ فى غروبه الخفى بالغدوات ويكون غروبه الظاهر بعد ذلك بقوس مساوية لقوس ـ ا ه ـ يخرج بها الكوكب عن ضوء الشمس وهى قوس ـ ج ز ـ و ـ ه ج ز ـ نصف دائرة وكان ـ ه ـ اول طلوعات كوكب ـ ا ـ الظاهرة و ـ ز ـ اول غروباته الظاهرة فاذا مابينهما نصف سنة ولأن كواكب ـ ب ـ ا ـ د ـ تطلع معا وكوكب ـ ب ـ يغيب بعد كوكب ـ ا ـ وكوكب ـ د ـ يغيب قبله فتبين ان ذلك انما يكون لكوكب ـ ب ـ فى اكثر من ذلك الزمان ولكوكب ـ د ـ فى اقل منه وذلك ما اردناه (٢) .

(٥) وليكن لبيان ذلك فى الكواكب الجنوبية والشمالية ليكن الافق ـ ا ب ج د والدايرة الشمسية ـ ا ه ج ز ـ وليكن كوكب ـ ب ـ من كواكب ـ ب ا د ـ فى الشمال وكوكب ـ ا ـ على الدائرة الشمسية وكوكب ـ د ـ فى الجنوب فنقول ان كوكب ـ ب ـ يحدث من طلوع الغدوات الظاهر غروب الغدوات الظاهر فى زمان اكثر من نصف سنة وكوكب ـ د ـ فى زمان اقل فلتكن المتوازيتان اللتان يتحرك عليهما كوكبا ـ ب ـ ا ـ دايرتى ـ ب ح ـ ا ط ـ فلأن كوكب ـ ب ـ يغيب بعد كوكب ـ ا ـ كان عند

(١) صف ج ـ المتناظرة (٢) الشكل الثالث ـ ٣

غروب كوكب ـ ا ـ كوكب ـ ب ـ فوق الارض ولكن اذا غاب ا ـ طلع ـ ج ـ فليغب ـ ا ـ عند ـ ط ـ وليطلع ـ ج ـ عند ـ ك ـ وليصر حينئذ وضع البروج كدائرة ـ ن ك ـ ل ط ـ ونصف ـ ا ه ج ـ الذى كان تحت الارض كنصف ـ ط ن ك ـ وهو فوق الارض ويصير قوس ـ ا ه ـ قوس ـ ط ن ـ و ـ ه ـ التى كانت الشمس فيها عند اول طلوع ـ ب ـ الظاهر بالغدوات هى ـ ن ـ وليكن الجزء الذى يطلع عند غروب ـ ب ـ فى ـ ح هو ـ م ـ فاذا كانت الشمس فى ـ م ـ كان غروب ـ ب ـ خفيا بالغدوات واول الغروبات الظاهرة يكون بعد ذلك ولا محالة تقطع الشمس قوسا حتى يخرج كوكب ـ ب ـ عند الغروب عن ضوء الشمس وليكن هى قوس م ع ـ وتكون مساوية لقوس ـ ط ن ـ اعنى قوس ـ ا ه ـ فتكون قوس ع ك ـ اعظم من قوس ـ ط ن ـ ونأخذ ـ ن ك ـ مشتركة فتكون قوس ن ك ع ـ اعظم من قوس ـ ط ن ك ـ وقوس ـ ط ن ك ـ نصف الدائرة فقوس ـ ن ك ع ـ اعظم من النصف واول الطلوعات الظاهرة بالغدوات حين تكون الشمس فى ـ ن ـ واول الغروبات الظاهرة بالغدوات حين تكون فى ـ ع ـ فاذا يكون ما بينهما اعظم من نصف السنة وذلك ما اردناه (١) .

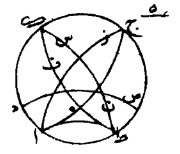
(و) وايضا كوكب ـ د ـ تحدث ذلك فى زمان اقل من نصف السنة وذلك لأن ـ ا ـ اذا غابت عند ـ ط ـ غابت ـ د ـ قبل ذلك فى مدارها عند ـ ص ـ وصارت وضع البروج كما ذكرنا ـ و ـ ا ه ـ مثل ـ ط ن والجزء الذى يطلع عند غروب ـ د ـ يكون على قوس ـ ط ن ك ـ قبل نقطة ـ ك ـ وليكن ـ س ـ فاذا كانت الشمس عند ـ س ـ وطلعت غاب كوكب ـ د ـ غروبا خفيا بالغدوات ويجب ان تقطع الشمس قوسا يخرج بها د ـ عن ضوء الشمس الى ان يظهر غروبه بالغدوات وليكن هى قوس ـ س ك ف ـ وتكون مساوية لقوس ـ ا ه ـ اعنى ـ ط ن ـ فيكون ـ ك ف ـ

(١) الشكل الرابع ـ ٤ اصغر

كم



الطلوع و الغروب ص٦


ك
ح
ه
ز
س
ف
م
د
و
ن
ط
ا

اصغر من ـ ط ن ـ ونجعل ـ ن ك ـ مشتركة فيكون جميع ـ ن ك ف ـ اصغر من ـ ط ن ك ـ و ط ن ك ـ نصف دائرة فقوس ـ ن ك ف ـ اصغر من نصف دائرة ـ و ـ ن ـ اول الطلوعات الظاهرة بالغدوات ـ و ف ـ اول الغروبات الظاهرة بالغدوات فاذا ما بينهما اقل من نصف السنة وذلك ما اردناه (١).

(ز) كل كوكب من الثوابت على فلك البروج فانه يحدث من طلوع العشيات الظاهر غروب العشيات الظاهر في نصف سنة وكل كوكب شمالي عنها فانه يحدثه في اكثر من ذلك فكل كوكب جنوبي عنها فانه يحدثه في اقل من ذلك وليكن الافق ـ ا ب ـ ج د ـ ودائرة الشمس ـ ا ه ـ ج ز ـ ونصف ا ه ج ـ تحت الارض فاذا كانت الشمس على ـ ج ـ فليطلع من كواكب ب ـ ا ـ د ـ ب ـ في الشمال ـ و ـ ا ـ على دائرة الشمس و ـ د ـ في الجنوب فتكون طلوعاتها خفية بالعشيات وتكون طلوعاتها الظاهرة بالعشيات قبل ذلك وليكن ذلك عند كون الشمس في ـ ه ـ ولكون الاجزاء المتقاطرة (٢) من دائرة الشمس متبادلة في الطلوع والغروب يكون اذا طلع ـ ج ـ وكانت الشمس في ا ـ غاب في ـ ا ـ وغاب معها كوكب ـ ا ـ ويكون غروبه غروبا خفيا بالعشيات ويكون غروبه الظاهر بالعشيات قبل ذلك فليكن ذلك والشمس في ـ ز ـ و ـ ا ز ـ مساوية ـ لج ه ـ فيكون ـ ه ج ز ـ نصف دائرة ويكون لذلك من طلوعه الظاهر بالعشيات الى غروبه الظاهر بالعشيات نصف سنة ويتبين من ذلك كون ذلك لكوكب ـ ب ـ في زمان اكثر منه ولكوكب ـ د ـ في زمان اقل على ما مر ويتبين هذه بعينها في الطلوعات والغروبات الخفية ويستبين من ذلك ان سكان خط الاستواء يحدث عندهم (٣) كل كوكب من طلوع الغدوات الى غروبها الشبيه به ومن طلوع العشيات الى غروبها الشبيه به ازمنة متساوية كان الكوكب شماليا اوجنوبيا وذلك لأن وضع الكل

---

(١) الشكل الخامس ـ ه (٢) صف ج ـ المتناظرة (٣) صف ق ـ عنهم

عند هم بحيث تكون الكواكب التى تطلع معا تغيب معا وبالعكس (١) .

(ح) كل كوكب يطلع و يغرب من الثوابت فان طلوعه مع الشمس يكون فى كل عام بالتقريب مرة وكذلك غروبه واعنى بطلوعه مع الشمس الصباحى الخفى وكذلك فى غروبه الصباحى فليكن الافق ـ ا ب ج د ـ ودائرة الشمس ـ ا ه ج ز ـ واذا طلعت الشمس من ـ ا ـ فليطلع معها كوكب ـ د طلوعا خفيا بالغدوات ولكون الشمس فى كل دورة مارة بنقطة ـ ا ـ كان من الواجب ان جعلت الدورة فى ايام تامة ان يطلع ـ د ـ معها فى كل سنة طلوعا خفيا بالغدوات حقيقيا فان نقص فى دوراتها جزء من دورة امكن ان يكون فيه اختلاف ولم يطلع كوكب ـ د ـ بالحقيقة معها .

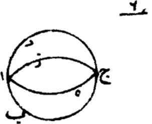
وذلك انه قد وجد بالرصد ان كل كوكب من غير المتحيرة يخفى عن ضوء الشمس فى خمسة عشر درجة والسنة للشمس تكون من دورات تامة ومن ربع دورة فطلوع كل كوكب منها الخفى بالغدوات الحقيقى يكون فى قريب من سنة وكذلك تبين انه ايضا تغيب معها كذلك وذلك ما اردناه (٢)

(ط) كل كوكب من الثوابت يحدث من طلوع الغدوات الخفى طلوع العشيات الخفى فى قريب من نصف سنة ومن غروب العشيات الخفى غروب الغدوات الخفى فى مثاله ايضا فنعيد الشكل ولتكون الشمس فى ـ ا ـ وليطلع معها كوكب ـ د ـ فان قطعت الشمس نصف ـ ا ه ج ـ فى نصف السنة وكان من الايام التامة فهى تغيب على نقطه ـ ج ـ ويحدث طلوع العشيات الخفى لكوكب ـ د ـ بالحقيقة فى تلك المدة وان لم يقطعه فى الايام التامة امكن ان يقع فيه اختلاف يسير ولم يغب الكوكب معها على الحقيقة فيحدث ذلك فى قريب من نصف سنة بالتقريب وكذلك القول فى حدوث غروب الغدوات الخفى من غروب العشيات الخفى وذلك ما اردناه (٣) .

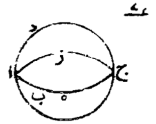
(ى) كل كوكب من الثوابت على دائرة البروج فانه يحدث بعد آخر

(١) الشكل السادس ـ ٦ (٢) الشكل السابع ـ ٧ ـ (٣) الشكل الثامن ـ ٨

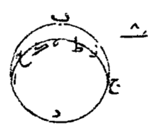
٦

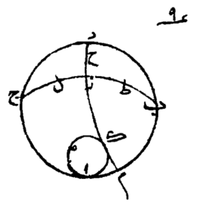


٧



٨





ظهوراته بالعشيات ظهورا بالغدوات بعد ان يخفى ايا ما وليالى فليكن الافق ـ ا ب ج د ـ ودائرة الشمس ـ ج ا ه ـ ولتسر الشمس من ـ ج ـ الى ـ ه وليكن الكوكب ـ ه ـ على دائرة البروج وليكن اول احاطة ضوء الشمس بكوكب ـ ه ـ والشمس عند ـ ز ـ وآخر خفائه والشمس عند ـ ح ـ اعنى بهما ظهور العشيات الأخر وظهور الغدوات الاول فعند مرور الشمس بقوس ز ح ـ لا يظهر كوكب ـ ه ـ ولتكن الشمس مثلا عند ـ ط ـ وذلك لانها لا تطلع ظاهرا لكون الشمس طالعة قبلها ولا تغرب ظاهرا لأن آخر ظهورها بالعشيات كان عند ـ ز ـ فاذا لا يظهر عند كونها فى ـ ط ـ البتة .

وايضا لتكن عند ـ ك ـ وتبين بمثل ذلك انه لا يظهر عند ذلك ايضا فاذا صح ما ادعينا وذلك ما اردناه (١) .

(يا) كل كوكب من الثوابت جنوبى عن دائرة البروج فانه بعد آخر رؤيته المسائية يخفى ايا ما وليالى ثم يرى اول رؤيته الصباحية وتكون مدة خفائه بينهما اكثر من مدة خفاء الذى على دائرة البروج فليكن الافق ـ ا ب د ـ ج ـ والدائرة الابدية الظهور العظمى ـ ا ك ه ـ ووضع دائرة الشمس مثل ـ ب ج ـ وكوكب ـ ح ـ جنوبيا عن دائرة البروج ولتمر بنقطة ـ ح دائرة مماسة لدائرة ـ ا ك ه ـ وهى دائرة ـ د ح ك ـ فالنصف من الدائرة الخارجة من ـ ك ـ الى جهة ـ ح د ـ لا يلقى النصف من الدائرة التى تخرج من ـ ا ـ الى ناحية ـ م ب ـ وليكن كوكب ـ ز ـ على دائرة البروج ولتكن الشمس فى ـ ط ـ عند كون ـ ز ـ فى آخر رؤيته المسائية وفى ـ ل ـ عند كونه فى اول رؤيته الصباحية فاذا مرت الشمس بقوس ـ ط ل ـ لا يظهر كوكب ـ ز ـ ولأن كوكبى ـ ز ح ـ يغيبان معا وذلك لأن الواقع من مداريهما بين النصفين غير المتلاقيين المذكورين متشابهان بكون وقوع كوكبى ز ح ـ فى ضوء الشمس معا اول وقوعهما اعنى يكون ظهور العشيات الآخر لهما معا عند كون الشمس فى ـ ط .

(١) الشكل التاسع ـ ٩ .

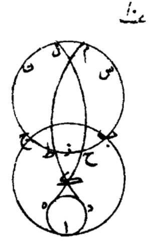
وايضا لانهما يغيبان معا فيكون ظهور كوكب – ز – قبل ظهور كوكب – ح – وكان اول ظهور كوكب – ز – عند كون الشمس فى – ل – يكون اول ظهور كوكب – ح – بعد كون الشمس فى – ل – فاذا كوكب – ح – يحدث من ظهور العشيات الاخر ظهور الغدوات الاول اذا غاب اياما وليالى اكثر مما يغيب فيها كوكب – ز – وان فرضنا كوكبا آخر على فلك البروج فيكون زمان خفائه مساويا لزمان خفاء كوكب – ز – وذلك لأن ازمنة خفاء جميع كواكب دائرة البروج متساوية وكل واحد منها ثلاثون ليلة فلذلك يكون زمان خفاء كوكب – ح – اكثر من زمان خفاء كل كوكب يكون على فلك البروج وبمثل ذلك تبين ان الكواكب الشمالية التى تغيب عن ضوء الشمس تغيب زمانا اقل من التى على دائرة البروج وقد بان انها جميعا تغيب فى خط الاستواء ازمنة متساوية لأن الكواكب التى تغيب معا عندهم تطلع معا وبالعكس وذلك ما اردناه (١) .

(يب) من الثوابت الشمالية التى تطلع وتغرب ما يرى كل ليلة ودائما فليكن الافق – اب ج – واعظم الابدية الظهور – اده – ودائرة البروج – ب زج – واذا كانت الشمس فى – ز – فليكن – ح – من كوكبى – ح – ط فى اول طلوع الغدوات الظاهر وكوكب – ط – فى آخر غروب العشيات الظاهر ونرسم على – ح ط – دائرتى – ل ح ك ه – م ط ك د – لعظيمتين يماسان دائرة – اده – على نقطتى – ه د – حتى يكون نصف دائرة – ه ك ح – غير ملاق لنصف دائرة – اج – منطبقا عليه فى المشرق ونصف دائرة – د ك ط غير ملاق لنصف دائرة – اب – منطبقا عليه فى المغرب وليكن – ك – كوكب ما فى الشمال نقول فهو يرى كل ليلة وليكن – ل ن – مساوية لزح – و – م س – مساوية – لزط – ولكون – زح – زط – متساويتين فانا وضعنا ان هذه الكواكب تخفى عن الشمس فى ازمنة متساوية وجعلنا كل واحد منهما نصف برج تكون – ل ن – س م – متساويتين ولأن – ح – يقاطر – ل

(١) الشكل العاشر – ١٠ .

وكان

عـ١٠



وكان طلوع كوكب ـ ح ـ عند كون الشمس فى ـ ز ـ ظاهرا بالغدوات وجب ان يكون طلوعه عند كون الشمس فى ـ ن ـ ظاهرا بالعشيات وذلك لكون ـ ز ح ـ ل ن ـ متساويتين فيكون الزمان الذى تمر فيه الشمس بقوس ز ج ن ـ من طلوع الغدوات الظاهر الى طلوع العشيات الظاهر لكوكب ح ـ وايضا لأن ـ ط ـ يقاطر ـ م ـ وكان غروب كوكب ـ ط ـ عند كون الشمس فى ـ ز ـ ظاهرا بالعشيات وجب ان يكون غروبه عند كون الشمس فى س ـ ظاهرا بالغدوات وذلك لكون ـ ز ط ـ م س ـ متساويتين فيكون الزمان الذى تمر فيه الشمس بقوس ـ س ب ز ـ من غروب الغدوات الظاهر الى غروب العشيات الظاهر لكوكب ـ ط .

ولأنه قد تبين ان الكوكب يرى طلوعه ظاهرا كل ليلة من طلوع الغدوات الظاهر الى طلوع العشيات الظاهر صار كوكب ـ ح ـ يرى طالعا كل ليلة مدة مرور الشمس بقوس ـ ز ج ن ـ ولكن كوكب ـ ك ـ يطلع مع كوكب ـ ح ـ فكوكب ـ ك ـ يرى طالعا كل ليلة هذه المدة .

وايضا لأن الكوكب يرى غروبه ظاهرا كل ليلة من غروب الغدوات الظاهر الى غروب العشيات الظاهر صار كوكب ـ ط ـ يرى غاربا كل ليلة مدة مرور الشمس بقوس ـ س ب ز ـ ولكن كوكب ـ ك ـ يغرب مع كوكب ـ ط ـ فكوكب ـ ك ـ يرى غاربا كل ليلة هذه المدة فاذا كوكب ـ ك ـ يرى كل ليلة اما غاربا واما طالعا مدة مرور الشمس بقوس ـ س ز ن .

نقول ومن البين انه يرى ايضا مدة مرور الشمس بقوس ـ ن ل م س ـ وليكن ـ ب ح ـ مساوية ـ لط ج ـ ويكون ذلك عند كون ـ ز منصفة لقوس ـ ب ز ج ـ التى هى فوق الارض ويكون ايضا ـ ج ل مساوية ـ لم ب ـ و ـ ج ن ـ لس ب ـ ويكون كل واحدة من ـ ج ن ـ س ب برجين وكان كل واحدة من ـ ز ح ـ ز ط ـ نصف برج وكل واحد من

ج ن ـ س ب ـ يكون اعظم من كل واحد من ـ ج ن ـ س ب ـ ز ح ز ط ـ ولأن بعد قوس ـ ن ل ـ م س ـ فى الجهتين من الافق فى مثل هذا الوضع اعظم من القوس الذى يخفى بضوء الشمس كان كل كوكب يقع فى هذا الوقت فى النصف الظاهر من الفلك مرئيا ظاهرا فكوكب ـ ك ـ يرى ظاهرا فى هذا الوقت فاذا كوكب ـ ك ـ يرى كل ليلة وذلك ما اردناه . (١)

(يج) كواكب فلك البروج والتى تكون شمالية عنه لا يرى تسير جميع نصف الكرة الظاهرة اما الجنوبية التى لا تكون قريبة منه فانه قد يمكن ان يرى تسير جميع ذلك فلتكن دائرة ـ ا ب ج د ـ الافق ـ و ـ ب د ه ـ دائرة البروج ـ و ـ ا د ج ناحية المشرق وليكن كوكب ـ ا ـ فى الشمال وكوكب ـ د ـ على دائرة البروج وكوكب ـ ج ـ فى الجنوب وليكن ـ د ه ب ـ النصف الذى تحت الارض ولتظهر كواكب ـ ا ـ د ـ ج ـ والشمس عند ـ ه ـ ولأن الكواكب المتقاطرة على دائرة البروج تطلع وتغرب على التبادل معا يكون اذا غاب ـ د طلع ـ ب ـ ويصير نصف ـ د ه ب ـ فوق الارض ويكون غروب ـ د بالنهار فاذا ليس يرى كوكب ـ د ـ متحركا فى جميع نصف الكرة الظاهر ولان كوكب ـ ا ـ يغيب بعد كوكب ـ د ـ فهو ايضا يغيب بالنهار ولا يرى متحركا فى جميع نصف الكرة الظاهر ولأن كوكب ـ ج ـ يطلع ـ مع ـ د ـ ويغيب قبله فمن الممكن ان يرى متحركا فى جميع نصف الكرة الظاهر وذلك لأنه قد يمكن ان يرسم موازية لمعدل النهار مثل دائرة ـ ج ح ـ تكون القطعة الظاهرة منها مثل قوس ـ ج ح ـ اصغر شبها من قطعة تقطعها الشمس تحت الارض من الموازية التى هى عليهما مدة طلوع القوس من فلك البروج التى يطلع فى زمان كون ـ ج ـ فوق الارض وذلك ما اردناه (٢).

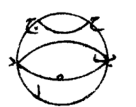
(يد) كل كوكب يكون من طلوعه الخفى بالغدوات الى غروبه الخفى بالغدوات اقل من نصف سنة فهو فى زمان نقصانه عن نصف السنة يكون طالعا وغاربا عند كون

---

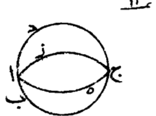
(١) الشكل الحادي عشر ـ ١١ (٢) الشكل الثانى عشر ـ ١٢

الشمس

ع ۱۱



ع ۱۲



الطلوع والغروب ص۱۲

الشمس تحت الارض وفى زمان مساوله لا يكون طالعا ولا غاربا عند كون الشمس تحت الارض فليكن الافق ـ ا ب ج د ـ ودائرة الشمس ـ ا ه ج ز ـ وليطلع كوكب ـ د ـ فى الجنوب مع الشمس وهى فى ـ ا ـ فهو فى طلوعه الخفى بالغدوات فيكون له من طلوعه الخفى بالغدوات غروب خفى بالغدوات فى اقل من نصف سنة وليكن غروبه الخفى بالغدوات والشمس فى ـ ه ـ فزمان مرور الشمس بقوس ـ ا ه ـ هو الزمان الذى من طلوع كوكب ـ د ـ الخفى بالغدوات الى غروبه الخفى بالغدوات وزمان مرورها بقوس ـ ه ج ـ هو زمان نقصان ذلك الزمان عن نصف سنة ولان عند طلوع ـ د ـ يكون ابدا فلك البروج على وضع واحد بعينه فيكون نصف ـ ا ه ج ـ من فلك البروج فى ذلك الوضع ابدا تحت الارض ونصف ـ ج ز ا ـ فوق الارض فيكون فى جميع زمان مرور الشمس بقوس ـ ا ه ج ـ طلوع كوكب ـ د ـ حين تكون الشمس تحت الارض فلا محالة اذا كانت الشمس تمر بقوس ـ ه ج ـ وكانت تحت الارض طلع كوكب ـ د ـ وان لم يظهر طلوعه ولتكن قوس ـ ا ز مقابلة لقوس ـ ه ج ـ ولان غروب ـ د ـ الخفى بالغدوات يكون عند كون الشمس فى ـ ه ـ يكون اذا طلعت الشمس من ـ ه ـ غاب كوكب ـ د ـ ويكون حينئذ نصف ـ ه ج ز ـ تحت الارض ونصف ـ ز ا ه ـ فوقها فيكون فى جميع زمان مرور الشمس بقوس ـ ه ج ز ـ غروب كوكب ـ د ـ حين تكون الشمس تحت الارض فلا محالة اذا كانت الشمس تمر بقوس ـ ه ج ـ وكانت تحت الارض غاب ـ د ـ وقد مرانها اذا مرت ايضا بقوس ـ ه ج ـ وكانت تحت الارض طلع ـ د ـ فاذا طلوع ـ د ـ وغروبه واجب عند مرور الشمس بقوس ـ ه ج ـ وكونها تحت الارض ـ

نقول واذا مرت بقوس ـ ز ا ـ تحت الارض لم يطلع كوكب ـ د ولم يغرب وذلك لان نصف ـ ا ه ج ـ عند طلوع ـ د ـ يكون تحت الارض فعند طلوع ـ د ـ اذا كانت الشمس فى قوس ـ ز ا ـ كانت فوق الارض

لا محالة واذا كانت تحت الارض لم يكن ـ د ـ طالعا وبمثله تبين انها اذا كانت تحت الارض فى قوس ـ زا ـ لم يكن ـ د ـ ايضا غاربا وذلك ما اردناه (١) .

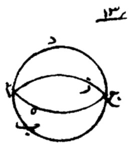
(يه) كل كوكب يكون من طلوعه الخفى بالغدات الى غروبه بالغدوات اكثر من نصف سنة فهو فى زمان زيادته على نصف السنة لايكون عند كون الشمس تحت الارض طالعا ولاغاربا وفى زمان آخر مساوله يكون طالعا وغاربا عند كون الشمس تحت الارض فنعيد الافق ودائرة الشمس وليطلع كوكب ب ـ فى الشمال مع الشمس وهى فى ـ ا ـ فهو فى طلوعه الخفى بالغدوات فيكون له غروب خفى بالغدوات بعد اكثر من نصف السنة والشمس فى نقطة ـ ز فالزمان الزائد على نصف السنة هو زمان مرور الشمس بقوس ـ ج ز ـ ولا يكون عند كونها فى قوس ـ ج ز ـ تحت الارض لنقطة ـ ا ـ ولالكوكب ـ ب ـ طاوع لان طلوعه انما كان قبل ذلك وايضا ليكن ـ اه ـ مثل ـ ج ز ـ فلان الشمس اذا طلعت فى ـ ز ـ غاب كوكب ـ ب وغاب معه ـ ه ـ المقاطر ـ از ـ وكان حينئذ نصف ـ ز اه ـ تحت الارض ونصف ه ج ز ـ فوقها فيغرب ـ ب ـ فلا يكون عند كون ـ ج ز ـ تحت الارض لنقطة ـ ب ـ غروب فاذا ليس لكوكب ـ ب ـ عند كون الشمس فى قوس ز ج ـ تحت الارض طلوع ولا غروب .

ثم نقول ولأن طلوع ـ ب ـ انما يكون مع طلوع ـ ا ـ وحينئذ يكون اه ج ـ تحت الارض وغروب ـ ب ـ انما يكون مع غروب ـ ه ـ وحينئذ يكون ـ زاه ـ تحت الارض فيكون فى زمان كون الشمس فى قوس ـ اه بشرط كونها تحت الارض لكوكب ـ ب ـ لا طلوع ولا غروب معا وذلك ما اردناه (٢) .

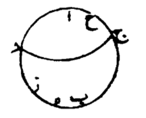
تمت المقالة الاولى

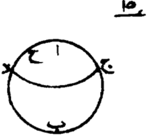
(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ (٢) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ ـ .

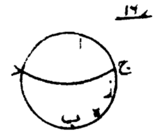
المقالة


١٣
د
ز
ا
ج
ه
ب


١٤







الطلوع والغروب ص١٥

المقالة الثانية

كا شكلا

الاشكال

(ا) البر ج الذى تطلع فيه الشمس من الدائرة الشمسية يكون ابدا خفيا ولا يظهر له طلوع ولا غروب والذى يقابله يكون الليل كله ظاهرا ولا يكون ايضا طلوعه ظاهرا ولا غروبه فلتكن دائرة الشمس ــ ا ب ــ والافق ــ ج د ــ والمشرق ــ د ــ والمغرب ــ ج ــ فلندر الكل من ــ د ــ الى ــ ا ــ و الشمس من ــ د ــ الى ــ ب ــ وليكن ــ د ه ــ برجا وننصفه على ــ ز ــ ولتكن الشمس فى ــ ز ــ وليكن البرج المقابل ــ له ج ح ــ ولانا وضعنا اختفاء خمسة عشر درجة فى كل جهة عن الشمس فاذا كانت الشمس فى ــ ز كان ــ د ــ يحدث طلوع الغدوات الظاهر ــ و ــ ه ــ يحدث غروب العشيات الظاهر وكان جميع ــ د ه ــ مختفيا غير ظاهر الطلوع و الغروب وكذلك قوس ج ح ــ المقابلة لها على القطر لان ــ ه د ــ اذا طلعت غابت ــ ج ح وبالعكس فهى ايضا لاترى طالعة ولا غاربة لكنها تحدث حركة ظاهرة طول الليل فوق الارض فقط وذلك ما اردناه (١).

(ب) البرج الذى يتقدم الشمس يرى طالعا بالغدوات والذى يتلوها يرى غاربا بالعشيات فلنعد دائرتى البروج والافق وبرج الشمس كما كان وليكن د ح ــ البرج الذى يتقدم على برج ــ د ه ــ و ــ ه ط ــ البرج الذى يتأخر عن برج ــ د ه ــ فلان بعد ــ ج د ــ عن الشمس وهى فى ــ ز ــ اكثر من قوس الاختفاء فهو يرى طالعا بالغدوات قبل طلوع الشمس ولان طلوع ــ ه ط بعد طلوعها فى النهار فبرج ــ ه ط ــ لا يرى طالعا لكن يرى غاربا بالعشيات وذلك ما اردناه (٢) .

---

(١) الشكل الخامس عشر ــ ه ــ (٢) الشكل السادس عشر ــ ١٦ .

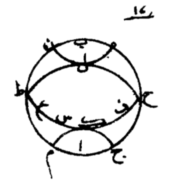
(ج) فى زمان لليل انما يرى احد عشر برجاستة يتقدم طلوعها قبل دخول الليل وخمسة يطلع فى الليل ونعيد دائرتى البروج والافق وليكن برج الشمس ج ه ـ والشمس فى منتصفه وهو ـ ز ـ فظاهران ـ ج ـ يحدث غروب العشيات فنصف ـ ج ا د ـ فيه ستة بروج وهى قد طلعت قبل دخول الليل والخمسة الباقية تطلع فى الليل قبل ان يأخذ برج ـ ه ج ـ فى الطلوع وذلك ما اردناه (١).

(د) كل واحد من الثوابت فانه يصير من الطلوع الصباحى الى الطلوع المسائى فى خمسة اشهر فليكن الافق ـ ا ب ـ و مدار الانقلا بين ـ ج م ـ ه ن ودائرة البروج ـ ح ك ـ ط ل ـ وليكن ـ م ط ن ـ كواكب على الافق وليكن برج الشمس ـ ط س ـ والشمس فى وسطه وهو ـ ع ـ فكواكب م ـ ط ـ ن ـ فى اول طلوع الغدوات الظاهر ولتتحرك الشمس خمسة بروج ولتنته الى ـ ف ـ فلان ـ ع ط ـ نصف برج يبقى ـ ف ح ـ نصف برج وعند كون ـ ح ـ على الافق والشمس فى ـ ف ـ يكون لكواكب ـ م ط ن ـ طلوع العشيات الظاهر فاذا من طلوعها بالغدوات الظاهر الى طلوعها بالعشيات الظاهر خمسة اشهر وذلك ما اردناه (٢)

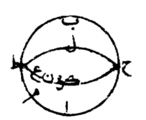
(ه) كل واحد من الثوابت فان طلوعاته وغروباته الصباحية يكون بعد امثالها بسنة ونعيد الافق ودائرة البروج وليكن ـ م ـ كوكبا ونفصل ـ ط ن نصف برج فاذا كانت الشمس فى ـ ن ـ كان ـ ط م ـ طالعين بالغدوات اول طلوعها الظاهر ونفصل لليوم والليلة التى بعده ـ ن س ـ وليكن ـ ط ع مساويا ـ لن س ـ فع س ـ ايضا نصف برج وعند كون الشمس فى ـ س ـ كان لكوكب ـ ع ـ اول ظهوره بالغدوات ولا يكون لكوكبى ـ ط م اول ظهورهما ولا بعد ذلك الا بعد ان تدور الشمس كل قوس ـ س ك

(١) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ (٢) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ (٣) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ

١٧



١٨



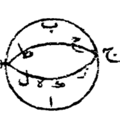
١٩



هكذا هو شكل زفى نقل قسطا

الطلوع والغروب ص ١٦





الطلوع والغروب ص١٧

ط ل ح ن ـ فانها اذا عادت الى ـ ن ـ حدث لكوكبى ـ ط ـ م ـ ظهورهما الاول تارة اخرى وكذلك القول فى طلوع العشيات وذلك ما اردناه (١) .

ونعيد الصورة لغروب الغدوات لكوكب ـ م ـ الشمالى فلأن كوكب ـ م ـ اميل الى الشمال من كوكب ـ ط ـ وكان يطلع معه وليس يغيب معه فهو يغيب مع كوكب يتبع كوكب ـ ط ـ لامحالة وليغب مع كوكب ز ـ وليكن ـ ز ـ مقاطرا ـ لس ـ ونفصل ـ س ع ـ نصف برج فاذا كانت الشمس فى ـ ع ـ كان لكوكب ـ س ـ اول طلوعه الظاهر بالغدوات ولكوكب ـ ز ـ الغروب الظاهر بالغدوات فكوكب ـ م ـ ايضا يغيب بالغدوات ولتقطع الشمس فى يوم بليلته ـ ف ع ـ ونفصل ـ س ق ـ مثله فيكون ـ ق ف ـ مثل ـ س ع ـ نصف برج فاذا كانت الشمس ـ فى ـ ف ـ كان لكوكب ـ ق ـ اول طلوعه بالغدوات ولم يكن ـ لس ـ لأنه يطلع قبل ن ـ فلم يكن ـ لز ـ ولا ـ لم ـ الغروب الظاهر بالغدوات ولا ايضا اذا كانت الشمس فى نقطة غير ـ ف ـ الا اذا دارت الشمس دورة واحدة وعادت الى ـ ع ـ وذلك انما يكون فى سنة وكذلك القول فى غروب العشيات (٢) .

(و) كل كوكب على دائرة البروج فانه يصير من طلوعه الصباحى الى طلوعه المسائى ومن طلوعه المسائى الى غروبه الصباحى ومن غروبه الصباحى الى غروبه المسائى ومن غروبه المسائى الى طلوعه الصباحى لكنه يصير من طلوعه الصباحى الى طلوعه المسائى فى خمسة اشهر ويرى فى هذا الزمان طالعا ومن طلوعه المسائى الى غروبه الصباحى فى شهر واحد ولايرى فى هذا الزمان طالعا ولا غاربا ويكون ظاهر اجل الليل ومن غروبه الصباحى الى غروبه المسائى فى خمسه اشهر ويرى فى هذا الزمان غاربا ومن غروبه المسائى الى طلوعه الصباحى فى شهر واحد ويكون فى هذا الزمان خفيافليكن الافق ـ اب ودائرة البروج ـ ج د ـ وليكن كوكب ـ د ـ على المشرق ونفصل نصف

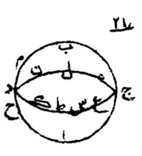
---

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ (٢) الشكل العشرون ـ ٢٠ ـ وبهامش صف ق ـ هو شكل (ز) فى نقل قسطا .

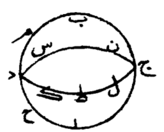
بر ج وهو ـ د ه ـ و نفصل ايضا ـ ز ج ـ ج ح ـ ط د ـ مثل ذلك فاذا كانت الشمس على ـ ه ـ حدث لكوكب ـ د ـ طلوع بالغدوات واذا كانت على ـ ح ـ حدث غروب بالغدوات فلتكن القوس التى تقطعها الشمس فى يوم بليلته ـ ه‍ك ـ ونفصل ـ دل ـ مثلها ـ فلك ـ نصف بر ج واذا كانت الشمس فى ـ ك ـ رؤى ـ كوكب ـ ل ـ طالعا بالغدوات ولكن يطلع قبل ذلك كوكب ـ د ـ فاذا هو ليس يرى اول طلوعه بالغدوات يكون رؤيته كذلك دائما الى ان تنتهى الشمس الى ـ ز ـ ويكون ذلك فى خمسة اشهر لان ـ ه ز ـ خمسة برو ج وكذلك نبين ان الشمس اذا كانت تمر بقوس ـ ز ج ح ـ يكون الكوكب لا طالعا ولا غاربا واذا كانت تمر بقوس ـ ح ط ـ يرى غاربا واذا كانت تمر بقوس ـ ط د ه ـ يكون خفيا وذلك ما اردناه (١).

(ز) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج يتقدم غروب غدواتها طلوع غدواتها والجنوبية عنها يتقدم طلوع غدواتها غروب غدواتها فنعيد الافق ودائرة البروج وليكن كوكب ـ د ـ على المشرق وكوكب ـ ح ـ اميل الى الشمال وقد مران كوكب ـ ح ـ يطلع مع كوكب ـ د ـ ولا يغيب معه بل يغيب مع بعض مايتبعه فليغب مع ـ ط ـ وليقاطر ـ ط ـ كوكب ـ ه ونفصل ـ دك ـ نصف برج ـ وـه ل ـ ايضا نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على نقطة ـ ك ـ طلع كوكب ـ د ـ بالغدوات وطلع كوكب ـ ح ـ معه بالغدوات واذا كانت على نقطة ـ ل ـ طلع ـ ه ـ بالغدوات وغاب معه ط ـ فغاب ـ ح ـ بالغدوات ففى الزمان الذى تمر الشمس بقوس ـ ك ج ل صار كوكب ـ ح ـ من طلوع الغدوات الى غروب الغدوات وفى الزمان الذى تمر بقوس ـ ل ك د ـ صار من غروب الغدوات الى طلوع الغدوات وقوس ـ ك ج ل ـ اعظم من قوس ـ ل د ك ـ فلا يتقدم ـ ك ـ فمصيره من غروب الغدوات الى طلوع الغدوات لا يكون اولا ومن طلوع

(١) الشكل الحادى والعشرون ـ ٢١ .


٢١
ب
م
ق
ل
ه
د
ج
ح
ك ط س ع
ا

٢٢/



الطلوع والغروب صـ١٩

الغدوات الى غروب الغدوات يكون اخيرا وايضا ليكن ـ م ـ اميل الى الجنوب وهو يطلع مع ـ د ـ ولا يغيب معه بل يغيب مع بعض ما يتقدم فليغب مع ـ ن ـ وليقاطر ـ ن ـ س ـ و نفصل ـ س ع ـ نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ك ـ طلع ـ د ـ بالغدوات فطلع معه ـ م ـ بالغدوات واذا كانت على ـ ع ـ طلع ـ س ـ بالغدوات وغاب معه ـ ن ـ فغاب م ـ بالغدوات ففى الزمان الذى تمر الشمس بقوس ـ ك ط ع ـ صار كوكب ـ م ـ من طلوع الغدوات الى غروبها وفى الباقى بخلاف ذلك والزمان الاول اقل من الثانى فنقطة ـ ك ـ تتقدم نقطة ـ ع ـ فسيره من طلوع الغدوات الى غروب الغدوات يكون اولا وبالعكس يكون اخيرا على ضد ما كان فى كوكب ـ ح ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ح) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج يتقدم غروب عشياتها طلوع عشياتها والجنوبية منها يتقدمها طلوع عشيام غروب عشياتها ونعيد الافق ودائرة البروج مع كوكبى ـ ح ـ م ـ و ـ ح ـ يطلع ـ مع ـ د ـ ويغيب مع ـ ط ـ لما مر ونفصل ـ ط ـ ك ـ نصف برج وكذلك ـ ج ل ـ فلأن الشمس اذا كانت على ـ ك ـ غاب ـ ك ـ بالعشى وغاب معه ـ ح ـ بالعشى واذا كانت على ـ ل ـ غاب ـ ج ـ بالعشى فطلع ـ د ـ ومعه ـ ح ـ بالعشى وقوس ـ ل ج د ك ـ اعظم من قوس ـ ك ط ل ـ وكذلك زمانه ـ وك ـ يتقدم ـ ل ـ فغروب ـ ح ـ بالعشيات يتقدم طلوعه بالعشيات وطلوعه بالعشيات يتأخر عن غروبه بالعشيات وايضا ليطلع ـ م ـ مع ـ د ـ وليغرب مع ـ س ـ ونفصل ـ ن س ـ نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ن ـ غاب ـ س ـ بالعشى ومعه ـ م ـ واذا كانت على ـ ل ـ غاب ـ ج ـ بالعشى فطلع معه ـ د ـ ومعه ـ م ـ بالعشى وقوس ـ ل ج ن ـ اصغر من قوس ـ ن د ل ـ فلا يتقدم ـ ن ـ وكذلك يكون طلوع ـ م ـ بالعشيات يتقدم

---

(١) الشكل الثانى والعشرون ـ ٢٢ .

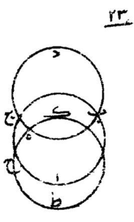
غروبه بالعشيات وغروبه يتأخر عن طلوعه وذلك ما اردناه (١) .

(ط) الكواكب التى تقع على احدى موازيه معدل النهار فزمان خفاء الشمالى منها عن دائرة البروج اقل من زمان خفاء الجنوبى منها عنها فليكن الافق ـ اب ج ـ ودائرة البروج ـ ج ه د ـ ونرسم موازيه لمعدل النهار عليها ـ ط ح ك ـ وليكن ـ ح ـ من كواكب ـ ح ه ك ـ اميل الى الشمال من دائرة البروج و ـ ه ـ عليها و ـ ك ـ اميل الى الجنوب فلأن كوكب ـ ح ـ من كوكبى ـ ح ـ ه ـ شمالى عن دائرة البروج وكوكب ـ ه ـ عليها يكون زمان خفاء ـ دح ـ اقل من زمان خفاء ـ ه ـ وبمثل ذلك زمان خفاء ه ـ اقل من زمان خفاء ـ ك ـ فزمان خفاء ـ ح ـ اقل كثيرا من زمان خفاء ـ ك ـ وذلك ما اردناه (٢) .

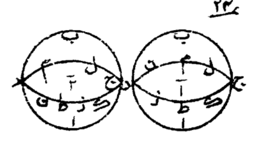
(ى) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج الطالع التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها اقل من برج يصير من طلوع الغدوات الى طلوع العشيات فى خمسة اشهر وفى هذا الزمان ترى طالعة ومن طلوع العشيات الى غروب الغدوات فى اكثر من شهر ولا ترى فيه طالعة ولا غاربة من غروب الغدوات الى غروب العشيات فى خمسة اشهر وترى فيها غاربة ومن غروب العشيات الى طلوع الغدوات فى اقل من اشهر وتكون فيه خفية فليكن الافق ـ اب ـ ودائرة البروج ـ ج د ـ وكوكب ـ د ـ على المشرق و ـ ه ـ شماليا عن دائرة البروج وليطلع مع ـ د ـ وليغب مع كوكب يتبعه وهو ـ ز ـ فدز ـ اقل من برج وهى اما ان يكون اقل من نصف برج اويكون اعظم والصورة الاولى للاول والثانية للثانى ونفصل قوس نصف برج وهى ـ د ط ـ ونفصل ايضا ـ ج ك نصف برج و ـ زن ـ نصف برج وليكن ـ ل ـ مقاطرا ـ لز ـ و ـ ل م ـ نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ط ـ طلع ـ د ـ بالغداة ومعه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ك ـ غاب ـ ج ـ بالعشى وطلع ـ د ـ معه بالعشى فطلع ـ ه

(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ . (٢) الشكل الرابع والعشرون ـ ٢٤ ايضا

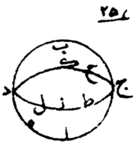
٢٣



٢٤



الطلوع والغروب ص ٢٠



الطلوع والغروب ص٢١

ايضا معه بالعشى فكوكب ـ ه ـ يصير من طلوع الغدوات الى طلوع العشيات فى مدة مرور الشمس بقوس ـ ط ك ـ وهى خمسة اشهر .

وايضا اذا كانت الشمس على ـ م ـ طلع ـ ل ـ بالغداة وغاب حينئذ ـ ز ـ فغاب ـ ه س ـ معه فكوكب ـ ه ـ يصير من طلوع العشيات الى غروب الغدوات فى مدة مرور الشمس بقوس ـ ك ج م ـ وهى اكثر من برج بقدر ـ ل ج ـ فالمدة اكثر من شهر .

وايضا اذا كانت الشمس على ـ ن ـ غاب كوكب ـ ز ـ بالعشى فغرب معه ـ ه ـ بالعشى فكوكب ـ ه ـ يصير من غروب الغدوات الى غروب العشيات فى مدة مرور الشمس بقوس ـ م ن ـ وهى خمسة اشهر ايضا ويبقى قوس ـ ن ط ـ من غروب العشيات الى طلوع الغدوات وهى اقل من برج فمدته اقل من شهر وينبغى ان يتوهم فيما بعد اشياء شبيهة بما قلنا فى هذين الشكلين فى اشكال يشبهها وذلك ما اردناه (١) .

(يا) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج الطالعة التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها برج فهى لا يخفى اصلا ويكون فى ليلة بعينها غروب عشياتها الاخر وطلوع غدواتها الاول ثم يحدث لها طلوع العشيات فى خمسة اشهر ثم غروب الغدوات فى شهرين ثم غروب العشيات وطلوع الغدوات فى الاشهر الخمسة الباقية فلنعد الافق ودائرة البروج مع كوكب ـ ه ـ الشمالى الطالع مع ـ د ـ وليغب ـ ه ـ مع ـ ز ـ وليكن ـ د ز ـ برجا وننصفه على ـ ل ـ ونجعل ـ ح ـ مقاطرا ـ لز ـ ونفصل ـ ج ط ـ نصف برج وكذلك ح ط ـ فظاهر ان الشمس اذا كانت فى ـ ل ـ طلع ـ د ـ بالغدوات ومعه ه ـ وغاب ـ ز ـ بالعشيات ومعه ـ ه ـ فيكون لكوكب ـ ه ـ ليلتئذ طلوع بالغدوات وغروب بالعشيات فهو لايخفى ولا فى ليلة فان خفاء الكواكب انما يكون فيما بين هذا الغروب وهذا الطلوع وظاهر ايضا ان الشمس اذا كانت فى ـ ط ـ كان ـ لد ـ طلوع بالعشيات ـ و ـ ه ـ يطلع بالعشيات معه

(١) الشكل الخامس والعشرون ـ ٢٥

واذا كانت فى ـ ك ـ كان ـ لح ـ طلوع بالغدوات ـ و ـ له ـ غروب بالغدوات حينئذ ويغرب ـ ه ـ معه بالغدوات من ـ ط ـ الى ـ ك ـ يكون من طلوع عشياته الى غروب غدواته وهو برجان فيكون ذلك فى شهرين وتبقى قوس ـ ل ط ـ و قوس ـ ك د ل ـ وكل واحد منهما خمسة برج فيكون فيهما الحالان الباقيان وذلك ظاهر وذلك ما اردناه (١) .

(يب) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الطالعة التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها اكثر من برج تصير بعد طلوع غدواتها الظاهر الى غروب عشياتها الظاهر وفى هذا الزمان يظهر فى كل ليلة اذا غابت بالعشى وطلعت بالغداة ثم يصير الى الطلوع الظاهر بالعشيات ثم الى الغروب الظاهر بالغدوات فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الطالع مع ـ د ـ وليغرب مع ـ ز ـ وليكن ـ د ز ـ اكثر من برج ونفصل كل واحدة من ـ ح ز ـ د ط ـ نصف برج وليقاطر ـ ز ـ م ـ وليكن ايضا ـ ج ك ـ نصف برج و ـ م ل ـ نصف برج فظاهر ان الشمس اذا كانت عند ـ ط ـ طلع ـ د ـ وطلع ـ ه ـ معه بالغدوات واذا كانت عند ـ ح ـ غاب ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ بالعشيات فطلوع الغدوات متقدم على غروب العشيات والشمس اذا مرت بقوس ـ ط ح ـ يبين ـ ه (٢) ـ بالعشيات غاربا وبالغدوات طالعا ولأن آخر غروب العشيات عند كون الشمس فى ـ ح ـ يكون اذا جازت نقطة ـ ح ـ طلوع الغدوات ظاهرا فقط وايضا اذا انتهت الشمس الى ـ ك ـ غاب ـ ج بالعشيات وطلع ـ د ـ فطلع معه ـ ه ـ فيكون هناك طلوع ـ ه ـ بالعشيات وايضا اذا كانت الشمس عند ـ ل ـ طلع ـ م ـ بالغدوات وغاب ـ ز ـ بالغدوات فغاب معه ـ ه ـ فيكون ـ له ـ غروب بالغدوات ظاهر وذلك ما اردناه (٣) .

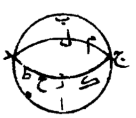
(يج) الكوكب الجنوبية عن فلك البروج الطالعة التى بعد درجات غروبها

---

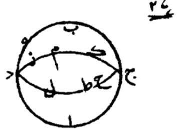
(١) الشكل السادس والعشرون ـ ٢٦ (٢) فى ر ـ ط (٣) الشكل السابع والعشرون ـ ٢٧ .

عن

٢٦

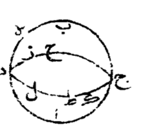


٢٧



الطلوع والغروب ص ٢٢.

ع٢٨



عن درجات طلوعها اقل من برج فانها تصير من طلوع الغدوات الى طلوع العشيات ثم الى غروب الغدوات فى اقل من ثلاثين ليلة ثم الى غروب العشيات ثم الى طلوع الغدوات ويخفى زمانا اكثر من خفاء الكواكب التى على دائرة البروج فنعيد الافق ودائرة البروج وليطلع كوكب ـ ه ـ الجنوبى مع ـ د ـ وليغب قبل ـ د ـ مع ـ ز ـ وليكن ـ ز د ـ اقل من برج وليكن ـ ح ـ مقاطرا لز ـ و ـ نفصل ـ ط ج ـ ح ك ـ م ز ـ د ل ـ كل واحد منها نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ل ـ طلع ـ د ـ بالغدوات طلوعا ظاهرا اولا فيطلع معه ـ ه ـ و ـ اذا كانت على ـ ط ـ غاب ـ ج ـ بالعشى فطلع ـ د آخر طلوعه بالعشى وطلع معه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ك ـ طلع ـ ح بالغدوات فغاب ـ ز ـ وغاب معه ـ ه ـ ومدة قطعها قوس ـ ط ح ج ك ـ اقل من شهر واذا كانت على ـ م ـ غاب ـ ز ـ وغاب معه ـ ه ـ ويكون مدة الخفاء ما يقطع فيها قوس ـ م ز د ل ـ وهى اكثر من برج فاذا ثبت ما ادعينا وذلك ما اردناه . (١) وقس عليه ان كان ـ ز ـ د ـ نصف برج او اكثر من ذلك .

(يد) الكواكب الجنوبية عن فلك البرج الطالعة التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها برج واحد تظهر فى ليلة واحدة طالعة بالعشاء وغاربة بالغداة ويخفى زمانا اكثر من الزمان الذى تخفى فيه الكواكب التى على دائرة البروج فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الطالع مع ـ د ـ الغارب مع ـ ز وليكن ـ ز د ـ برجا وليقاطر ـ ز د ط ـ وننصف ـ ط ج ـ على ـ ك ونفصل ـ ح ـ ز ـ د ـ ل ـ كل واحد نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ل ـ طلع ـ د ـ بالغدوات ومعه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ك ـ غاب ج ـ فطلع ـ د ـ ومعه ـ ه ـ وطلع ايضا ـ ط ـ فغاب ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ و يكون ليلتئذ لكوكب ـ ه ـ طلوع بالعشاء وغروب بالغداة واذا كانت على ـ ح ـ غاب ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ ويكون كوكب ـ ه ـ مدة مرور الشمس

---

(١) الشكل الثامن والعشرون ـ ٢٨ .

بقوس ـ ج ز د ل ـ وهى برجان خفيان فاذا ثبت ما قلناه وذلك ماار دناه (١)

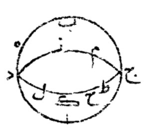
(يه) الكواكب الجنوبية عن فلك البروج الطالعة التى بعددرجات غروبها عن درجات طلوعها اكثر من برج تصير بعد الغدوات الظاهرة الى غروب الغدوات الظاهرة ثم الى طلوع العشيات ثم الى غروب العشيات وترى فى كل ليلة طالعة وغاربة من غروب الغدوات الى طلوع العشيات فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الطالع مع ـ د ـ الغارب مع ـ ز ـ وليكن قوس ز ـ د ـ اكثر من برج وليقاطر ـ ز ح ـ وليكن كل واحد من ـ د ل ـ ح ك ـ ط ج ـ م ز ـ نصف برج فاذا كانت الشمس فى ـ ل ـ طلع ـ د ـ بالغدوات ومعه ـ ه ـ واذا كانت فى ـ ك ـ طلع ـ ح ـ فغارب ـ ز ـ ومعه ه ـ اولابالغدوات واذا كانت فى ـ ط ـ غاب ـ ج ـ وطلع ـ د ـ ومعه ـ ه ـ آخرا بالعشيات ويكون ـ ه ـ مدة كون الشمس فيما بين ـ ك ط ـ طالعة بالعشيات وغاربة ـ بالغدوات واذا كانت فى ـ م ـ غاب ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ فاذا صح ما ادعينا وذلك ما اردناه (٢) .

(يو) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الغاربة التى بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها اقل من برج يكون الحكم فيها كما قدمنا فى الشمالية الطالعة فنعيد الافق ودائرة البروج وليكن ـ ج ـ على المغرب ـ و ـ ه ـ فى الشمال غاربا معه وليطلع ـ ه ـ مع ـ ز ـ و ـ ز ـ يتقدم ـ ج ـ وقوس ـ ز ج ـ اقل من برج وليكن اولا اقل من نصف برج وليقاطر ـ ز ح ـ ونفصل ـ ز ج ط ـ نصف برج وكذلك كل واحد من ـ ج ك ـ ل ح ـ د م ـ فلأن الشمس اذا كانت فى ـ ط ـ طلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ بالغدوات اولا و اذا كانت فى ـ ل ـ غاب ـ ح ـ فطلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ بالعشيات اخيرا واذا كانت فى ـ م ـ طلع ـ د ـ فغاب ـ ج ـ ومعه ـ ه ـ بالعشيات اخيرا وكل واحدة من قوسى ـ ط ل ـ م ك ـ خمس بروج وقوس ـ ل د م ـ اكثر من برج

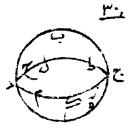
(١) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩ (٢) الشكل الثلاثون ـ ٣٠.

وهى

٢٩

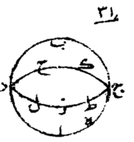


٣٠



الطلوع والغروب ص٢٤





الطلوع والغروب ص٢٥

وهى التى لاترى فيها طالعة ولا غاربة وقوس ـ ك ج ط ـ اقل من برج وهى قوس الخفاء فاذا صح ماذكرنا وقس عليه اذا كان ـ ز ج ـ اكثر من نصف برج وذلك ما اردناه (١) .

(يز) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الغاربة التى بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها برج واحد يكون الحكم فيها كما تقدمنا فى الشمالية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ لطالع مع ـ ز ـ وليكن ـ ز ج ـ برجا وننصفه على ـ ط ـ وليكن ـ ز ـ مقاطرا لح ـ ونفصل ـ ك ح ـ د ل ـ كل واحد نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ط ـ كان ـ ز ـ طالعا بالغدوات اولا وكان ـ ه ـ معه وكان ـ ج ـ غاربا لعشيات اخيرا ومعه ـ ه ـ كان ـ ه ـ ليلتئذ غاربا بالعشاء آخر غروباتها وطالعا بالغداة اول طلوعاتها واذا كانت على ـ ك ـ كان ـ ح ـ غاربا ـ و ـ ز طالعا بالعشيات آخر طلوعاتها ومعه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ل ـ كان ـ د طالعا و ـ ج ـ غاربا بالغدوات اول غروباتها ومعه ـ ه ـ وكل واحد من قوسى ـ ط ج ك ـ ل ز ط ـ خمسة بروج وقوس ـ ك ح د ل ـ برجان فاذا صح ما ادعينا وذلك ما اردناه (٢) .

(يح) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الغاربة التى بعد درجهات طلوعها عن درجات غروبها اكثر من برج يكون الحكم فيها كما قدمنا فى الشمالية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ الطالع مع ز ـ و ـ ح ـ المقاطر ـ لز ـ وليكن ـ ز ج ـ اكثر من برج ونفصل كل واحد من ـ زك ـ ط ج ـ ل ح ـ د م ـ نصف برج فلان الشمس اذا كانت فى ك ـ طلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ بالغدوات اول طلوعه واذا كانت فى ـ ط ـ

---

(١) الشكل الثلاثون ـ ٣٠ ـ (٢) الشكل الحادى والثلاثون ـ ٣١ ـ

غاب ــ ج ــ ومعه ــ ه ــ آخر غروبه بالعشيات فيكون اول طلوع كوكب ه ــ بالغدوات قبل آخر غروبه بالعشيات ويكون مادامت الشمس تمر بقوس ك ط ــ غاربا بالعشيات طالعا بالغدوات .

ثم اذا كانت فى ــ ل ــ غاب ــ ح ــ وطلع ــ ز ــ ومعه ــ ه ــ وهو آخر طلوعاته بالعشيات واذا كانت فى ــ م ــ طلع ــ د ــ وغاب ــ ج ومعه ــ ه ــ وهو اول غروباته بالغدوات وظاهر ان كل واحدة من قوسى م ط ــ ك ج ل ــ خمسة بروج وان قوس ــ ل د م ــ اعظم من برجين بقدر قوس ــ ك ط ــ فاذا ثبت ما قدمناه وذلك ما اردناه (١) .

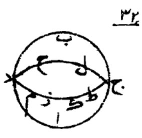
(يط) الكواكب الجنوبية من دائرة البروج الغاربة التى بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها اقل من برج يكون حكمها حكم الجنوبية الطالعة .

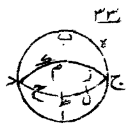
فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ــ ه ــ فى الجنوب غاربا مع ج ــ وطالعا مع ــ ز ــ وليكن ــ ج ز ــ اولا اقل من نصف برج و ــ ح ــ مقاطرا ــ از ونفصل ــ د ط ح ــ د ك ج ــ ل ز م ــ كل واحد نصف برج فاذا كانت الشمس على ــ م ــ طلع ــ ز ــ ومعه ــ ه ــ اول طلوعه بالغدوات واذا كانت على ــ ك ــ غاب ــ ح ــ وطلع ــ ز ــ ومعه ــ ه ــ آخر طلوعه بالعشيات واذا كانت على ــ ك ــ طلع ــ د ــ وغاب ــ ج ــ ومعه ــ ه ــ اول غروبه بالغدوات واذا كانت على ــ ل ــ غاب ــ ج ــ ومعه ــ ه ــ آخر غروبه بالعشيات ويكون كل واحدة من قوسى ــ م ك ــ ط ل ــ خمسة برج وقوس ــ ل ج م ــ اعنى قوس الخفاء اعظم من برج وقوس ــ ك د ط ــ اقل منه وقس عليه اذا كان ــ ج ز ــ اكثر من نصف برج وذلك ما اردناه (٢) .

(ك) الكواكب الجنوبية من دائرة البروج الغاربة التى بعد درجات

---

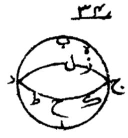
(١) الشكل الثانى والثلاثون ــ ٣٢ ــ (٢) الشكل الثالث والثلاثون ــ ٣٣ ــ



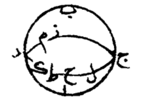


الطلوع والغروب ص٢٦

ش ٣٤



ش ٣٥



طلوعها عن درجات غروبها في برج فحكمها حكم الجنوبية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ الطالع مع ـ ز ـ ونجعل ـ ج ز ـ برجا وليكن ـ ح ـ مقاطرا ـ از ـ وننصف د ح ـ على ـ ط ـ ونفصل ـ ج ك ـ نصف برج وكذلك ـ ز ل ـ فلأن الشمس اذا كانت على ـ ل ـ طلع ـ ز ـ بالغدوات ومعه ـ ه ـ واذا كانت عند ـ ط ـ طلع ـ د ـ وغاب ـ ج ـ و معه ـ ه ـ وليلتئذ غاب ـ ح ـ و طلع ـ ز ـ و معه ـ ه ـ فيكون له طلوع بالعشاء وغروب بالغداة واذا كانت عند ـ ك ـ غاب ـ ج ـ و معه ـ ه ـ فيكون قوس الخفاء وهي قوس ـ ك ج ل ـ برجين وذلك ما اردناه (١) .

(كا) الكواكب الجنوبية من دائرة البروج الغاربة التي بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها اكثر من برج فحكمها حكم الجنوبية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ الطالع مع ـ ز ـ وليقاطر ـ ز ح ـ وليكن ـ ج ز ـ اعني ـ دح ـ اكثر من برج ونفصل كل واحد من ـ د ك ـ ح ط ـ ل ج ـ ز م ـ نصف برج فاذا كانت الشمس عند ـ م ـ طلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ اول طلوعه الصباحي واذا كانت عند ـ ك ـ طلع ـ د ـ وغاب ـ ج ـ ومعه ـ ه ـ اول غروبه الصباحي واذا كانت عند ـ ط ـ غاب ـ ح ـ وطلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ آخر طلوعه المسائي وكان ـ ه ـ مدة كون الشمس فيما بين ـ ك ـ ط ـ طالعا بالعشاء غاربا بالغداة واذا كانت عند ـ ل ـ غاب ـ ج ـ ومعه ـ ه ـ آخر غروبه المسائي ويكون كل واحد من قوسي ـ م د ط ـ ح ك ل ـ خمسة بروج وقوس ـ ل ج م ـ وهي قوس الخفاء اعظم من برجين بقدر قوس ـ ط ك ـ وذلك ما اردناه (٢) .

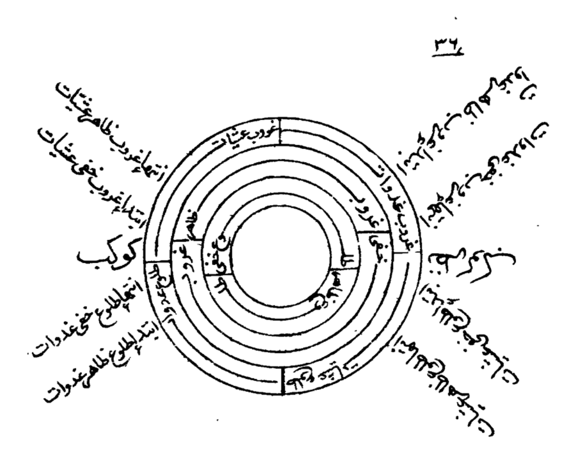
(١) الشكل الرابع والثلاثون ـ ٣٤ ـ (٢) الشكل الخامس والثلاثون ٣٥

آخر المقالة الثانية ـ وتم بتمامها كتاب اوطولوقس فى الطلوع والغروب بعون الله العظيم اللطيف وحسن توفيقه (ونقلت من الكتاب الذى كتب فى آخره هذه العبارة) .

فرغ المصنف رحمة الله عليه من تحريره فى ـ ز ب ـ
ـ وى ح ـ سنة خنج (١) والكاتب من كتبه
يوم السبت العشرين من رمضان سنة
تسع وسبعمائة حامدا ومصليا
فى مدينة تبريز ـ .

تمت

(١) كذا فى ر ـ وفى صف ق ـ والكاتب من نسخه (ز ه كو) شوال سنة (ذ لط) .


غروب عشيات
انتهاء غروب ظاهر عشيات
ابتداء غروب خفي عشيات
كوكب
انتهاء طلوع خفي غدوات
ابتداء طلوع ظاهر غدوات
غروب غدوات

كتاب فى المطالع

لايسقلاوس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى
فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لازالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ ﻫ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب ايسقلاوس فى المطالع

مما اصلحه الكندى وهو من نقل قسطا بن لوقا البعلبكى وهو يشتمل على ثلاث مقدمات وصدر وشكلين .

المقدمات

(١) اذا كانت مقادير عدتها زوج كقادير – اب – ب ج – ج د – د ه – ه ز – ز ح – وهى متتالية وزيادة بعضها على بعض متساوية واولها وهو – اب – اعظمها كانت زيادة نصفها الاول جميعا وهو – اد – على نصفها الاخير جميعا وهو – دح – مثل مضروب مربع نصف عدتها فى احدى الزيادات وذلك لأنه لما كانت زيادة – اب – على – ب ج – مساوية لزيادة – ده على – ه ز – فبالابدال زيادة – اب – على – ده – مثل زيادة – ب ج – على ه ز – ومثل زيادة – ج د – على – ز ح – وزيادة – اب – على – ده – وزيادة ب ج – على – ه ز – وزيادة – ج د – على – ز ح – جميعا مثل احدى الزيادات فى نصف المقادير وهو ثلاثة ولكن زيادة – اب – على – ده – هى مثل زيادة – اب – على – ب ح – وزيادة – ب ج – على – ج د – وزيادة ج د – على – ده – جميعا اعنى ثلاثة امثال زيادة – اب – على – ب ج – فاذا احدى الزيادات فى ثلاثة والحاصل فى ثلاثة هو زيادة – اد – على – د

ع١

٢٥ ١٨ ١٦ ١٤ ١٢ ١٥

ب ج د ه ز ح

ع٢

٢٥ ١٨ ١٦ ١٤ ١٢

ا ب ج د د ز

ع٣

٢٥ ١٨ ١٦ ١٤ ١٢ ١٥

ا ب ج د ه ز ح

فى المطالع ص٣

د ح ـ وذلك مضروب مربع نصف العدة فى احدى الزيادات وذلك ما اردناه (١) .

(ب) اذا كانت مقادير عدتها فرد كقادير ـ ا ب ـ ب ج ـ ج د ـ د ه ـ ه ز ـ وهى متتالية وزيادة بعضها على بعض متساوية واولها وهو ـ ا ب ـ اعظمها كان الجميع وهو ـ ا ز ـ مساويا لمضروب الاوسط فى عدتها وذلك لانه لما كانت الزيادات متساوية وعدة ـ ا ب ـ ب ج ـ ج د ـ مثل عدة ج د ـ د ه ـ ه ز ـ ففى نسبة المساواة تكون زيادة ـ ا ب ـ على ـ ج د ـ كزيادة ج د ـ على ـ ه ز ـ فاب ـ ه ز ـ معا كضعف ـ ج د ـ وهو ضرب ـ ج د فى عدتها وهى اثنان وايضا ـ ب ج ـ د ه ـ معا ايضا كضعف ـ ج د ـ وهو ضرب ـ ج د ـ فى عدتها وهى ايضا اثنان و ـ ج د ـ نفسه كضربه فى واحد فاذا الجميع كضرب ـ ج د ـ فى عدة الجميع وذلك ما اردناه (٢) .

(ج) اذا كانت مقادير عدتها زوجا كقادير ـ ا ب ـ ب ج ـ د ج ـ ـ د ه ـ ه ز ـ ز ح ـ وهى متتالية وزيادة بعضها على بعض متساوية واولها وهو ـ ا ب ـ اعظمها لجميعها مثل مضروب نصف عدتها فى كل عددين مزدوجين يؤخذ من طرفيها وذلك لأنه لما كانت زيادة ـ ا ب ـ على ب ج ـ مثل زيادة ـ ه ز ـ على ـ ز ح ـ كان جميع ـ ا ب ـ ز ح ـ لجميع ب ج ـ ه ز ـ وايضا ـ ب ج ـ مثل زيادة ـ ه ز ـ لجميع ـ ج د ـ د ه ـ وكل اثنين من هذه مزدوجين مأخوذين من طرفيها وعدتها نصف عدة المقادير فاذا مضروب نصف عدة المقادير فى احد مزدوجين منها يساوى جميع ـ اح ـ وذلك ما اردناه (٣) .

صدر

فلك البروج ينقسم بثلاث مائة وستين قسما متساوية وكله يطلع فى ثلاث مائة وستين جزءا من الزمان متساوية ونحن نسمى كل قوس من تلك جزءا

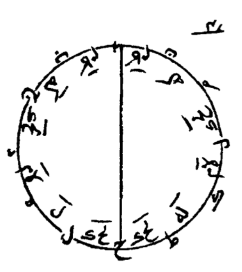
---

(١) الشكل الاول ـ ١ ـ (٢) الشكل الثانى ـ ٢ (٣) الشكل الثالث ـ ٣ .

مكانيا وكل جزء من هذه جزءا زمانياولنا ان نعرف فى كم جزء زمانى تطلع اىاجزاء مكانية فى كل بلدة نفرض بعد معرفتنا نسبة إطول النهار الى ا قصره فى تلك البلدة فلتكن البلدة اسكندرية ونسبة اطول نهاره الى ا قصره كنسبة سبعة الى خمسة يتبين ذلك من اظلال انصاف النهارعند الا تقلابين .

(ا) ولنفرض دائرة البروج ونخرج فيها قطر معدل النهار وهو ـ ا ح ـ ونقسمها باثنىعشر قسما متساوية للبروج الا ثنىعشرعلى نقط ـ ا ـ ب ج ـ د ـ ه ـ ز ـ ح ـ ط ـ ك ل ـ م ـ ن ـ وليكن ـ ا ـ اول الحمل و ـ ب ـ اول الثور وهكذا الى آخرها ولأن نسبة اطول النهار الى اقصره اعنى نسبة زمان طلوع قوس د ح ل ـ الى قوس ـ ل ا د ـ نسبة سبعة الى خمسة فاذا قسمنا الثلثمائة والستين على هذه النسبة خرج مطالع النصف الذى من اول السرطان مأتين وعشرة اجزاء زمانية ومطالع النصف الذى من اول الجدى مائة وخمسين جزءا ولأن مطالع ربعى ـ د ح ـ ح ل ـ متساويتان وكذلك مطالع ربعى ـ ا د ـ تكون مطالع كل واحد من ربعى ـ د ح ـ ح ل ـ مائة وخمسة اجزاء ومطالع كل واحد من ربعى ـ ل ا ـ ا د ـ خمسة وسبعون جزءا وزيادة ربع ـ ح د ـ على ربع ـ د ا ـ ثلثين ولأن قسى ـ ح ز ـ ز ه ـ ه د ـ د ج ـ ج ب ـ ب ا ـ عدتها زوج وابتداؤها فى الطلوع من اعظمها وهو ـ ح ز وزيادة بعضها على بعض متساوية بحسب ما اصطلح عليه مستعملو صناعات المطالع يكون النصف الاول على الثانى يزيد بمضروب مربع نصف عدتها فى احدى الزيادات على ماتبين فى المقدمة الاولى فلذلك اذا قسمنا الثلثين التى هى زيادة النصف الاول على الثانى على تسعة وهى مربع نصف العدة خرج ثلاثة وثلث وهى قدر فضل مطالع كل برج على الذى يليه وايضا لأن قسى ـ ح ز ـ ز ه ـ ـ ه د ـ عدتها فرد واعظمها فى الطلوع اولها ومقادير زياداتها متساوية بالاصطلاح يكون جميع زمان طلوعها مساويا لمضروب عدتها فى زمان اوسطها على ما تبين فى المقدمة الثانية فلذلك اذا قسمنا مطالع جميعها وهى مائة وخمسة

على



فى المطالع صح

على عدتها وهى ثلثة خرج خمسة و ثلثون و هى مطالع اوسطها اعنى مطالع قوس ـ ز ه ـ ومطالع ـ ح ز ـ يكون بحسب ذلك ثمانية وثلاثين وثلثين و مطالع ـ ه د ـ احد اوثلاثين و ثلثين وبمثل ذلك تكون مطالع ـ ب ج ـ خمسة وعشرين و مطالع ـ ج د ـ ثمانية وعشرين و ثلث ومطالع ـ ا ب ـ احدى وعشرين وثلثين ومعلوم ان القسى المتساوية المتساوية البعد عن معدل النهار تكون متساويه المطالع فمطالع كل واحد من البروج الستة التى فى نصف ـ ح ل ـ ايضا معلوم ومطالع كل برج كغارب نظيره فمطالع جميع البروج ومغاربها معلومة من ذلك وذلك ما اردناه (١) .

ثم ليكن ـ ا ب ـ ب ح ـ برجين شماليين متواليين و ـ ا ب ـ اعظمها فى المطالع فتكون زيادة مطالع ـ ا ب ـ على مطالع ـ ب ج ـ ثلاثة اجزاء وثلث ويزيد تفاضل مطالع اجزاء البروج بعضها على بعض فلان الزيادات متساوية واعظم المقادير هو الذى يلى ـ ا ـ تكون زيادة مطالع ـ ا ب ـ على مطالع ـ ب ج ـ مثل مضروب مربع نصف العدة فى احدى الزيادات بحكم المقدمه الاولى ولذلك اذا قسمنا ثلاثة اجزاء وثلث على مربع ثلاثين وهو تسعمائة خرج تفاضل مطالع كل جزء على الذى يليه ثلاث عشرة ثانية وثلث ثانية وليكن لمعرفة مطالع الاجزاء ـ ا ب ـ الحمل و مطالعه احد وعشرون جزءا وثلثين وليكن ـ ا ح ـ اول جزء منه ـ و ـ ز ب ـ آخر جزء منه فلان اجزاء ـ د ه ـ ز و ج و مطالعها متتالية متساوية الزيادات واولها وهو ـ ب ز ـ اعظمها مطالع يكون جميعها مساويا لمضروب نصف عدتها فى مزدوجين من طرفيها بحكم المقدمة الثالثة ولذلك فاذا قسمنا احدا وعشرين وثلثين على خمسة عشر خرج مطالع جزئى ـ ا ح ـ ز ب معا جزءا واحدا وستة وعشرين دقيقة وثلثى دقيقة ولكن زيادة مطالع ـ ز ب على مطالع ـ ا ح ـ تسعة وعشرين مرة مثل زيادة كل جزء على الذى يليه فاذا ضربنا ثلاث عشرة ثانية وثلث ثانية فى تسعة وعشرين بلغ ست دقائق وستة

(١) الشكل الرابع ـ ٤ .

وعشرين ثانية واربعين ثالثة فاذا مطالع ـ اح ـ اربعون دقيقة وست ثوان واربعون ثالثة فطالع ـ زب ـ ست واربعون دقيقة وثلاثة وثلثون ثانية وعشرون ثالثة واذا عرفنا مطالع الجزء وكانت الزيادات معلومة فطالع جميع الاجزاء معلومة وذلك ما اردناه (١) .

٥ تم كتاب ايسقلاوس فى المطالع وفرغ المحرر رحمة الله عليه من تحريره

(ز دى ه) ـ سنة ـ خنج ـ والكاتب من نسخة

(ز ه كو) شوال سنة (ذ ل ط)

---

(١) الشكل الخامس ـ ه ـ .

تمت الرسالة بعونه

ش

ا ح ز ب ج

فى المطالع صـ٦

الرسالة الشافية

عن الشك فى الخطوط المتوازية

للعلامــة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى
فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعـارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لازالت شموس
افاداتهـا بازغة وبدور
افاضاتها طالعةالى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ ﻫ

بسم الله الرحمن الرحيم

رب انعمت فزد

اقول بعد حمد الله ميسر كل عسير وجابر كل كسير ومجير كل مستجير والصلاة على محمد البشير النذير وعلى آله اهل كل خير وجير .

اعلم ان التعليمات باسرها وخصوصا الهندسيات مع وضوح مسالكها ووثاقة قواعدها لا يشبه سائر العلوم والصناعات فى ارتباط الاجزاء واشتباك المقدمات وصيرورة اكثر مسائلها التى هى الامهات مبادى لمسائل تأتى بعدها وتابى ان تستبين بدونها الى ان يتكامل عند الانتهاء الى الغايات ولا يخفى على من شذ اشيئا منها ابتناء معظم العلم بالاغراض الهندسية على معرفة الخواص الخطوط المتوازية واعراضها الذاتية التى بنى بنيانها على المصادرة المشكلة واستنتج برهانها من المقدمة الصعبة المعضلة التى لا تكاد تسلم قلوب الناظرين فى هذا العلم من تخالج شك فيها او تسريح افكار الخائضين فى هذا النوع من مقاساة طلب برهان عليها وهى التى اوردها صاحب كتاب الاصول فى اثناء مصادرات جعلها فواتح مقالته وعدها من المبادى الموضوعة التى يحال اثباتها على صناعة فوق صناعته .

فقال ان وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين وكانت الزاويتان الداخلتان اللتان فى جهة واحدة انقص من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة فلا بد من ان يلتقيا وليت شعرى اى صاحب صناعة يضمن للمهندس اثبات هذا العرض الذاتى لموضوع صناعة ومن العذير للمحال عليه من اهل

الصناعة

الصناعة العالية اذا خاض فيها خرج من فيه مفترا (١) بحو الته فان كانت من المبادى العالية البينة بانفسها فلم لم يجر مع اخواتها كقولهم الاشياء المتساوية لشيء واحد متساوية والكل اعظم من الجزء فى مضمارا وان كانت مما يحتاج الى بيان فلم لم يتسق مع سائر ما اشبهها من مسائل العلم فى مساق وماذلك الفرقان الخفى الذى افاد التميز الكلى بين قولهم (كل خطين وقع عليهما خط وصير مجموع داخليهما اقل من قائمتين فانهما يلتقيان وكل خطين وقع عليهما خط صير مجموع داخليهما غير اقل من قائمتين فانهما لا يلتقيان — ٢) حتى انخرط احدهما فى سلك الاوليات فاستغنى عن البيان وتأخر مقابله عن رتبة المسلمات فاحتاج الى البرهان او ما تلك الخصوصية التى استحق الواحد اياها لأن صار احد المباحث الفلسفية وبقى المحروم منها مع ما شاكلها فى المسائل الهندسية فلو تؤمل بعين الانصاف لوجدت هذه التى صودر بها مع التى برهن عليها فى الشكل السابع عشر من المقالة الاولى مسئلتان متجانستان وقضيتان متعاكستان لأن المرجع فى احديهما الى قولنا كل زاويتين تصيران زاويتى مثلث فانهما اقل من قائمتين وفى الاخرى الى قولنا كل زاويتين اقل من قائمتين فانهما ستصيران زاويتى مثلث فكيف يسوغ لأحد أن يجعلهما من علمين مختلفين او ينسبهما الى فنين متباينين هذا مع اهتمام صاحب الاصول بابانة ما هو أبين من هذه القضية وقيامه بايضاح ما هو اشد ظهورا من هذه المصادرة وذلك مثل قوله كل ضلعى مثلث مجموعين فهما اطول من ثالثهما وقوله الوتر الواصل بين طرفى كل قوس من محيط الدائرة يقع داخلها وقوله نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية وما اشبهها فان توهم متوهم ان هذين الخطين لميل احدهما عن الآخر يتقاربان عند الامعان فى المباعدة عن قاعدتيهما ويوشك ان ينتهى التقارب الى التلاقى فلذلك حكم عليهما بالتلاقى وانما اهمل بيان علة الحكم اتكالا على حدس المتعلم الذكى خطأه ما اثبتته القواعد الحكمية ونطقت بتصديقه القوانين التعليمية من تأتى التجربة فى المقادير المتصلة وكونها فى طبيعتها قابلة الانفصال والانقسام ما دامت باقية الذات على الاستمرار

---

(١) صف — معبرا (٢) من صف ق .

والدوام فان من ادعى لهذا الحكم يلزمه ان يجوز تقارب مقدارين يزداد قربهما باجزاء ما يكون بينهما من الابعاد المتجددة المتناقضة ابدا دائما من غير انتهاء الى وقوف عند حد او التقاء فظاهر أن هذا التجويز مما يعدل بالذهن عن الميل الى الحكم بتلاقى الخطين المفروضين جزما لا سيما وقد قام البرهان على وجود خطين لا يتلاقيان مع انهما ابدا يتقاربان وذلك فى القطع الزائد وأحد خطيه من اللذين لا يقعان عليه .

ثم ان جماعة تأخر زمانهم عن المبرزين فى هذا العلم لما نظروا بعين الانصاف وخلعوا ربقة الاعتساف اتضح لهم الحال فطلبوا لها حجة وانتهجوا اليها محجة فبلغ كل ما تيسر له وخاب عما عسر عليه لكنى لم اظفر فيما وقع الى ببيان شاف ولم اعثر فيما رأيت من كلامهم على برهان كاف بل وجدت من وجدته باحثا عنها يتمسك فى اثباتها بأنواع الحيل ويتمحل لايضاحها غاية التمحل .

فمنهم من بدلها بمصادرة اخرى قريبة منها فى الظهور والخفاء وهو ابو على بن الهيثم المتبحر فى الفن الرياضى .

ومنهم من اقام عليها برهانا مبينا على مقدمة لا يتقدمها الى الوضوح والجلاء وهو الحكيم العالم ابو الفتح عمر الخيامى .

ومنهم من بناها على مقدمة مغالطية لا يتروج على صاحب الفطنة والذكاء وهو الفاضل العباس بن سعيد الجوهرى وما وجدت كلام غير هؤلاء الثلاثة فى هذه المسئلة الى هذه الغاية وقد يسر الله تعالى لى بعد مطالعة كلامهم والوقوف على مزال اقدامهم طريقا واضحا مرتبا على سبعة اشكال يفى سابعها لحل هذه الاشكال ويشفى عن هذا الداء العضال لكنى رأيت ان اقدم ايراد ما عثرت عليه من المقالات واشير الى ما يرد عليه من النقوض والمعارضات ثم اردفها بما تيسر لى دلالة على ضالة الطلاب وعرضا على كافة اولى الالباب والقضاء عليه موكول الى ذهن من نظر وانصف واعتبر ولم يعتسف والله المستعان وعليه التكلان .

فصل

فصل

واما ابن الهيثم رحمه الله فقد استعمل فى كتابه الموسوم بحل شكوك كتاب اقليدس مكان هذه المقدمة مقدمة اخرى وزعم انها ابين عند الحس وأوقع فى النفس من هذه وذلك بعد احالته تصحيح هذه المصادرة مع اخواتها على كتاب آخر له سماه شرح المصادرات لم يقع الى نسخته الا انه قد أومأ فى هذا الكتاب اعنى حل الشكوك الى بيانا تها المذكورة فى ذلك الكتاب ايماء يظهر به خبطه فى كلامه وخلطه فنا بفن مباين له وعدم تمهره فى العلم الذى يصحح فيه مبادى الهندسة وقلة دربته بكيفية تصحيح اصول علم بوضع فى مباديه وصعا وضعا ويطالب الباحث عنه بتسلمها ثم مسامحة من غير ان يبنى على مسائل ذلك العلم المبنية عليها لكيلا يكون البيان دورا فانه قدلوح فى كلامه انه بين توازى الخطوط بأن فرض تحرك عمود قائم على خط (١) مستقيم مع حفظ القيام عليه حتى يتوهم من حركة طرفه الآخر حدوث خط مواز للخط الاول ثم بنى عليه تصحيح المقدمة المتنازع فيها فدل احتياجه الى طلب بدل لهذه القضية اظهر منها بعد أن زعم انه صححها بالبرهان على خبطه فى كلامه وبناؤه برهانه على استعمال الحركة التى هى من لواحق الاجسام الطبيعية فى الموضوعات التعلمية على خلطه فنا بفن وعدم تميزه بين هليته الشىء وماهيته الدالة على شرح اسمه وحقيقة ذاته على قلة دربته بكيفية تصحيح المبادى وتصحيحه بعض مصادرات علمه بصحة قيام عمود على كل خط التى هى احدى مسائل علمه على بنائه المبادى على المسائل من غير ضرورة وجميع ذلك على عدم تمهره فى العلم المصحح لأصول العلوم.

اما المقدمة التى زعم انها ابين عند الحس وأوقع فى النفس من هذه المصادرة واستعملها فى المواضع التى يحتاج فيها الى تلك المصادرات بدلا عنها فهى ان الخطين المستقيمين المتقاطعين لا يمكن ان يوازيا خطا واحدا مستقيما وأما وجه استعمالها مكان تلك المصادرة مثلا فى الشكل التاسع والعشرين

---

(١) صف ق ــ سطح .

وهو اول الاشكال المحتاج اليها فان يقال خطا – اب – ج د – متوازيان و قد وقع عليهما – ز ه – فزاويتا – اه ز – ه ز د – المتبادلتان متساويتان والا فنعمل على نقطة – ز – من خط – ز ه – زاوية – ه ز ح – مساوية لزاوية – ا ه ز – كما تبين فى الشكل الثالث والعشرين (ونخرج – ز ح – فى الجهتين وحينئذ يكون – اب – ز ح – متوازيين على ماظهر فى السابع والعشرين – ١) فيلزم ان يكون خطا – ز ح – ز د – المتقاطعين على – ز – موازيين لخط – اب – هذا خلف فاذا زاويتا – اه ز – ه ز د – المتبادلتان متساويتان وعلى هذا القياس فى سائر المواضع (٢) .

فينبغى ان يعرف حال هذه المقدمة وذلك بأن يعلم ان الخطوط المتوازية من حيث هى متوازية فصولا مقومة وخواص لازمة وأعراضا ذاتية غير مفارقة فمنها انها تكون بحيث اذا فرض اخراجها فى الجهتين الى غير نهاية لما اكتفت (٣)

ومنها ان الابعاد الواقعة بينها متساوية لا يتزايد ولا يتناقص فلا يميل بعضها الى بعض .

ومنها ان الاعمدة الواقعة على بعضها واقعة على الكل وكذلك الخطوط التى تقاطع البعض تقاطع الكل .

ومنها ان الزوايا المتبادلة الحادثة عند وقوع خط عليها متساوية والداخلة مساوية للخارجة والداخلتان معا متساويتان تائمتين وهكذا الى آخر تلك الخواص والاعراض فبعض هذه تكون لا محالة بينة لها وهى التى تقومها او تلزمها اولا لذاتها من غير واسطة يتخلل بينها وبعضها غير بينة فيتبين بتوسط تلك البينات وأولاها بأن يجعل حدا او رسما ابينها فلما نظر صاحب الاصول الى هذه الامور وجد أبينها فى العقل وأشهرها عند الجمهور اولاها اعنى امتناع الملاقاة مع فرض الاخراج الى غير نهاية بجعلها حد اشارحا لاسمها فى فواتح كتابه وجعل سائرها التى يحتاج الى بيان مسائل علمه وأوردها اشكالا فى

(١) سقط من صف – ج (٢) الشكل الاول – ١ – (٣) صف ق – التقت .

بط

ا ه ب

ج ز د

ح

مقالاته واما هليتها التى تصير بها الحد الشارح الاسم دالا على الماهية هى التى بينها فى الشكل الحادى والثلاثين بعد ذكر طرف صالح من الخواص والاعراض الذاتية ليتم بجمع ذلك مضافا الى الهلية تصور ماهيتها على الوجه العقلى وهكذا ينبغى ان يكون الترتيب الحكمى فيما شانه شانها ثم لما كان المفهوم من توازى الخطوط بحسب هذا الموضع من الصناعة هو كونها على وضع يمتنع تلاقيها مع الاخراج غير المتناهى كان المفهوم من قوله الخطان المتقاطعان لا يوازيان خطا غيرهما وهو أن الخطين المتقاطعين لا يصح ان يحكم عليهما معا بامتناع تلاقى خط غيرهما بل يجب ان يلاقيه احدهما فقط اوكلاهما ومعلوم ان هذه اخفى من المصادرة المشكوك فيها بكثير فضلا عن ان يكون ابين وأوضح .

وابن الهيثم توهم ان كون جميع الابعاد متساوية داخل فى مفهوم اسم التوازى دخول الضرورى وكان ذلك لازما غير بين انما يتبين فى كتاب الاصول بعد الوقوف على الشكل الثالث والثلاثين فاحتاج الى اثباته فى اثناء ذكر المبادى ليتم به الحد وأثبته بما اثبت به هلية الخطوط المتوازية وهو تحريك العمود الواقع على الخط مع حفظ قيامه عليه وانما قدم الهلية لعدم الامتياز بين الحد الشارح لمفهوم الاسم والحد الدال على الماهية ثم لما غير حد الخطوط المتوازية عما ذكره صاحب الاصول اعتبر خطين متقاطعين مع ثالث غير مقاطع لهما فوجدهما بحيث يمتنع تساوى جميع ابعاد كليهما عن ذلك الخط بل ان كان احدهما متساوى الابعاد عنه كان ابعاد مقاطعة فى احدى الجهتين متناقصة الى ان يقاطعه ايضا وفى الجهة الاخرى متزايدة ابدا فلذلك حكم بسلب التوازى بينهما معا بالاضافة الى ذلك الثالث اذ كان مفهوم التوازى اعنى تساوى الابعاد بحسب تصوره مسلوبا عنهما معا فصار هذه القضية اعرف عنده من تلك المصادرة وفيه ما فيه .

فصل

واما الخيامى رحمه الله فقد اورد فى المقالة الاولى من رسالته موسومة

بشرح ما اشكل من مصادرات كتاب اقليدس بيان هذا المطلوب فى ثمانية اشكال وذكرانها ينبغى ان تلحق بكتاب الاصول بعد الشكل الثامن والعشرين ونحن اثبتنا ها ها هنا بألفاظه ثم اشرنا الى مواضع الخلل فيها ليقف الباحث عليها ان شاء الله .

(ا) قال(شكل — ١) وهو — كط — من مقالة — ا — من الاصول خط — ا ب — مفروض ونخرج — ا ج — عمودا على — ا ب — ونجعل — ب د — عمودا على — ا ب — ومساويا لخط — ا ج — فهما متوازيان كما بينه اوقليدس فى شكل (كح) ونصل — ج د —

فأقول ان زاوية — ا ج د — مساوية لزاوية — ب ج د — برهانه نصل — ج ب — ا د — لخط — ا ج — مثل — ب د — و — ا ب — مشترك وزاويتا — ا ب — قائمتان فقاعدتا — ا د — ج ب — متساويتان وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فتكون زاويتا — ه ا ب — ه ب ا — متساويتين لخطا — ا ه — ب ه — متساويان فيبقى — ج ه — ج د — متساويين فتكون زاويتا — ه ج د — ه د ج — متساويتين و — ا ج ب — مثل — ا د ب — فزاويتا — ا ج د — ج د ب — متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(ب) شكل — ب — وهو — ل — من الاصول نعيد شكل — ا ب — ج د — ونقسم — ا ب — بنصفين على — ه — ونخرج عمود — ه ز — على — ا ب —

فاقول ان — ج ز — مثل — ز د — و — ه ز — عمود على — ج د برهانه نصل — ج ه — ه د — لخط — ا ج — مثل — ب د — و — ا ه — مثل — د ب وزاويتا — ا ب — قائمتان فقاعدتا — ج ه — ه د — متساويتان فيبقى — ب ه د — متساويتان فيبقى — ج ه ز — ز ه د — متساويتين وخط — ج ه — مثل ه د — و — ه ز — مشترك والزاويتان متساويتان فالمثلث مثل المثلث وسائر الزوايا والاضلاع النظائر متساوية فيكون — ج ز — مثل — ز د — وزاوية

(١) الشكل الثانى — ٢ —

الرسالة الشافية ش

٣

ب ه ا
د ز ج

خ ز ه ـ مثل ـ د ز ه ـ فهما قائمتان وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(ج) شكل ـ ج ـ وهو ـ لا ـ من الاصول ونعيد شكل ـ ا ب ج د ـ فأقول ان زاويتي ـ ا ج د ـ ب د ج ـ قائمتان برهانه نقسم ـ ا ـ ـ بنصفين على ـ ه ـ ونخرج عمود ـ ه ز ـ ونخرجه على استقامة ونجعل ـ ز ك ـ مثل ز ه ـ ونخرج ـ ح ك ط ـ عمودا على ـ ه ك ـ ونخرج ـ ا ج ـ ب د ـ فيقطعان ـ ح ك ط ـ على ـ ح ط ـ ونصل خط ـ ج ك ـ د ك ـ فخط ـ ج ز ـ مثل ـ ز د ـ و ـ ز ك ـ مشترك وهو عمود فقاعدتا ـ ج ك ـ ك د ـ متساويتان وزاويتا ـ ز ج ك ـ ز د ك ـ متساويتان فتبقى زاوية ـ ح ج ك مثل ـ ك د ط ـ وزاويتا ـ ج ك ز ـ ز ك ط ـ متساويتان فتبقى زاويتا ج ك ح ـ د ك ط ـ متساويتان وخط ـ ج ك ـ مثل ـ ك د ـ فيكون ـ ج ح ـ مثل ـ د ط ـ و ـ ح ك ـ مثل ـ ك ط ـ فزاويتا ـ ج ح ك ـ د ط ك ـ متساويتان .

ثم نقول زاويتا ـ ا ج د ـ ب د ج ـ ان كانتا قائمتين فقد حق الخبر وان لم تكونا قائمتين فتكون كل واحدة منهما اما اصغر من قائمة واما اكبر فليكن اولا اصغر من قائمة وتطبق سطح ـ ح د ـ على سطح ـ ج ب ـ فينطبق ـ ز ك ـ على ـ ز ه ـ وخط ـ ح ط ـ على ـ ا ب ـ فيكون خط ح ط ـ مثل ـ خط ـ ن س ـ لان زاوية ـ ح ج ز ـ اعظم من زاوية ا ج ز ـ فخط ـ ح ط ـ اعظم من ـ ا ب ـ وكذلك ان اخرج الخطان الى مالا نهاية له على هذا النسق يكون كل واحد من الخطوط الواصلة اعظم من الآخر ويتسلسل فخطا ـ ا ج ـ ب د ـ الى نهاية الاتساع وكذلك ان اخرج ـ ا ج ـ ب د ـ على استقامة من الجهة الاخرى كانا الى الاتساع بمثل هذا البرهان ويشابه حال الجانبين عند الانطباق فيكون خطان مستقيمان يقطعان مستقيما على قائمتين ثم يتسع البعد بينهما من جهتي ذلك الخط وهذا محال اولى عند تصور الاستقامة وتحقيق البعد بين الخطين وذلك مما تولاه الفيلسوف

---

(١) الشكل الثالث ـ ٣ ـ .

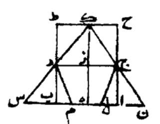
وان كان كل واحدة منهما اكبر من قائمة فيكون عند الانطباق خط – ح ط مثل – ل م – وهو اصغر من – ا ب – وكذلك جميع الخطوط الواصلة على هذا النسق فالخطان الى التضايق وان اخرجا الى الجهة الاخرى كانا الى التضايق ايضا لتشابه حالى الجهتين عند الانطباق وذلك مما يمكنك ان تعرف بادنى نظر وبحث وهذا محال ايضا لما ذكرنا واذا امتنع ان يكون الخطان متفاضلين فهما متساويان واذا كانا متساويين فالزاويتان متساويتان فهما اذا قائمتان (١) .

ثم قال بعد كلام طويل اورده لزيادة شرح هذا المعنى والبعد بين كل خطين هو الخط الواصل بينهما بحيث تكون الزاويتان الداخلتان متساويتين مثاله خطا – ا ب – ج د – مستقيمان فى سطح مستو وفرضنا على – ا ب – نقطة – ه – فالبعد بين – ه – وبين خط – ج د – خط – ه ز – وزاوية ه – مثل زاوية – ز – فاما كيف يخرج من نقطة – ه – الى خط – ج د – خط بحيث تكون الزاويتان الداخلتان متساويتين فالى المنهدس ليس على الحكيم المتولى لتصحيح مبادى الهندسة .

واما انه هل يمكن فلأنه يمكن ان يخرج من – ه – خطوط الى – ج د – غير متناهية على زوايا غير متناهية من كلتى الجهتين فى الخطين جميعا متفاضلات اصغر واكبر وكل ما يقدر فيه هذا المعنى اعنى التفاضل من الجانبين فى الصغر والكبر مع ان المقادير تنقسم الى ما لا نهاية له فلا محالة انه يمكن ان يقع التساوى كما تبين فى الشكل الاول ونفصل – ه ح – ز ط – متساويين ونصل خط – ح ط – فزاوية – ح – مثل – ط – فخط – ح ط – هو البعد فان كان – ح ط – اعظم من خط – ه ز – فالخطان الى الاتساع ونفصل ح ك – ط ل – متساويين ونصل – ك ل – فهو البعد فان كان – ك ل – اصغر من – ح ط – فالخطان الى التضايق وقد كانا الى الاتساع هذا محال اولى وإن كانا متساويين يلزم هكذا وإن كان – ح ط – اصغر من – ه ز – فالخطان الى التضايق فبهذا البيان يجب ان يكون – ك ل – اصغر من – ح ط –

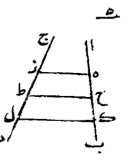
(١) الشكل الرابع – ٤ – .

والالزم

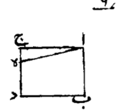


الرسالة الشافية ص١

ه



و



الرسالة الشافية ص١١

والا لزم المحال الاولى فقد بان ان الخطين المستقيمين فى سطح مستو اذا كانا الى التضايق فى جهة فلايجوز ان يتسع(١) فى تلك الجهة اصلاوكذلك اذا كانا الى الاتساع الا ان هذا البيان بيان غير هندسى انما هو بيان حكمى لكنى استعين فيه بالمثال ليكون ابين واظهر عند من لايكون له حدس جيد .

ومن الناس من يقول ان البعد بين نقطة على خط ومن خط آخر هو العمود الخارج الى الخط الاول غير مسا والعمود الاول فيكون بعد نقطة عن نظيرتها غير بعد نظيرتها عنها وهذا محال بل اذا كانت الزاويتان الداخلتان متساويتين كان ميل الخطين معا عن ذلك الخط الواصل ميلا واحدا فهو بالحقيقة يكون البعد بينهما لاغير .

وهذه المعانى خطرت ببال قدماء المهندسين فصادروا على القضية التى يطلب البرهان عليها ولما تبين انه اذا فرض خط مستقيم واخرج من طرفيه عمودان كانا بحيث اذا فصل منهما اى خطين متساويين كان البعد بينهما عمودا عليهما وكان الابعاد متساوية والخطان لايتضايقان ولا يتسعان فلنسم هذين العمودين المتحاذيين (٢)

(د) شكل ـ د ـ وهو ـ لب ـ من الاصول سطح ـ ا ب ج د ـ زواياه قائمة .

فأقول ان ـ ا ب ـ مثل ـ ج د ـ و ـ ا ج ـ مثل ـ ب د ـ برهانه ان لم يكن ـ ا ب ـ مثل ـ ج د ـ فيكون احدهما اعظم فليكن ـ ج د ـ اعظمهما ونفصل ـ د ه ـ مثل ـ ا ب ـ ونصل ـ ا ه ـ فتكون زاوية ـ ب ا ه ـ مثل زاوية ـ د ه ا ـ و ـ ب ا ه ـ اصغر من قائمة ـ و ـ د ه ا ـ اعظم من قائمة لانها خارجة من مثلث ـ ا ه ج ـ فتكون اعظم من زاوية ـ ج ـ القائمة هذا محال فخط ـ ا ب ـ مثل ـ ج د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٣) .

(ه) شكل ـ ه ـ وهو ـ لج ـ من الاصول خطا ـ ا ب ـ ج د ـ متحاذيان فأقول ان كل خط يكون عمودا على احدهما فهو عمود على الآخر برهانه نخرج

---

(١) صف ق ـ يقع (٢) الشكل الخامس ـ ه (٣) الشكل السادس ـ ٦

من نقطة ــ ه ــ عمودا على ــ ج د ــ وهو ــ ه ز ــ فأقول ان زاوية ــ ه ــ قائمة برهانه ان خطى ــ ا ب ــ ج د ــ حاصلان من عمود عليهما لامحالة كما بيناوهو ب د ــ فان كان خط ــ ب ه ــ مثل ــ د ز ــ فزاوية ــ ه ــ قائمة وان كان احدهما اعظم فينفصل من الاعظم مثل الاصغر وهو ــ ب ح ــ فصلنا ه من ــ ب ه ــ تكون زاوية ــ ح ــ القائمة مثل زاوية ــ ح ز د ــ وهو اقل من قائمة هذا محال فخط ــ ب ه ــ مثل ــ د ز ــ وزاوية ــ ه ــ قائمة وذلك ما اردنا ان نبين (١) ٠

(و) شكل ــ و ــ وهو ــ لد ــ من الاصول كل خطين متوازيين كما حده اوقليدس وهما اللذان لايلتقيان من غير شرط آخر فهما متحاذيان مثاله ــ ا ب ــ ج د ــ متوازيان فهما متحاذيان برهانه ليعلم نقطة ــ ه ــ ويخرج ــ ز ه ــ عمودا على ــ ج د ــ فان كان زاوية ــ ه ــ قائمة كان الخطان متحاذيين وان لم تكن قائمة فانا نخرج ــ ح ه ــ عمودا على ــ ه ز ــ فيكون ــ ح ه ط ــ ج ز د ــ متحاذيين وخطا ــ ب ه ا ــ ط ه ح ــ متقاطعان والبعد بين ــ ه ح ــ ه ا ــ يزداد الى ما لانهاية له والبعد بين ــ ه ح ــ ج ز ــ واحد الى ما لانهاية له لايزيد ولاينقص فيوشك ان يصير البعد بين ــ ا ه ــ و ــ ه ح ــ اعظم من ــ ه ز ــ الذى هو بعد المتحاذيين فخط ــ ه ا ــ اذا يقطع ــ ج ز ــ وقد فرضنا هما متوازيين هذا محال (٢) فزاوية ــ ا ه ز ــ ليست باعظم من قائمة ولا باصغر فهى اذا قائمة فخطا ــ ا ب ــ ج د ــ متوازيان اذا وذلك ما اردنا ان نبين (٣)

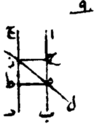
(ز) شكل ــ ز ــ وهو ــ له ــ من الاصول هذا الشكل هو نابت عن شكل كط ــ من مقالة ــ ا ــ اذا وقع خط مستقيم على خطين متوازيين فان الزاويتين المتبادلتين متساويتان والزاوية الخارجة مثل الداخلة والزاويتين الداخلتين مثل قائمتين مثاله خطا ــ ا ب ــ ج د ــ متوازيان وقد وقع عليهما خط ــ ك ز ه ل ــ

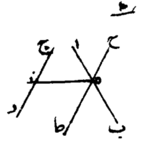
(١) الشكل السابع ــ ٧ (٢) صف ق ــ خلف (٣) الشكل الثامن ٨



ح ا ز ج
ه
د ط ب

الرسالة الثانية ص ١٢





الرسالة الشافية ص١٣

فأقول ان زاويتي ـ ل ز د ـ ا ه ز ـ المتبادلتان متساويتان وزاويتي ا ه ز ـ ج ز ه ـ الداخلتين مثل قائمتين وزاوية ـ ج زك ـ الخارجة مثل زاوية ـ ا ه ز ـ الداخلة برهانه انا نخرج من نقطة ـ ه ـ عمود ـ ه ط ـ على ـ ج د ـ فهو عمود على ـ ا ب ـ لأنهما متحاذيان ونخرج من ـ ز ـ عمودا على ـ ا ب ـ وهو ـ ز ح ـ فسطح ـ ه ط ز ح ـ قائم الزوايا فالخطوط المتقابلة منه متساوية فتكون زاوية ـ ح ه ز ـ مثل زاوية ـ ه ز ط ـ وهما متبادلتان و ـ ه ز ط ـ مثل ـ ج زك ـ فج زك ـ مثل ـ ا ه ز ـ الداخلة مثل الخارجة و ـ ه ز ط ـ مع ـ ج ز ه ـ مثل قائمتين فزاوية ـ ا ه ز ـ مع ـ ه ز ج ـ مثل قائمتين وذلك ما اردنا ان نبين(١) .

فقد بينا احكام المتوازية من غير احتياج الى المقدمة المطلوب برهانها التي قد صادر عليها اوقليدس وهذا برهانه .

(ح) شكل ـ ح ـ وهو ـ لو ـ من الاصول خط ـ ه ز ـ مستقيم وقد خرج عنه خطا ـ ه ا ـ ه ج ـ وزاويتا ـ ا ه ز ـ ج ز ه ـ اقل من قائمتين فاقول انهما يلتقيان في جهة ـ ا ـ برهانه نخرج الخطين على استقامة فتكون زاوية ـ ا ه ز ـ اصغر من ـ ه ز د ـ فنجعل زاوية ـ ح ه ز ـ مثل ه ز د ـ فخطا ـ ح ه ط ـ ج ز د ـ متوازيان كما بينه اقليدس في شكل كز ـ من مقالة ـ ا ـ وخط ـ ب ا ـ يقطع ـ ح ط ـ فهو اذا يقطع خط ـ ج د ـ في جهة ـ ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين فهذا هو البرهان الحقيقي على احكام المتوازيات وعلى المعنى المقصود نحوه والحق ان تلحق هذه الاشكال بكتاب الاصول على الترتيب الذي ذكر (٢)(الى هاهنا حكاية الفاظ الخيامي بعينها)

فأقول لايخفى على الناظر في هذا الكلام المتأمل ان جميع ما ذكره الى آخر الشكل الخامس حق لاريب فيه الا قوله في الشكل الثالث ونخرج اج ـ ب د ـ فيقطعان ـ ح ك ط ـ على ـ ح ط ـ فان هذا غير بين مما وضعه والاما اورده في آخر الشكل الثالث لزيادة الوضوح فانه يتوجه على ذلك

(١) الشكل التاسع ـ ٩ (٢) الشكل العاشر ـ ١٠ .

مواخذات منها قوله فى بيان امكان اخراج خط من نقطة على احد الخطين المفروضين الى الآخر بحيث تكون الزاويتان الداخلتان متساويتين على الوجه الحكمى دون الهندسى انه يمكن ان يخرج من – ه – خطوط الى – ج د – غير متناهية على زوايا غير متناهية من كلتا الجهتين فى الخطين الى قوله (فلامحالة انه يمكن ان يقع التساوى) فيقال له اولا انما يعرف كون تلك الزوايا متفاضلات غير متساويات بالهندسة فكيف يبنى الحكيم المتولى لتصحيح مبادى الهندسة بيانه على ذلك ولو سلم له معرفة كون بعضها اصغر وبعضها اكبر من الحادثة عند نقطة – ه – بغير الهندسة فمن اين يعلم انه يجب ان يقع بين الصنفين اعنى الصغريات والكبريات مساوية لتلك الزاوية المفروضة ببديهة العقل او بالبرهان اما دعوى البديهة فيه فممتنع على انه قد استبان بالبرهان وجوب كون بعض الزوايا فى صورة اخرى بهذه الصفة وهى التى تحدث من خروج خطوط غير متناهية من نقطة واحدة على محيط الدائرة الى نقطة اخرى ايضا على المحيط فتصير الدائرة بكل خط منها منقسمة الى قطعتين وتسمى تلك الزوايا الحادثة من المحيط وتلك الخطوط المستقيمة زوايا القطع(١) فان بعضها وهى التى قطعها ليست باكبر من نصف دائرة يكون ابدا اصغر من قائمة والباقية وهى التى يكون قطعها اكبر من نصف دائرة يكون ابدا اكبر من قائمة ويمتنع ان يكون بين تلك الصغريات والكبريات ما هى مساوية لقائمة قطعا كما تبين فى الشكل الثلاثين من المقالة الثالثة من الاصول واذا كان ذلك كذلك فكيف تدعى البديهة لوجوب وقوع مساويين كل صغريات وكبريات اتفقت .

واما البرهان المقتضى لوجوب هذا الحكم فى بعض الزوايا وهى المستقيمة الخطين ولا متناعه فى بعضها وهى التى تحيط بها الخطوط المستقيمة والمستديرة معا فلا يمكن ان يكون الا هندسيا فكيف يخرج صاحب المبادى من عهدة ما اوجب فى ذمة هذا الحكيم .

ومنها قوله ومن الناس من يقول ان البعد بين نقطة على خط وبين

(١) صف ق – القطاع .

خط

خط آخر هو العمود الخارج من تلك النقطة الى الخط وليس الحق كذلك .

فاقول انه فى هذا الموضع خالف الحق والمشهور المصطلح بين اهل الصناعة اما مخالفته للحق فلأن بعد النقطة عن الخط لست اقول بعد الخط عن الخط هو اقصر خط يخرج منها اليه وهو العمود الذى ذكره على ما سنوضحه فيما بعد . واما مخالفته للمشهور المصطلح فلأنهم يعبرون عن ذلك العمود بالبعد بين النقطة والخط والدليل على ذلك ما ذكره صاحب الاصول فى صدر المقالة الثالثة حيث حدد بعد الوتر عن المركز فانه صرح بتسمية ذلك العمود بعدا .

وما ذكره من امكان اختلاف العمودين وامتناع اختلاف البعدين محتجا على قوله فغير مطابق لدعواه لأنه قال وربما يكون العمود الخارج من مسقط العمود الاول الى الخط الاول غير مسا وللعمود الاول ثم قال مستنتجا عن ذلك فيكون بعد نقطة عن نظيرتها غير بعد نظيرتها عنها وانما وجب ان يقول فيكون بعد نقطة عن خط غير بعد نقطة اخرى عن خط آخر وهذا حق وانما طرأ عليه هذا السهو حيث غفل عن التميز بين بعد الخط عن الخط وبين بعد النقطة عن الخط وبين بعد النقطة عن النقطة وكان مراده ان يبين انه ليس كل بعد خط عن خط عمودا على احدهما فخطأ من يقول ان بعد كل نقطة عن خط عمود عليه ثم استنتج فى بيان هذه التخطئة كون بعد نقطة عن نقطة ثانية مغاير لبعد الثانية عن نقطة ثالثة فالبعد المأخوذ فى الدعوى غير المأخوذ فى نقيضه المستعمل فى الخلف والمأخوذ فى النقيض غير المأخوذ فى النتيجة وذلك ما اردنا بيانه .

وكل هذه مواخذات غير مؤثرة فى المطلوب لأنها وردت على كلام جرى مجرى الحشو فى اثناء هذه السياقة ثم انه بنى الشكل السادس على مقدمة غير بينة وهى انه يجب ان يلاقى كل مقاطع لأحد خطين سماهما متحاذين الخط الآخر منهما واقتصر فى بيانها على قوله لما كان البعد بين المتقاطعين يزداد الى ما لا نهاية له والبعد بين المتحاذيين بعد واحد فيوشك ان يصير البعد بين

المتقاطعين اعظم من ذلك البعد الواحد وحينئذ يكون القاطع قدقطع كليهما .

ولايخفى على عاقل ان هذه المقدمة هى التى جعلها ابن الهيثم بدلا عن المصادرة المشكوك فيها بعينها وقد عرفنا حالها واذا كان مثل هذا البيان يقنعه فى هذا المرام فلوكان اولا فى بيان المصادرة مقتصرا على مثلها لكان الأمر عليه اخف ولما احتاج الى هذا التطويل وانا اكررما اومأت فى هذه الرسالة رادا على من يروم ايضاح المصادرة ببيان من هذا القبيل مع زيادة تقرير وشرح .

اقول من المشهور ان كل مقدار متناه يتزايد بزيادات لا نهاية لها فانه يتجاوز كل حد يمكن ان يفرض فوقه الى ما لايتناهى وهذا حكم لوصح مطلقا لصح ما ادعاه الخيامى ها هنا ولصحت المصادرة المشكوك فيها من غير احتياج الى مزيد بيان لكن التحقيق يقتضى تفصيلا فان هذا الحكم صحيح فى بعض الصور غير صحيح فى بعضها وهكذا يكون حال اكثر المقدمات المشهورات الممتازة عن المقدمات الحقة واما الفاصل بين الصنفين اعنى الصحيح وغير الصحيح فهو اعتبار تزايد كيات التزايد لانها ان كانت متساوية المقادير كالأعداد المتوالية المتزايد بالآحاد المتساوية او متزايداتها كالمربعات المتوالية المتزايدة بالأفراد المتوالية كان الحكم على المقدار المتزايد بأن يتجاوز كل حد يمكن ان يفرض فوقه الى ما لايتناهى صحيحا لاريب فيه بل يجب ان تعدهذه القضية فى الاوليات ولغاية وضوح هذا الحكم اخذه صاحب الاصول فى رسم المعنى الذى به يصح التناسب بين المقادير اعنى المتجانسة فى صدر المقالة الخامسة حيث قال المقادير التى يقال ان بين بعضها وبعضها نسبة هى التى يمكن اذا ضوعفت ان يزيد بعضها على بعض وبنى عليه وايضا برهان الشكل الاول من المقالة العاشرة من غير أن صرح به فى المبادى والمصادرات واما ان كانت كيات التزايد متناقصة المقادير فربما لا يصح هذا الحكم على المقدار المتزايد بتلك الزيادات المتناقضة بل يصح ان يحكم عليه بأن لا ينتهى مع تزايده مرات غير متناهية الى

ع١١

ا ب د ه ج

الرسالة الشافية ص١٢

حد ما يفرض فوقه فضلا عن ان يتجاوزه وذلك لأن طبيعة المقدار فى ذاتها قابلة لانقسامات لا تتناهى كما تقرر فى الحكمة فان فرض مقدار وهو ـ ا ب ـ مثلا وفرض انه تزايد مرات لا نهاية لها ـ و ـ ج ـ حد ما يفرض فى السمت الذى يقصده ـ ب ـ وكان مقدار الزيادة فى المرة الاولى جزءا (١) من ـ ب ج ـ اى جزء كان وهو ـ ب د ـ حتى يصير ـ ا ب ـ بعد التزايد الاول ـ ا د ـ وفى المرة الثانية جزأ من ـ د ج ـ وهو ـ د ه ـ حتى يصير ـ ا ب ـ بعد التزايد الثانى ـ ا ه ـ وفى المرة الثالثة جزأ من ـ ه ج ـ وهكذا يكون التزايد ابدا بجزء مما يقع بين الحد المنتهى اليه والحد المفروض ولا محالة تكون مقادير تلك الزيادات متناقضة لأن ما بين الحدين متناقض فيكون ـ ا ب ـ مع تزايده مرات لا نهاية لها غير واصل الى حد ـ ج ـ ابدا فضلا عن ان يتجاوزه فلهذا لاحتمال المذكور لايصح اطلاق القضية المذكورة على الوجه المشهور .

وهكذا ان اعتبر فى جانب التناقص كما اشرت اليه فى صدر الرسالة فظهر من ذلك انه لايصح الحكم بصيرورة البعدين المتزايدين المتقاطعين اعظم من البعد الواحد بين المتحاذ يين الابعد اعتبار مقادير الزيادات وذلك يحتاج الى فضل بيان هندسي وثبت ان هذه الطريقة مع تطويلها وتطاول مباحثها على صاحب الطريقة الاولى راجعة الى طريقة تلك وصار مثله فى هذا الباب المثل السائر (الشعير يؤكل ويذم) ولما ظهر حال الشكل السادس من اشكاله وكان الشكل السابع مبنيا عليه اتضح كيف بين احكام الخطوط المتوازية من غير احتياج الى المقدمة التى صادر عليها اقليدس وفى الشكل الثامن اراد ان يبين تلك المقدمة فبناها ايضا على مقدمته التى عرفنا حالها وذلك ما اردت ايضاحه .

فصل

واما الجوهرى رحمة الله عليه فله اصلاح لكتاب الاصول وقد

---

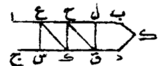
(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ .

زاد فى مبادى كل فن مقدمات ومصطلحات وفى اشكال الكتاب قريبا من خمسين شكلا فما يتعلق بهذه المسئلة من المبادى قوله كل خطين مختلفين فصل بين الاطول نصفه وفصل من نصفه نصفه كذلك مرارا كثيرة وزيد على الاقصر ضعفه وعلى ما استمع ضعفه كذلك مرارا كثيرة فلا بد من ان يبقى من انصاف الخط الاطول ما هو اصغر من اضعاف الخط الاقصر ومن الاشكال الاشكال الستة التى اولها الثامن والعشرون بحسب ترتيبه فى نسخته وقد ذكر فيه اعنى فى الشكل الاول من الستة ما ذكره صاحب الاصول فى السابع والعشرين مضافا الى دعوى أخرى وآخرها الثالث والثلاثون وقد زاد قبل هذه الاشكال شكلا آخر بعد الثالث عشر من الاصل يذكر فيه ان كل نقطة تخرج منها ثلاثة خطوط مستقيمة فى جهات مختلفة تحيط بثلاث زوايا فالثلاث زوايا معادلة لأربع قوائم فصار بسبب هذه الزيادة سابع نسخة الاصل بعد العشرين ثامنا فى نسخته وهذه نسخة اشكالها الستة المذكورة فنقوله بألفاظه .

(ا) قال شكل (كح) من الاصول فى نسخته اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين مثل خط ـ ح ط ـ وقع على خطى ـ ا ب ـ ج د ـ فصير زاويتى ـ اح ط ـ ح ط د ـ متساويتين فان خطى ـ ا ب ـ ج د ـ متوازيان واذا كانا متوازيين فبعد كل نقطة من خط ـ ا ب ـ من كل نقطة من خط ـ ج د ـ النظيرة لها بعد واحد ابدا اعنى ان بعد النقطة الاولى من خط ـ ا ب من النقطة الاولى من خط ـ ج د ـ كبعد النقطة الثانية من خط ـ ا ب ـ من النقطة الثانية من خط ـ ج د ـ وكذلك بعد النقطة الثالثة من الثالثة والرابعة من الرابعة والزاويتان يقال لهما المتبادلتان .

برهانه ان خطى ـ ا ب ـ ج د ـ اذا اخرجا فى الجهتين لم يلتقيا فان كانا يلتقيان فليلتقيا على نقطة ـ ك ـ فتصير زاوية ـ اح ط ـ الخارجة من مثلث ـ ح ط ك ـ مثل زاوية ـ ح ط ك ـ الداخلة وهو خلف لما بينا فى شكل (يز) وكذلك تبين انهما لايلتقيان فى الجهة الاخرى فخطا ـ ا ب ـ ج د ـ متوازيان

ع١٢



الرسالة الثانية ص١٩

متوازيان .

واقول ان بعد كل نقطة من خط ـ ا ب ـ من كل نقطة من خط ج د ـ النظيرة لها بعد واحد برهانه ان زاويتي ـ اح ط ـ ط ح ب ـ مثل قائمتين لما بينا فى شكل (يج) وزاويتا ـ ج ط ح ـ ح ط د ـ مثل قائمتين وزاوية ـ ا ح ط ـ فرضت مثل ـ ح ط د ـ فبقيت زاويـة ـ ط ح ب مثل زاوية ـ ح ط ج ـ ونفصل ط ق ـ ح ع ـ متساويين ونخرج خطي ق ح ـ ع ط ـ فخطا ـ ع ح ـ ح ط ـ مثـل خطي ـ ق ط ـ ط ح وزاويـة ـ ط ح ع ـ فرضت مثل زاوية ـ ق ط ح ـ فقاعدة ـ ع ط مثل قاعدة ـ ح ق ـ وكل زاوية مثل نظيرتها لما تبين فى شكل ـ د ـ فزاوية ح ط ع ـ مثل زاوية ـ ط ح ق ـ ونفصل ـ ح ل ـ مثل ـ ط س ـ ونخرج خطي ـ س ع ـ ل ق ـ فخطا ـ ل ح ـ ح ق ـ مثل خطي ـ س ط ـ ط ع وقد بينا ان زاوية ـ ل ح ق ـ مثل زاوية ـ س ط ع ـ فقاعدة ـ ل ق مثل قاعدة ـ س ع ـ و ـ ع ح ـ فصل مثل ـ ط ق ـ و ـ ح ل ـ مثل ـ س ط ـ فـع ل ـ مثل ـ س ق ـ فبعد نقطة ـ ل ـ من نقطة ـ ق ـ النظيرة لها كبعد نقطة ـ ع ـ من نقطة ـ س ـ النظيرة لها وعلى هذا المثال تبين ان بعد كل نقطة من نظيرتها كبعد الاخرى من نظيرتها وذلك ماأردنا ان نبين(١).

(ب) شكل (كـط) كل مثلث يقطع ضلعان من اضلاعـه كل واحد منهما بنصفين ويوصل بينهما بخط فان ضلع المثلث الباقى مثلا ذلك الخط .

مثاله ان مثلث ـ ا ب ج ـ قطع منه ضلعا ـ ا ب ـ ا ج ـ كل واحد بنصفين على نقطتي ـ ه ز ـ واخرج خط ـ ه ز ـ فأقول ان ـ خط ـ ب ج مثلا ـ ه ز ـ .

برهانه ان نقيم على نقطة ـ ج ـ من خط ـ ا ج ـ مثل زاوية ـ ا ـ بمثل ما بيناه فى شـكل (كد) وهى ـ ا ج ط ـ فخطا ـ ا ب ـ ج ط ـ

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ .

متوازيان لما بينا فى شكل (كح) ونخرج خط ـ ه ز ـ على استقامة الى نقطة د ـ فزاويتا ـ ا ز ه ـ د ز ج ـ متقابلتان من تقاطع خطى ـ ا ج ـ د ه ـ فهما متساويان لما بينا فى شكل (يو) وزاوية ـ ا ج ط ـ عملت مثل زاوية ا ـ وضلع ـ ا ز ـ قسم مثل ـ ز ج ـ فمثلثا ـ ا ز ه ـ ز ج د ـ متساويان و ـ ه ز ـ مثل ـ ز د ـ و ـ ج د ـ مثل ه ا ـ وزاوية ـ ا ه ز ـ مثل زاوية ز د ج ـ لما بينا فى شكل (كز) و ـ ا ه ـ فصل مثل ـ ب ه ـ و ـ ه د ـ مثل ـ ا ه ز ـ وزاوية ـ ا ه ز ـ قد بيناه انها مثل زاوية ـ ز د ج ـ وهما المتبادلتان فبعد نقطة خط ـ ه ب ـ من نقطة خط ـ ج د ـ بعد واحد لما بينا فى الشكل المتقدم ـ فه د ـ مثل ـ ب ه ـ و ـ د ه ـ قد بينا انه مثلا ـ ه ز ـ فب ج ـ مثلا ـ ه ز ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١).

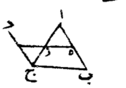
(ج) شكل ـ ل ـ كل زاوية فانه قد يمكن ان نخرج لها قواعد كثيرة لا تحصى مثاله ان نفرض زاوية ـ ا ب ج ـ كيف ما وقعت فأقول انه قد تقع لزاوية ـ ا ب ج ـ قواعد كثيرة لا تحصى ـ برهانه ان نخرج خط ـ ا ب ـ على استقامة الى نقطة ـ ه ـ فزاويتا ـ ا ب ج ـ ج ب ه ـ مثل زاويتين قائمتين لما بينا فى شكل ـ لج ـ فزاوية ـ ا ب ج ـ اقل من قائمتين بزاوية ـ ج ب ه ـ فنخط على مركز ـ ب ـ وببعد ـ ب د ـ نصف دائرة عليه ـ ز د ك ـ فزك ـ قطر ونقطتا ـ ز د ـ على القوس فيخرج خط ـ ز د ـ قاعدة لزاوية ـ ا ب ج ـ ونخط ايضا على مركز ـ ب ـ وببعد ـ ب س ـ نصف دائرة عليه ـ ط س ح ـ فنقطتا ـ ط س ـ على القوس فنخط خط ـ ط س ـ قاعدة لزاوية ا ب ج ـ وعلى هذا المثال تخرج لزاوية ـ ا ب ج ـ قواعد كثيرة لا تحصى وذلك ما اردنا ان نبين (٢).

(د) شكل (لا) كل زاوية تقسم بقسمين بخط وتخرج لها قاعدة كيف ماوقعت فيحدث مثلث ثم نفصل من كل واحد من باقى الضلعين المحيطين

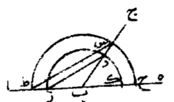
(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ (٢) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ .

بالزاوية

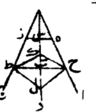




شكل ١٤



ش١٥



الرسالة الشافية ص٢١

بالزاوية المفروضة خط مثل ضلع المثلث الحادث ونوصل بينهما بخط فان ذلك الخط يقطع من الخط الذى قسمت به الزاوية المفروضة خطا مساويا للخط الذى خرج من الزاوية المفروضة الى قاعدة المثلث الحادث مثاله زاوية ـ ا ب ج مفروضة كيف ما اتفقت ونقسمها بخط ـ ب د ـ ونخرج قاعدة ـ ه ز ـ كيف ما خرجت وذلك ممكن لما بينا فى الشكل المتقدم ونفصل ـ ه ح ـ مثل ح ب ـ و ـ ز ط ـ مثل ـ ب ز ـ بمثل ما بينا فى شكل ـ ج ـ ونخرج خط ح ت ط .

فاقول ان ـ س ت ـ مثل ـ س ب ـ برهانه انه ان لم يكن مثله فهو اقصر او اطول منه فليكن اولا اطول منه ونفصل ـ س ك ـ مثل ـ س ب ونخرج خطى ـ ح ك ـ ك ط ـ فه ح ـ فصل مثل ـ ه ب ـ و ب س ـ مثل س ك ـ فح ك ـ مثلا ـ ح س ـ لما بينا فى شكل (كط) وكذلك ـ ك ط ـ مثلا س ز ـ فخطا ـ ح ك ـ ك ط ـ مجموعان مثلا خط ـ ه ز ـ وايضا ـ ه ح ـ مثل ه ب ـ و ز ط ـ مثل ـ ز ب ـ فخط ـ ح ت ط ـ مثلا خط ـ ه ز ـ فخط ح ت ط ـ من مثلث ـ ح ك ط ـ اذا مثل خطى ـ ح ك ـ ك ط ـ مجموعين هذا خلف لما بينا فى شكل (كا) وكذلك يكون خط ـ ح ت ط ـ مثل خطى ل ط ـ ح ل ـ مجموعين من مثلث ـ ح ل ط ـ ويظهر الخلف فخط ـ ح ت ط يفصل ـ س ت ـ مثل خط ـ س ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(ه) شكل (لب) كل زاوية تقسم بقسمين بخط ونعلم على ذلك الخط نقطة كيف ما وقعت فانه يخرج من تلك النقطة خط فى الجهتين تكون قاعدة للزاوية المفروضة .

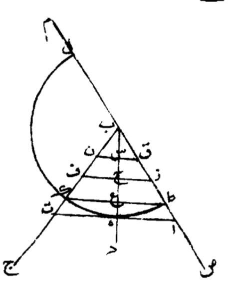
مثاله ان نفرض زاوية ـ ا ب ج ـ كيف ما وقعت ونقسمها بخط ـ ب د ـ ونعلم على خط ـ ب د ـ نقطة ـ ه ـ كيف ما وقعت .

فأقول انه يخرج من نقطة ـ ه ـ قاعدة لزاوية ـ ا ب ج ـ المفروضة

---

(١) الشكل الخامس عشر ـ ١٥

برهانه ان نخرج ـ خط ـ اب ـ فى جهته على استقامة ولا نجعل له غاية ونخط عـلى مركز ـ ب ـ ببعد ـ ب ه ـ نصف دائرة ـ ط ك ل ـ فنخط ـ ط ل ـ قطر الدائرة ونقطتـا ـ ط ك ـ على القوس فنخرج خط ـ ط ك ـ قاعدة لزاوية ـ اب ج ـ المفروضة فاذا اردنا ان نزيد عـلى ب ع ـ مايكون من ـ د ع ـ ضعفه فصلنا من ـ ط ا ـ مثل ـ ط ب ـ ومن ك ج ـ مثل ـ ك ب ـ ووصلنا بينهما بخط فيكون الخط الزائد ـ عـلى ـ ب ع ـ مثل ـ ب ع ـ لما بينا فى الشكل المتقدم وعلى هذا المثال نضعفه ونضعف اضعافه فخطا ـ ب ه ـ ب ع ـ مختلفان فاذا قسم ـ ب ه ـ بنصفين و نصفه بنصفين كذلك مرارا كثيرة وزيد على ـ ب ع ـ مثله وعلى ما يجتمع مثله مرارا كثيرة فسيبقى من انصاف ـ ب ه ـ ما هوا قصر من ـ ب ع ـ اذا اضعف لما ذكرنا فى صدر هذا القول فليكن ـ ب س ـ اقصر من ـ ب ع ـ وليكن ربع ـ ب ه ـ ونقيم على نقطة ـ س ـ من خط ـ ب س ـ فى الجهتين مثل زاويتى ط ب ع ـ ب ع ك ـ بمثل ما بينا فى شكل ـ (كد) وهما زاويتا ـ ن س ب ـ ب س ن ـ وزاويتا ـ ط ع ب ـ س ع ك ـ مثل قائمتين لما بينا فى شكل (يج) ـ وزاويتا ـ س ـ عملتا مثلهما كل واحدة مثل نظيرتها فهما مثل قائمتين فخطا ـ س ن ـ ق س ـ قد اتصلا على استقامة وصارا خطا وحدا لما بينا فى شكل (يه) وزاويتـا ـ ب س ن ـ ق س ح ـ متقابلتان من تقاطع خطى ب ه ـ ق ن ـ فهما متساويتان لمـا بينا فى شكل (يو) وزاوية ـ ب س ن ـ عملت مثل زواية ـ ب ك ع ـ فزاوية ـ ق س ع ـ مثل زاوية ـ ب ع ك ـ وهما المتبادلتان فخطا ـ ق ن ـ ط ك ـ متوازيان لما بينا فى شـكل (كح) فخطا ـ ق ن ـ ط ك ـ لا يلتقيان ولابد من ان يخرج خطا ـ ق س ـ س ن ـ من مثلثى ـ ب ط ع ـ ب ع ك ـ اذا اخرجا على استقامة فيلتقيان على خطى ـ اب ـ ب ج ـ ونفصل ـ ق ز ـ مثل ـ ق ب ـ و ـ ن ف ـ مثل ـ ن ب ـ ونخرج خط ـ ح ف ـ فيكون ـ س ح ـ مثل ـ س ب ـ لمـا ذكرنا فى الشـكل المتقدم



الرسالة الثانية ص٢٣

المتقدم ـ فح ب ـ نصف ـ ه ب ـ ونفصل ـ ز ا ـ مثل ز ب ـ و ف ت ـ مثل ـ ف ب ـ و نخرج خط ـ ا ه ت ـ و ـ ه ح ـ مثل ـ ح ب ـ فقد جازت قاعدة ـ ا ت ـ على نقطة ـ ه ـ المفروضة وذلك ما اردنا ان نبين . (١)

(و) شكل (لج) اذا اخرج خطان من خط فى جهة على اقل من زاويتين قائمتين التقيا فى تلك الجهة .

مثاله ان خطى ـ ا ب ـ ج د ـ خرجا من خط ـ ب د ـ على زاويتى ا ب د ـ ج د ب ـ وهما اقل من قائمتين فاقول ان خطى ـ ا ب ـ ج د ـ اذا اخرجا على استقامة التقيا .

برهانه ان نخرج خط ـ ب د ـ على استقامة الى نقطتى ـ ه ـ ح ونفصل ـ ب ط ـ مثل ـ ب د ـ بمثل ما بينا فى شكل ـ ج ـ وزاويتا ـ ا ب د ـ ج د ب ـ فرضتا اقل من قائمتين فتلقى زاوية ـ ا ب د ـ المشتركة فتبقى زاوية ـ ا ب ه ـ اعظم من زاوية ـ ج د ب ـ فنقيم على نقطة ـ ب ـ من خط ـ ا ب ـ زاوية مثل زاوية ـ ج د ب ـ وهى زاوية ـ ا ب ز ـ من نقطة ـ ط ـ خط ـ ك ل ـ قاعدة لزاوية ـ ا ب د ـ بمثل ما بينا فى شكل (اب) فزاوية ـ ك ط ب ـ الخارجة من مثلث ـ ط ب ل ـ اعظم من زاوية ـ ط ب ل ـ الداخلة بما بينا فى شكل ـ (كج) فنقيم على نقطة ـ ط ـ من خط ـ ب ط ـ زاوية ـ ب ط ع ـ مثل زاوية ـ ط ب ل ـ وزاوية ـ ز ب ا ـ عملت مثل زاوية ـ ج د ب ـ فزاويتا ـ ب ط ع ـ ع ب ط ـ مثل زاويتى ـ ا ب د ـ ج د ب ـ كل واحدة مثل نظيرتها و ـ ب ط ـ فصل مثل ـ ب د ـ فخطا ـ ا ب ـ ج د ـ اذا اخرجا التقيا لأ نا اذا ركبنا ـ ب د ـ على ـ ب ط ـ نركب عليه لأنه مثله ونركب زاوية ـ ج د ب ـ على زاوية ع ز ط ـ لأنها مثلها ونركب ـ د ج ـ على ـ ب ع ـ ونركب زاوية ط ب د ـ على زاوية ـ ب ط ع ـ لأنها مثلها ونركب ـ ب ا ـ على ـ ط ع

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ .

فاذا اخرجا خطا – ب ا – ج د – على استقامة استقاما على خطى – ب ع – ط ع – فالتقيا على نقطة – ع – وذلك ما اردنا ان نبين (١) هذا آخر كلام الجوهرى فى هذه المسئلة .

واقول ان سياقته لسياقة لطيفة وترتيب اشكاله ترتيب حسن لولا استعماله مقدمة مغالطية وذلك ان الحاصل من اثبات الدعوى الاولى فى الشكل الاول من هذه الاشكال انه اذا وقع خط على خطين وصير المتبادلتين متساويتين فالخطان متوازيان ولا يلزم من هذه الدعوى وثبوتها وجوب كون سائر الخطوط الواقعة عليها بصفة الخط الاول فى تسوية المتبادلتين ولا امتناع فى ذلك ومن اثبات الدعوى الثانية فيه المضافة الى الدعوى الاولى انه اذا فرض اربع نقط على ذينك الخطين المتوازيين الذين عليهما الخط الموصوف عن جنبتى الموقعين كل ثنتين عن جنبتى موقع على وجه يكون بعد المتيامنة عن الموقع الذى على خطها مساويا لبعد المتياسرة عن الموقع الآخر فان البعد بين المتيامنتين تساوى البعد بين المتياسرتين وايضا يكون بعد كل نقطة عن الموقع الذى ليس على خطها مساويا لبعد مقاطرتها عن الموقع الآخر مثاله خطا – اب – ج د – ووقع عليهما خط – ه ز – بالصفة المذكورة وفرضت نقط – ح ط – ى ك – الاربعة عن جنبتى موقعى – ه ز – على وجهه يكون بعد – ح – عن – ه – كبعد – ك – عن – ز – وبعد – ط – عن – ه – كبعد ى – ى – عن – ز – فيجب ان يكون بعد – ح – عن – ز – كبعد – ك – عن – ه – وبعد – ط – عن – ز – كبعد – ى – عن – ه – وايضا بعد – ح – عن – ى – كبعد – ط – عن – ك – ولا يلزم منه اصلا ان تكون ابعاد النقط المفروضة على احدى الجنبتين عن نظائرها متساوية مثلا ان يكون بعد – ح – عن – ى – كبعد – ا – عن نظيرتها اويكون بعد نقطة عن نظيرتها كبعد احد الموقعين عن الآخر .

وبالجملة لايلزم منه تساوى ابعاد نقط ليست على هذه الصفة المذكورة لأن البرهان لايفيد الحكم الكلى فى سائر النقط ولايلزم من تساوى ابعاد نقط

(١) الشكل السابع عشر – ١٧ – ٠

الرسالة الشافية ص٢٤

ع١٨

ب ط ه ح ا

د ك ز ل ج

الرسالة الثانية ص٢٥

موصوفة بصفه ان تكون ابعاد ما لا توصف بتلك الصفة متساوية بل ربما تكون غير متساوية كما لا يلزم من وجوب تساوى كل وترين يقعان فى دائرة عن جنبتى المركز على بعدين متساويين منه تساوى وترين آخرين من الاوتار الواقعة فيها ثم انه احتاج فى الشكل الثانى من اشكاله الى بيان تساوى خطى ـ ه د ـ ب ج ـ اللذين احدهما قاعدة المثلث والآخر خط يمر بمنتصف ضلعيه فاحال تساويهما على البرهان المذكور فى الشكل المتقدم وهو لا يعينه لأن نقط ـ ه ب ـ ج د ـ ليست موصوفة بالصفة المذكورة فى البرهان فان الخط الواقع على خطى ـ ا ب ط ج ـ الذى يصير المتبادلتين متساويتين اما ان يكون خط ـ ه د ـ ويكون اثنتان من تلك النقط هما الموقعين بعينهما والاخريان عن احدى جنبتيهما (١).

وقد بينا انه لم يلزم من برهانه تساوى ابعادها واما ان يكون خط ا ج ـ وتكون واحدة منها اعنى نقطة ـ ج ـ هى احدى الموقعين واثنتان عن احدى الجنبتين وهما ـ ه ب ـ والرابعة عن الجنبة الاخرى وهى ـ د ـ ولا يلزم ايضا من برهانه تساوى ابعاد مثل هذه النقط اذ لم يكن برهانه مفيدا تساوى ابعاد كل نقطة من نظيرتها على اى وجه يتفق ان يقعا حتى يكون الحكم عاما شاملا لجميع النقط ويصح الحاق هاتين النقطتين به بل افاد تساوى ابعاد نقط موصوفة بصفة مفقودة فى هذه النقط كما ذكرنا فالحاقها بها فى الحكم خروج عن قانون صناعة البرهان وصاحب المنطق رتب امثال هذا الغلط فى كتابه الموسوم بسوفسطيقا فى باب اعتبار الحمل وهو الصنف الذى يعرض بسبب ترك اعتبار شرط التقييد والاطلاق من الاغلاط او المغالطات ولما اختل حكم الشكل الثانى من اشكاله اختل حكم الشكل الرابع ومابعده فان ذلك كله مبنى عليه.

واما المقدمة التى بنى الشكل الخامس عليها الحاكمة بوجوب زيادة اضعاف اقل مقدارين متناسبين من جنس واحد على انصاف اكثرهما وهى التى صادربها فى اول المقالة فهى بينة بنفسها حقة وقدم الكلام فى امثالها ولو اقتصر على الاضعاف وحدها والانصاف وحدها لكفاه الا انه اراد بذلك تاكيدا

(١) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ .

فى الوضوح وزيادة فى البيان فهذا ما اردت تقديمه من اقتصاص كلام من عثرت على كلامه فى هذه المسئلة والاشارة الى ما خطر ببالى من وجه الخلل فيه وفى نيتى ان اضيف اليه ما لعلى اعثر به من كلام غيرهم ان وفق الله تعالى فى المستقبل من الزمان لتكون الرسالة وافية باشباع القول فى الخطوط المتوازية شافية عن الشكوك الواردة عليها وتكون تذكرة لى ولمن ذهب مذهبى من المشتغلين المسترشدين فى محاولة تحقق الحق وتلخيصه عما يشبهه والله خير موفق ومعين .

فصل

فى البرهان على المطلوب بوجه لاح لى

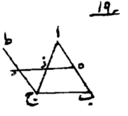
واما الطريقة التى اتضحت لى بعد مطالعة كلام هؤلاء الافاضل فهى هذه التى ترتبت فى سبعة اشكال اثنان منها مطابقان لاثنين من اشكال الخيامى وهما الثانى والرابع من هذه الاشكال فانهما الاول والرابع من اشكاله بعينهما وليكن من مفتتح كتاب الاصول الى الشكل الثامن والعشرين من المقالة الاولى سوى المصادرة المشكوك فيها مسلما عند الناظر فى هذه الاشكال .

الشكل الاول

اقصر الخطوط الخارجة من كل نقطة الى كل خط ليست هى عليه ولا هو بمحدود الطرفين المسمى ببعد تلك النقطة عن ذلك الخط هو العمود الخارج منها اليه مثاله خط ـ ا ب ـ عمود خرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ج د ـ .

فاقول انه اقصر خط يمكن ان نخرج منها اليه ـ برهانه نخرج خط ا ه ـ منها اليه ايضا فيحدث مثلث ـ ا ب ه ـ وتكون زاوية ـ ب ـ فيه قائمة فتكون زاوية ـ ه ـ اقل من قائمة لأن كل زاويتين من مثلث تكون اقل من قائمتين كما تبين فى شكل (يز) فيكون ـ ا ب ـ الذى هو وتر زاوية ـ ه ـ الصغرى اقصر من ـ ا ه ـ الذى هو وتر زاوية ـ ب ـ الكبرى على ما تبين فى شكل ـ (يط)

ع ١٩



ع ٢٠

ا
ه
ط
د
ج

الرسالة الثانية ص ٢٧

(يط) ـ وهكذا نقول فى كل خط يفرض خارجا من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ج ه ـ فا ب ـ ا قصر الخطوط الخارجة منها اليه وهو المسمى ببعدها عنه حسب ما اصطلح عليه اهل الصناعة وصرح به صاحب الاصول فى صدر المقالة الثالثة وذلك ما اردنا ان نبين . (١)

الشكل الثانى

اذا قام عمودان متساويان على خط مستقيم ومر بطرفيهما خط مستقيم آخر فانه تحدث بينهما زاويتين متساويتين مثاله عمودا ـ ا ب ـ ج د ـ متساويان قاما على خط ـ ب د ـ وقد مر بطرفيهما خط ـ آخر(٢) ـ وا حدث زاويتى ـ ب ا ج ـ د ج ا ـ

فأقول انهما متساويتان برهانه نخرج خطى ـ ا د ـ ج ب ـ متقاطعين على نقطة ـ ه ـ فيكون ضلعا ـ ا ب ـ ب د ـ من مثلث ـ ا ب د مساويين لضلعى ـ ج د ـ ا ب ـ من مثلث ـ ج د ب ـ وزاويتا ـ ا ب د ج د ب ـ متساويتان لانهما قائمتان فتكون اذا قاعدتا ـ ا د ـ ج ب ـ متساويتين وزاويتا ـ ب ا د ـ د ج ب ـ وزاويتا ـ ا د ب ـ ج ب د ـ ايضا متساويتين لما مر فى شكل (د) فيكون ساقا ـ ب ه ـ د ه ـ متساويين لما مر فى شكل (و) ويبقى ـ ا ه ـ ج ه ـ من ـ ا د ـ ج ب ـ المتساويين ايضا متساويين فتكون زاويتا ـ ه ا ج ـ ه ج ا ـ متساويين لما مر فى شكل (ه) وقد كانت زاويتا ـ ب ا د ـ د ج ب ـ متساويتين لجميع زاوية ـ ب ا ج ـ مساوية لجميع زاوية ـ د ج ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٣) وظاهر من حكم شكل (كح) ان هذين العمودين متوازيان .

الشكل الثالث

اذا قام عمودان متساويان على خط مستقيم ومر بطرفيهما خط آخر مستقيم فانه تحدث بينهما زاويتين قائمتين مثاله عمودا ـ ا ب ـ ج د ـ

---

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ (٢) د ـ ا ج ـ (٣) الشكل العشرون ـ ٢٠

المتساويان قاما على خط ـ ب د ـ ومر بطرفيهما خط ـ ا ج ـ

فأقول ان زاويتى ـ ب ا ج ـ د ج ا ـ المتساويتان قائمتان برهانه انهما ان لم تكونا قائمتين فهما اما ان تكونا منفرجتين معا اوحادتين معا ولنفرضهما اولا منفرجتين ونخرج فى الصورة الاولى من نقطة ـ ا ـ عمود ـ ا ه ـ على خط ـ ا ج ـ كما ظهر فى شكل ـ (يا) ـ فيقع لامحالة داخل خطى ا ب ـ ج د ـ وتكون زاوية ـ ا ه د ـ الخارجة من مثلث ـ ا ب ه ـ القائم الزاوية اكبر من الزاوية القائمة الداخلة لما تبين فى شكل (يو) فتكون منفرجة ايضا ثم نخرج من نقطة ـ ه ـ عمود ـ ه ز ـ على خط ـ ب د ـ ويقع بين خطى ـ ا ه ـ ج د ـ وتكون زاوية ـ ه ز ج ـ الخارجة من مثلث ـ ه ا ز ـ اكبر من زاوية ـ ا ـ الداخلة القائمة فتكون منفرجة ايضا ثم نخرج من نقطة ـ ز ـ عمود ـ ز ح ـ على خط ـ ا ج ـ ايضا وعلى هذا الترتيب نخرج الاعمدة ما اتفق اذ هى لا تقف عند نهاية وتكون الاعمدة الخارجة من النقطة الواقعة على خط ـ ا ج ـ القائمة على خط ـ ب د ـ وهى اعمدة ـ ا ب ـ ز ه ـ ط ح ـ متزائدة الاطوال على الولاء واقصرها عمود ـ ا ب ـ لأنه يوتر زاوية ـ ا ه ب ـ الحادة فى مثلث ـ ا ب ه ـ فهو اقصر من ـ ا ه ـ الذى يوتر زاوية ـ ا ب ه ـ القائمة لما تبين فى شكل (يط) و ـ ا ه ـ الذى يوتر زاوية ـ ا ه ز ـ الحادة فى مثلث ـ ا ه ز ـ اقصر من ـ ز ه ـ الذى يوتر زاوية ـ ه ا ز ـ القائمة ـ فـ ا ب ـ اقصر من ـ ز ه ـ وكذلك تبين ان ـ ز ه ـ ايضا اقصر من ـ ح ط ـ و ـ ط ح ـ من الذى يليه وهلم جرا فتبين من ذلك ان كل ما قرب من ـ ا ب ـ من تلك الأعمدة يكون اقصر مما بعد عنه فابعاد النقط التى هى مخرج الاعمدة الخارجة من خط ـ ا ج ـ على خط ـ ا ب ـ متزائدة الاطوال على الترتيب فى جهة ـ ج ـ فاذا خط ـ ا ج ـ يذهب فى جهة ـ ج ـ متباعدا عن خط ـ ب د ـ وفى جهة ـ ا ـ متقاربا اليه ولكن زاوية ـ د ج ا ـ ايضا منفرجة بالفرض ومساوية لزاوية ـ ب ا ج ـ بحكم الشكل

المتقدم

٢١

الرسالة الثانية ص ٢٩

المتقدم فتبين بهذا التدبير ايضا ان خط – ج ا – تذهب فى جهة – ا – مباعدا عن خط – د ب – وفى جهـة – ج – مقارنا اليه وقد كان بالضد هذا خلف فليست زاويتـا – ب ا ج – د ج ا – منفرجتين ثم نفرضهما حادتين و نقيم الاعمدة المتوالية على الوجه المذكور كما فى الصورة الثانية الا انا نبتدئ باخراج العمود من نقطة – ب – على خط – ا ج – كما تبين فى شكل (يب) فيقع داخل خطى – ا ب – ج د – اذا كانت زاوية – ا – حادة ولا يمكن ان يقع خارجا فيجتمع فى مثلث قائمة ومنفرجة ثم ندبر التدبير السالف ونبين ان خط – ا ج – يذهب فى جهة – ج – مقارنا الى خط – ب د – وفى جهة – ا مباعدا عنه ثم نبين باستيناف العمل من جانب – ج – انه يذهب مقارنا فى الجهة التى كان مباعدا فيها مباعدا فى الجهة التى كان مقارنا هـذا خلف فاذا زاويتا – ب ا ج – د ج ا – ليستا منفرجتين ولا بحادتين فهما اذا قائمتان وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(الشـكل الرابع)

كل ضلعين متقابلين من سطح ذى اربعة اضلاع قائم الزوايا متساويان مثاله سطح – ا ب ج د – قائم الزوايا .

فاقول ان ضلعى – ا ب – ج د – منـه متساويان وكذلك ضلعـا ا ج – ب د – برهانه ان لم يكن – ا ب – مساويا – لج د – فليكن – ج د اطولهما ونفصل منه – د ه – بقدر – ب ا – كما تبين فى شكل (ج) ونخرج ا ب – فيكون عمودا – ا ب – ه د – المساويان الخارجان من طرفى خط – ب د – قدمر بطرفيهما خط – ا ه – فزاويتا – ب ا ه – د ه ا – قائمتان لكن زاوية ب ا ج – كانت قائمـة فزاويتـا – ب ا ه – ب ا ج – العظمى والصغرى متساويتان هذا خلف .

وايضا زاوية – ا ه د – الخارجـة من مثلث – ا ه ج – وزاوية ا ج ه – الداخلة متساويتان وذلك ايضا خلف لما تبين فى شكل (يو) فاذا

---

(١) الشكل الحادى والعشرون – ٢١ .

ضلع ـ اب ـ مسا ولضلع ـ ج د ـ وبمثله تبين ان ضلع ـ اج ـ ايضا مسا و لضلع ـ ب د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

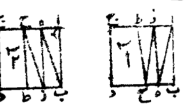
(الشكل الخامس)

اذا وقع خط مستقيم على عمودين قائمين على خط مستقيم آخر كيف ما اتفق فانه تصير الزاويتين المتبادلتين متساويتين وتصير الزاوية الخارجة مثل الداخلة وتصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة مساويتين لقائمتين مثاله خط اب ـ وقع على عمودى ـ ج د ـ ه ز ـ القائمين على خط ـ د ز ـ وقطعهما على نقطتى ـ ح ـ ط ـ كيف ما اتفق فأقول ان زاويتى ـ دح ط ـ ه ط ح المتبادلتين متساويتان وكذلك زاويتا ـ اح ج ـ اط ه ـ الداخلة والخارجة وان زاويتى ـ ج ح ط ـ ه ط ح ـ اللتين فى جهة ـ ج ه ـ مساويتان لقائمتين .

برهانه ان كان خط ـ ط ز ـ مساويا لخط ـ ج د ـ كانت جميع الزوايا المحيطة بنقطتى ـ ح ـ ط ـ قوائم فتساوت الزوايا المذكورة وحق الخبر وان لم يكن مساويا له فليكن ـ ح د ـ اعظمهما ونفصل منه بقدر ـ ط ز ـ وهو د ك ـ ونصل ـ ك ط ـ فزاويتا ـ د ك ط ـ ز ط ك ـ قائمتان كما تبين فى ثالث هذه الاشكال ونفصل من ـ ه ط ـ بقدر ـ ح ك ـ وهو ـ ط ل ـ ونصل ـ ح ل ـ فزاويتا ـ ك ح ل ـ ط ل ح ـ ايضا قائمتان وضلعا ـ ح ك ك ط ـ المحيطان بزاوية ـ ح ك ط ـ القائمة متساويان لضلعى ـ ط ل ـ ل ح المحيطان بزاوية ـ ط ل ح ـ القائمة فتكون زاوية ـ ك ح ط ـ مساوية لزاوية ح ط ل ـ لما تبين فى شكل (د) وهما المتبادلتان وايضا فزاوية ـ اح ج ـ مساوية لزاوية ـ ك ح ط اعنى مقابلها لما تبين فى شكل (يه) وهى مساوية لزاوية ـ اط ه ـ فزاوية ـ اح ج ـ مساوية لزاوية ـ اط ه ـ وهما الداخلة والخارجة وايضا جميع زاويتى ـ اح ج ـ ج ح ط ـ متساويتان لقائمتين بحكم شكل (لج) وزاوية ـ اح ج ـ مساوية لزاوية ـ اط ه ـ فجميع

---

(٢) الشكل الثانى والعشرون ٢٢ . زاويتى



الرسالة الشافية ص٣

م٢٣



الرسالة الثانية ص٣١

زاويتى - ب ح ج - ا ط ه - الداخلتين اللتين فى جهة واحدة متساويتان لقائمتين وذلك ما اردنا ان نبين وهنالك استبان ان كل خط يقع على هذين العمودين ويكون على احدهما عمودا فانه يكون على الآخر ايضا عمودا (.) .

الشكل السادس

اذا تقاطع خطان مستقيمان غير محدودى الطرفين على زوايا غير قوائم وقام عمود على احدهما فانه اذا اخرج قاطع الآخر فى احدى جهتيه وهى جهة الحادة من الزوايا الواقعة بين العمود والخط الذى يقطعه العمود مثاله خطا ا ب - ج د - تقاطعا على نقطة - ه - وزواياهما غير قوائم وقد قام عمود ح ز - على خط - ج د - .

فاقول انه اذا اخرج قاطع خط - ا ب - فى احدى الجهتين (١) برهانه لتكن زاوية - اه ج - من زاويتى - اه ج - ج ه ب - المختلفتين المساويتين معا لقائمة بحكم شكل (لج) هى الحادة ونفرض نقطة - ط - على خط - ا ه - كيف وقعت ونخرج عمود - ط ك - على خط - ج د - كما تبين فى شكل (يب) ولا يخلوا ما ان تقع نقطة - ك - فيما بين - ه زا - وعلى نقطة - ز - اوخارجا عنه فى جهة - ج - فان وقعت فيما بين - ه ز - فلنفرض خطا مستقيما مساويا لخط - ه ك - وهو خط - ق ص - ونخرجه فى جهة - ص ونفصل منه امثالا له كما تبين فى شكل - ج - مرة بعد اخرى الى ان يزيد مجموع تلك الاضعاف لخط - ق ص - على خط - ه ز - وهو - ق ث - ولتكن تلك الاضعاف هى اقسام - ق ص - س ش - ش ت - ت ث - فكل واحد منها مساو لخط - ه ك - ثم نفصل من خط - ا ه - بقدر خط - ط ه - خطوطا متوالية عدتها تلك العدة وهى - ه ط - ط س - س ع - ع ف - ثم نخرج من نقط - س ع ع ف - اعمدة - س ل - ع م - ف ن - كلها على خط - ج د - لما تبين فى شكل (يب) ونخرج من نقطة - ط - عمود - ط ى على خط - س ل - فتكون فى مثلثى - ه ك ط - ط ى س - زاويتا - ه ط ك

(١) كذا (٢) الشكل الثالث والعشرون - ٢٣ .

ه س ى ـ الداخلة والخارجه متساويتين بحكم الشكل المتقدم اذ عمودا ـ ط ك س ل ـ قائمان على خط ـ ل ك ـ ووقع عليهما خط ـ س ه ـ وزاويتا ـ ه ك ط ـ ط ى س ـ قائمتان وضلعا ـ ه ط ـ ط س ـ متساويان فيكون اذا مثلثا س ى ط ـ ط ك ه ـ متساويين لما بينا فى شكل (كو) وضلع ـ ى ط ـ مساويا لضلع ـ ه ك ـ لكن ذوا ربعة اضلاع ع ـ ى ط ـ ل ك ـ قائم الزوايا لان زوايا ـ ل ك ى ـ فرضت قوائم فزاوية ـ ط ـ ايضا قائمة لما تبين فى الشكل المتقدم فضلعا ـ ى ط ـ ل ك ـ المتقابلان متساويان لما تبين فى رابع هـذه الاشكال فخطا ـ ه ك ـ ك ل ـ متساويان .

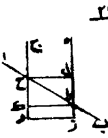
وتبين بمثل هذا البيان ان خطى ـ ل م ـ م ن ـ ايضا متساويان وان جميع خطوط ـ ه ك ـ ك ل ـ ل م ـ م ن ـ متساوية فجميع هذه الخطوط اعنى خط ـ ه ن ـ مساوية لجميع اقسام ـ ق س ـ ص ش ـ ش ت ـ ت ث اعنى خط ـ ق ث ـ لأن عدتها كعدتها وكل خط منها مساو لخط ـ ه ك ـ ولكن خط ـ ق ث ـ اطول من خط ـ ه ز ـ و ـ ه ن ـ اطول ايضا منه فتقع لامحالة نقطة ـ ن ـ خارجة عن ما بين ـ ه ز ـ فى جهة ـ ج ـ ويكون عمود ه ز ـ داخل مثلث ـ ف ن ه ـ فاذا اخرج عمود ـ ز ح ـ الموازى لعمود ف ن ـ حتى يخرج من مثلث ـ ف ن ه ـ فانه يقاطع لا محالة ضلع ـ ا ب واما ان وقعت نقطة ـ ك ـ على نقطة ـ ز ـ يطابق العمودان اوخارجا عن ما بين ـ ه ز ـ وكان عمود ـ ح ز ـ داخل مثلث ـ ط ك ه ـ فالحكم اظهر وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

وقد استبان ان التلاقى يقع فى جهة الزاوية الحادة اعنى زاوية ـ ا ه ز والقضية المستعملة فى هذا الشكل القائلة بامكان اخذ اضعاف لا قصر خطين محدودى الطرفين يزيد على اطولهما هى التى عرفنا حالها وذكرنا انها بينة بنفسها وقد استعملها صاحب الاصول فى الشكل الاول من المقالة العاشرة على وجه يعم جميع انواع المقادير من غير ان صادر بها فى موضع من كتابه .

---

(١) الشكل الرابع والعشرون ـ ٢٤ .

٢٤



الرسالة الشافية ص ٣٢

الشكل السابع المشتمل على بيان المصادرة

اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقمين وصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة اقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة التقيا مثاله خط ـ اب ـ وقع على خطى ـ ج د ـ ه ز ـ فحدث زاويتا ـ ج ح ط ه ط ح ـ وهما اقل من قائمتين .

فاقول ان خطى ـ ج د ـ ه ز ـ اذا اخرجا فى جهة ـ ج ـ التقيا برهانه ان كان احدى زاويتى ـ ج ح ط ـ ه ط ح ـ قائمة فتكون الاخرى لا محالة حادة وحينئذ يكون احد خطى ـ ج ه ـ ه ز ـ مقاطعا لخط ـ اب ـ على زوايا غير قوائم والآخر عمودا عليه فاذا اذا اخرجنا التقيا فى جهة الحادة لما تبين فى الشكل المتقدم وان كانت احداهما منفرجة فلتكن هى زاوية ـ ج ح ط ـ ونخرج من نقطة ـ ح ـ عمود ـ ح ى ـ على خط ـ ج د ـ كما تبين فى شكل (يا) ومن نقطة ـ ط ـ عمود ـ ط ك ـ عليه ايضا كما تبين فى شكل (يب).

ثم نقول من اجل ان زاويتى ـ ج ح ط ـ ز ط ح ـ جميعا كانتا اقل من قائمتين وزاوية ـ ج ح ى ـ قائمة تكون زاويتا ـ ى ح ط ـ ح ط ى ـ مجموعتين اقل من قائمة واحدة ولكن زاويتا ـ ى ح ط ـ ح ط ك ـ مجموعتين اقل من قائمة ولكن زاويتا ـ ى ح ط ـ ح ط ك ـ المتبادلتين الحادثتين من وقوع خط ـ ا ط ـ على عمودى ـ ى ح ـ ط ك ـ متساويتان لما تبين فى خامس هذه الاشكال فاذا جميع زاوية ـ ك ى ط ـ اقل من قائمة واحدة فهى حادة فخطا ـ ك ط ـ ه ط ـ متقاطعان على غير قوائم وخط ـ ج ك ـ عمود على احدهما اعنى على ـ ك ط ـ فخطا ـ ج ك ـ ه ط ـ اذا اخرجا التقيا فى جهة ـ ج ه ـ كما تبين فى الشكل المتقدم وان لم تكن احدى زاويتى ـ ج ح ط ـ ه ط ح ـ بقائمة ولا منفرجة بل كان كل واحد منهما حادة نخرج من نقطة ـ ط ـ عمود ـ ط ك ـ على خط ـ ه ز ـ كما تبين فى شكل (يا) ومن نقطة ـ ح ـ عمود ـ ح ى ـ عليه ايضا كما تبين فى شكل (يب) فزاوية

ه ط ك – قائمة وزاوية – ك ط ح – ط ح ى – المتبادلتان الحادثتان من وقوع خط – ا ب – على عمودى – ح ى – ك ط – متساويان كما تبين فى خامس هذه الاشكال فاذا القينا جميع زاويتى – ه ط ح – ط ى ح – المساوية لقائمة واحدة من جميع زاويتى – ه ط ح – ج ح ط – اللتان فرضتا اقل من قائمتين تبقى زاوية – ى ح ج – اقل من قائمة فهى حادة ويكون خطا – ى ح – ج ح – متقاطعين على غير قوائم – و – ه ى – عمود على احدهما اعنى على – ج ى – فج د – ه ز – اذا يلتقيان اذا اخرجا فى جهة – ج ه – كما تبين فى الشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

فصل

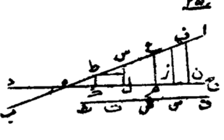
وان اردنا ان نثبت هذا المطلوب على الوجه الذى ذهب اليه الجوهرى رحمه الله نجعل بدل سادس هذه الاشكال وسابعه هذين الشكلين بعد أن نحذفهما منها ونلحق بها ثامنا وهو سادس هذه الاشكال الجوهرى بعينه فيتم الكلام به بثمانية اشكال والشكلان هاهما .

بدل الشكل السادس

كل زاوية حادة مستقيمة الخطين فصل من احد ضلعيها خطوط متساوية متوالية واخرج من تلك المفاصل اعمدة على الضلع الآخر فالخطوط التى يفصلها مواقع الاعمدة من ذلك الضلع ايضا متساوية مثاله زاوية – ب ا ج حادة وقد فصل من – ا ب – خطوط – ا د – د ه – ه ز – متساوية واخرج منها اعمدة – د ح – ه ط – ز ى – على خط – ا ج – فاقول ان خطوط – ا ح – ح ط – ط ى – المفصولة بمواقع الاعمدة ايضا متساوية .

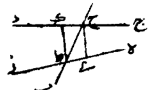
برهانه نعمل على نقطة – د – من خط – ه د – زاويه – ه د ك مساوية لزاوية – ا – كما تبين فى شكل (كج) فتكون فى مثلثى – ا ح د – د ك ح – زاويتا – ا د – متساويتان وزاويتا – د ه – الخارجة والداخلة الحادثتان من وقوع خط – ا ه – على عمودى – د ح – ه ط – متساويتان

(١) الشكل الخامس والعشرون – ٢٥



الرسالة الشافية ص٣٤

٢٦



الرسالة الثانية ص ٣٥

لما تبين فى خامس هذه الاشكال وضلعا – ا د – د ه – متساويان فالمثلثان متساويان ضلع – ا ج – مساو لضلع – د ك – وزاوية – ح – القائمة مساوية لزاوية – ك – كما تبين فى شكل (كو) فيكون سطح – د ح – ط ك – ذا اربعة اضلاع قائم الزوايا فضلعا – د ك – ح ط – المتقابلان منه متساويان لما تبين فى رابع هذه الاشكال فخط – ا ح – المساوى – له ك – يساوى – ح ط – ايضا وبهذا التدبير تبين ان – ح ط – مساو – لط ى – وذلك ما اردنا ان نبين (١).

بدل الشكل السابع

كل زاوية مستقيمة الخطين فرضت نقطة فيما بين خطيها فانه يمكن ان يوصل بينهما بخط مستقيم يجوز بتلك النقطة – مثاله زاوية – ا ب ج – مستقيمة الخطين وفرضت فيما بين خطى – ا ب – ب ج – نقطة – د – فاقول انه يمكن ان يوصل بين خطى – ا ب – ب ج – بخط مستقيم يجوز بنقطة – د – برهانه ندير على مركز – ب – وببعد – ب د – قوس – ه د ز – المارة بنقطة – د ونخرج وتر – ه ز – وننصف زاوية – ه ب ز – بخط – ب ح – كما تبين فى شكل – (ط) – فيكون فى مثلثى – ه ب ح – ا ب ح – ضلعا – ه ب – ب ح – مساويان لضلعى – ز ب – ب ح – وزاويتا – ب – متساويتان فيتساوى ضلعا – ه ح – ح ز – وزاويتا – ح – ببرهان شكل (د) فيكون – ه ح عمودا على – ب ح – ونخرج – ب ح – الى – ى – فيقطع قوس – ه د ز على نقطة – ط – ثم نأخذ لخط – ب ح – اضعافا يزيد مجموعها على خط – ب ط ولتكن تلك الاضعاف خط – ع س – ونفصل من ضلع – ب ع – خطوطا تساوى كل واحد منها خط – ب ه – وتكون عدتها كعدة ما فى – ع س – من اضعاف – ب ح – وهى – ب ه – ه ك – ونخرج من اطراف تلك الخطوط اعمدة على خط – ب ى – وهى اعمدة – ه ح – ك ل – ونفصل تلك الاعمدة من خط – ب ى – خطوطا متساوية وهى – ب ح – ح ل – كما تبين فى

(١) الشكل السادس والعشرون – ٢٦ –

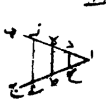
الشكل المتقدم ويكون مجموعها المساوى لخط ـ ع س ـ اطول من خط ـ ب ط ـ فيكون موقع عمود ـ ك ل ـ على ـ ب ى ـ وهو نقطة ـ ل ـ على خط ط ى ـ خارجا عن خط ـ ب ط ـ ثم نفصل من ـ ب ج ـ ب م ـ مساويا لب ك ـ و نصل ـ م ل ـ فيكون مثلثا ـ ب ك ل ـ ب م ل ـ متساويان لاشتراك ضلع ـ ب ل ـ فيهما وتساوى ضلعى ـ ب ك ـ ب م ـ وزاويتى ب ـ كما تبين فى شكل (د) فتكون زاوية ـ م ل ب ـ مساوية لزاوية ك ل ب ـ القائمة ويتصل خطا ـ ك ل ـ ل م ـ على الاستقامة خطا واحدا بحكم شكل (يد) ثم نصل بين ـ ب د ـ بخط ونخرجه الى ـ ن ـ ونعمل على نقطة ـ د ـ من خط ـ د ن ـ زاويتا ـ ن د ف ـ مساوية لزاوية ـ د ن ل ـ كما تبين فى شكل (لج) فيكون خطا ـ ف د ـ ك م ـ متوازيان لايتلاقيان لتساوى متبادلتهما اعنى زاويتى ـ ف د ن ـ د ن م ـ كما تبين فى شكل (كز) ونخرج ـ ف د ـ حتى يخرج من مثلث ـ ب ك م ـ على نقطتى ـ ف ص ـ فيكون خط ـ ف ص ـ هو الواصل بين ضلعى ـ ا ب ب ج ـ المار بنقطة ـ د ـ المفرضة وذلك ما اردنا ان نبين (١) ونتم هذه الاشكال بثامن هو آخر اشكال الجوهرى بعينه فهذا ما تقرر لى فى هذه المسئلة والحمد لله مفتح الابواب ومسهل الصعاب وواهب العقل وملهم الصواب وصلى الله على محمد وآله الطاهرين وسلم(فرغ من كتبه يوم الخميس التاسع من شوال سنة تسع وسبعمائه فى مدينه تبريز ـ ٢).

كتب علم الدين قيصر بن ابى القاسم الحنفى من الشام الى مصنف هذه الرسالة وهو المولى سلطان الحكماء والعلماء المحققين نصير الملة والدين برهان الاسلام والمسلمين افضل المتقدمين والمتأخرين رحمه الله (٣) فى كتاب ما هذه نسخته .

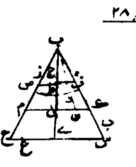
---

(١) الشكل السابع والعشرون ـ ٢٧ ـ (٢) ليس فى صف ق ـ وبدله ـ تمت الرسالة الشافية بعون الله تعالى (٣) فى صف ـ تغمده الله بغفرانه .

ومما



الرسالة الثانية ص ٣٦


٢٨
ب
ص
ف
م
ب
س
ح

ومما يعرض على الاراء العالية ما وقع لى فى قضية ذكرها سنيليقوس فى شرحه لمصادرات كتاب الاصول فى مقدمات القضية المشهورة وهى ما .

اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة مساويتين لاقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة التقيا فقال كل زاوية يمكن ان توجد لها اوتار لا نهاية لها لكثرتها بعضها اعظم من بعض وكل واحد منها يفصل من الخطين المحيطين بتلك الزاوية متساويين واستعمل ذلك فيما اذا وقع خط ـ ا ب ـ على خطى ـ ب د ـ ا ج ـ وكانت زاوية ـ ج ا ب ـ قائمة وزاوية ـ ا ب د ـ حادة فان خطى ـ ا ج ـ ب د يلتقيان فى جهة ـ ج د ـ فان عمل على نقطة ـ ب ـ من خط ـ ا ب ـ زاوية ا ب ز ـ مساوية لزاوية ـ ا ب د ـ فزاوية ـ د ب ز ـ يوترها اوتار لانهاية لها لكثرتها وبعضها اعظم من بعض فيقع احد الاوتار خارجا عن نقطة ـ ا ـ مثل وتر ـ ز ه د ـ فتكون زاوتيا ـ ا ه ـ قائمتين لخط ـ ا ج ـ اذا اخرج لايلقى خط ـ ه د ـ فيلقى خط ـ ب د ـ فعلى تقدير ان يكون خط ـ ب د ـ فى مبدأ زواله على استقامة خط ـ ب ز ـ فان كل وتر يوتر زاوية ـ ز ب د ـ يقع فيما بين نقطتى ـ ا ب ـ اذ ـ ا ب ـ ينقسم الى غير نهاية فان امكن ان يوجد برهان يدل على وقوع احد الاوتار خارجا عن نقطة ـ ا ـ ليحصل المطلوب (١) فتضيف مولانا الى سابق فوائده منعما متفضلا فكتب مصنف الرسالة فى جوابه من كتاب اليه .

واما القضية التى ذكرها سنيليقيوس فى شرح المصادرة المشكلة لكتاب الاصول فلم يقع الى قبل هذا الا انى طالما كنت اطلب لتلك المصادرة بيانا واتعقب ما اجده فى الكتب حتى استقر رأيى على طريقة استفدت بعضها ممن سبقنى وتممتها بما لاح لى واوردتها فى رسالة سميتها بالرسالة الشافية عن الشك فى الخطوط المتوازية وقد ارسلت نسختها فى هذا الدعاء الى الخدمة متوقعا ان يشرفها عالى نظره ويمن على خادمه باصلاح خلله ان امكن اصلاحه ويفيد

---

(١) الشكل الثامن والعشرون ـ م٢

خادمه بما يسنح لرأيه العالى من النقد عليه ان شاء الله والرسالة مشتملة على ما يتضح منه البرهان على قضية سنبليقيوس فلا فائدة فى حكايته ها هنا فان الكلام تداذى الى الاطناب وافضى الى درجة الاملال والاسهاب .

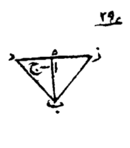
فكتب علم الدين قيصر فى جوابه من كلام طويل وما شرف به مولانا مملوكه فى ذلك على ما تضمنته الشافية عن الشك فى الخطوط المتوازية فوقف المملوك عليه وعلى ما بينه مولانا وعلى قول كل واحد من الجماعة فى هذا الباب فى الشك والايضاح وما اختاره مولانا فى ذلك وتحقق عند المملوك جميع ذلك واستفاد من كلام مولانا ما جعله قرين وسادته وقد وقع عندنا فى هذه البلاد لجماعة من العلماء مثل ثابت بن قرة فانه وضع رسالة فى الخطوط المتوازية ورسالة اخرى فى هذه القضية ورسالة لابن الهيثم فى شرح مصادرات اوقليدس ورسالة ليوحنا القسى غير ان ما ذكره مولانا فى هذه الرسالة وما اختاره فيها احسن مماذكروه فى القضية اجمع وليس فيه مطعن غير ان البيان فى الشكل الثالث وهو كون لزوم كل واحد من الخطين فى كل واحد من الجهتين يقرب كل واحد منهما عن الآخر ويبعد معا وان ذلك مستحيل وان كانت تلك قضية ضرورية فانها ليست من القضايا الهندسية ونحن جعلنا هذه القضية من جملة اشكال كتاب اوقليدس .

واما ما ارتضاه مولانا من كلام الجوهرى واضاف اليه ما اضاف فهو فى غاية ما يمكن من الحسن ايضا على ان مولانا لا يرتضى ولا يختار الا ما هو حسن ويمكن ان يبين بعد بيان الشكل السادس بعينه هذه القضية بطريق آخر .

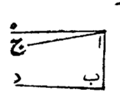
فيقال انه اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة حادتين ومجموعهما اقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة التقيا .

مثاله ان خط ـ اب ـ وقع على خطى ـ اج ـ بد ـ فصارت زاويتا

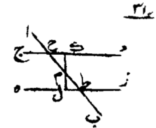
ش ٢٩



ش ٣٠



ش ٣١



زاويتا ـ ج ا ب ـ ا ب د ـ كل واحدة منها حادة ومجموعها اقل من قائمتين فاقول ان خطى ـ ا ج ـ ب د ـ اذا اخرجا فى جهة ـ ج د ـ التقيا برهانه انا نخرج من نقطة ـ ا ـ على خط ـ ا ب ـ عمود ـ ا ه ـ فلان زاوية ه ا ب ـ قائمة وزاوية ـ د ب ا ـ حادة فخطا ـ ب د ـ ا ه ـ اذا اخرجا التقيا فى جهة ـ ه د ـ فخط ـ ا ج ـ يقطع ـ ب د ـ .

واقول انه اذا وقع على خط ـ ج د ـ ه ز ـ خط ـ ا ب ـ فقطع ج د ـ على نقطة ـ ح ـ و ـ ه ز ـ على نقطة ـ ط ـ وكانت زاوية ـ ج ح ط منفرجة وزاوية ـ ح ط ه ـ حادة ومجموعها اقل من قائمتين فاقول ان خطى ج د ـ ه ز ـ اذا اخرجا التقيا فى جهة ـ ج ه ـ .

برهانه إنا نقسم خط ـ ح ط ـ بنصفين على نقطة ـ م ـ ونخرج ـ م ل عمودا على ـ ه ز ـ وننفذه حتى يلاقى ـ ج د ـ على ـ ك ـ فاقول ان زاوية ج ك ل ـ حادة لأنها ان لم تكن حادة فاما ان تكون قائمة اومنفرجة فان كانت قائمة وزاوية ـ ل ـ قائمة وزاوية ـ م ـ المتقاطعان متساويتان فمثلثا ـ م ل ط ـ م ح ك ـ زاويتان من احدهما كزاويتين من الآخر ـ وط م ـ مساو ـ لم ح ـ فالزاوية الباقية كالزاوية الباقية فزاوية ـ ك ح م ـ مساوية لزاوية ـ م ط ل ـ ونأخذ زاوية ـ م ح ج ـ مشتركة فزاويتا ـ ج ح م ـ م ح ك ـ المساويتان لقائمتين مساويتان لزاويتى ـ ج ح م ـ م ط ل ـ فيكونان كقائمتين وقد كانتا اقل من قائمتين هذا خلف لا يمكن وان كانت زاوية ـ م ك ح ـ منفرجة فزاوية ـ م ك د ـ حادة وزاوية ـ م ل ط ـ قائمة فخطا ـ ج ز ـ ه ز ـ يلتقيان فى جهة ـ ج ز ـ لكنهما خرجا على زاويتى ـ د ح ط ـ ح ط ز ـ ومجموعها اكبر من قائمتين هذا خلف لايمكن وذلك ما اردنا ان نبين(١) .

ولولا مخافة السآمة بسبب التطويل لذكرنا ما ذكره جماعة من الاوائل والمتأخرين فى هذا الباب لكن مولانا قد اشبع القول فى ذلك واغنى عن غيره

---

(١) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩ ـ والشكل الثلاثون ـ ٣٠ .

فلنقتصر على فوائده فكتب مصنف الرسالة دام ظله فى جوابه من كتاب طويل واما قوله ان الحكم باستحالة كون كل واحد من الخطين بحيث يقرب ويبعد من الآخر فى كل واحد من الجهتين معا وان كان ضروريا لكنها ليست من القضايا الهندسية ونحن جعلناها من اشكال كتاب اوقليدس .

فاقول انى لم اجعل هذا الحكم شكلا من اشكال الكتاب بل جعلت الحكم بان الزاويتين الحادثتين بين العمودين المتساويتين من الخط المار بطرفيهما قائمتان شكلا وبينت ذلك بالخلف فانتهى الى هذا الحكم فظهر الخلف وهذا البيان يجرى مجرى ما يقال فى بيان الشكل الرابع من المقالة الاولى ان قاعدتى المثلث ان لم يتطابقا حالة تطبيق المثلثين احاطتا بسطح وذلك محال لأن الحكم المذكور والحكم بامتناع احاطة خطين مستقيمين بسطح فى كونهما ضروريين ومبدئين للمسائل الهندسية واحد فان احتاجوا الى بيان فموضع بيانهما فى علم آخر غير الهندسية يتبين فيه ما هية الخطوط المستقيمة واعراضها الذاتيه واستعمالها فى الهندسة يكون على سبيل المصادرة فحسب فهذا ما اردت ان اعرضه على الآراء الشريفة دامت شريفة ـ هذا آخر ما جرى بينهما على هذه الرسالة والحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على خير خلقه محمد وآله الطيبين الطاهرين اجمعين (١) .

---

(١) فى صف ق ـ وحصل الفراغ من نسخه (ز ج ح) فى ذى القعدة سنة ـ ذاط ـ

كتاب مانالاوس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى فى
ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لازالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ ه

بسم الله الرحمن الرحيم

تحرير كتاب ما نا لاؤس فى الاشكال الكرية

اقول بعد حمدالله والثناء عليه بما يليق به والصلوة على محمد وآله - انى كنت اريد أن احرر الكتب الموسومة بالمتوسطات اعنى الكتب التى من شأنها ان تتوسط فى الترتيب التعليمى بين كتاب الاصول لأقليدس وبين كتاب المجسطى لبطلميوس فلما وصلت الى كتاب ما نا لاؤس فى الاشكال الكرية وجدت له نسخا كثيرة مختلفة غير محصلة المسائل واصلاحات لها مخبطة كاصلاح الماهانى(١) وابى الفضل احمد بن ابى سعد الهروى وغيرهما بعضها غير تام وبعضها غير صحيح فبقيت متحيرا فى ايضاح بعض مسائل الكتاب الى ان عثرت على اصلاح الامير ابى نصر منصور بن عراق رحمة الله عليه فاتضح لى منه ما كنت متوقعا فيه فحررت الكتاب بقدر استطاعتى وما توفيقى الا بالله عليه أتوكل واليه انيب .

فأقول هذا الكتاب يشتمل على ثلاث مقالات فى بعض النسخ وعلى مقالتين فى بعضها - اما المقالات الثلاث فعند الاكثرين يشتمل اولاها على تسعة وثلاثين شكلا وأخراها على خمسة وعشرين شكلا ووسطاها فى كثير من النسخ على اربعة وعشرين شكلا، وفى نسخة ابن عراق على احد وعشرين شكلا، وعند نفر يسير يشتمل اولاها على احد وستين شكلا والثانية على ثمانية عشر شكلا والاخيرة على اثنى عشر شكلا .

واما المقالتان فتشتمل الاولى على احد وستين شكلا والاخيرة على ثلاثين شكلا وفى بعض الاشكال اختلاف فبعضهم جعلوا شكلا شكلين

(١) زيادة فى صف - ق - ابى عبدالله محمد بن عيسى الماهانى .

وبالعكس .

وبالجملة جميع اشكال الكتاب فيما بين خمسة وثمانين شكلا وأحد وتسعين شكلا علي اختلاف النسخ وانا اشرت الى المقالات وعدد الاشكال بعضها على الحواشي وبالحمرة (١) والسواد وبعضها فى المتن وها انا مبتدئ بالكلام فيه انه خير موفق ومعين .

المقالة الاولى

تسعة وثلاثون شكلا

صدر الكتاب

قال ما نالاؤس يخاطب باسلندس(٢) اللاذى، ايها الملك انى وجدت ضربا برهانيا فاضلا عجيبا فى خواص الاشكال الكرية ادى الى اشياء كثيرة من عويص هذا العلم لا اظنها سنحت لأحد قبلي وقد رتبت المقدمات والبراهين ترتيبا يهون به النهوض على مجى العلم والوصول الى علوم كلية شريفة وانا اخاطبك بما اقول ايها الملك لعلمى بأنك تسر بمعرفة العويص من هذا العلم وتحب الاختصار .

وفى نسخة ابن عراق كان صدر الكتاب هكذا

انى رأيت يا اسلندس اللاذى ان هذا المصنف الذى تفكرت فيه واردت ان اضعه لك من البراهين صنف حسن عجيب وذلك انه يفرض فى البسيط الكرى اشياء كثيرة لا يظن انها تكون فابتدأت بوضع براهين هذه الاشياء لك متوخيا فى ذلك موافقتك عالما بما فى البراهين من التمثيل للنفس اليها وخاصة ما كان فيه منها لطافة وكان مما تحبه النفس وتشتهيه وقد يقدر الانسان اذا كان محبا للتعليم ان يجعل هذه الاشياء آلة ثم يبنى عليها ويستخرج منها الاشكال والمسائل المشاكلة كما فعلنا نحن فى كثير من الكتب الهندسية الجزئية ومن

---

(١) كذا قاله المحرر ولم نجد له اثرا فى النسخ (٢) ر ـ اسلايدس هنا وفيما بعد .

الكتب النجومية وميزنا الاشياء التي قد اصاب فيها من تقدمنا ووصفنا كثيرا من الاعراض الكلية العامية التي قد قال غيرنا وبرهنها قولا وبرهانا جزئيا والتي قد برهنت في الأقاويل التي قد وضعت في اصول علم الاشكال الكرية برهانا على طريق الخلف صفة تعم وتشمل وعلى عكس تلك البراهين وبالتحديد الذي يجب فيها .

اقول ويريد بالكتب الجزئية ما اشتمل على شكل او معنى واحد ويريد بغيره ثاوذوسيوس فانه بين في كتابه في الأكر على طريق الخلف اوبرهان جزئي على معنى كلي على ما سيأتي .

المصادرات

الاشكال الكرية تعرف بما تعرف به المستقيمة الخطوط غير أن اضلاعها تكون قسيا من دوائر عظام كل واحدة منها اقل من نصف دائرة فما يحيط به ثلاثة اضلاع فهو ذو ثلاثة اضلاع اومثلث وكذلك ذو الاربعة الاضلاع وزوايا الشكل هي ما تحيط بها الاضلاع واذا كان سطح احدى دائرتين قائما على الآخر على زوايا قائمة فان محيطها يتقاطعان على زوايا قائمة وما صغر عنها فهي حادة وما زاد عليها فهي منفرجة .

ومن البين ان السطح الذي ميله على سطح اكثر فان زاويته اصغر واذا كان ميل سطح على سطح كميل سطح آخر على سطح آخر كانت الزاوية التي يحيط بها نصفا دائرتي احد السطحين مساوية للتي يحيط بها الآخران .

وانما تعرف مساواتها لمساواة قوسي ميلها على ما سيأتي والمراد من قوس الميل قوس تؤتر تلك الزاوية من دائرة عظيمة يمر ضلعا تلك الزاوية بقطبيها وربما يقيد ذلك الميل بميل انصاف الدوائر فان ميل كل قوس غير النصف يكون بقدر القوس التي تخرج من طرفها ويقع على الدائرة الآخرى على قوائم .



كتاب مانالاوس صه

الاشكال

(أ) ـ نريد أن نعمل على نقطة من قوس دائرة عظيمةزاوية كزاوية معلومة ولتكن القوس ـ ا ب ـ والنقطة ـ ب ـ والزاوية المعلومة زاوية ـ ج د ه فنرسم على قطب ـ د ـ وباى بعد اتفق قوس ـ ج ه ـ وعلى قطب ـ ب ـ ببعد ـ د ج ـ قوس ـ ا ز ـ ونجعل ـ ا ز ـ مساويا ـ لـج ه ـ ونخرج ب ز ـ من دائرة عظيمة فتكون زاوية ـ ا ب ز ـ هى المطلوبة فلأن قوسى ج د، د ه ـ من عظيمتين مرتا بقطب دائرة ـ ج ه ـ يكون فصلاهما المشتركان مع دائرة ـ ج ه ـ قطرين لدائرة ـ ج ه ـ فيتقاطعان على مركزها ويكون الفصل المشترك لدائرتى ـ ج د ، د ه ـ اعنى قطر الكرة المار بنقطة ـ د ـ عمودا على سطح دائرة ـ ج ه ـ واقعا على مركزها والفصلان المشتركان مع دائرة ـ ج ه ـ يكونان عمودين عليه خارجين من نقطة منه فى السطحين وقد احاطا بزاوية توترها قوس ـ ج ه ـ وكذلك فى مثلث ـ ا ب ز ـ ولأن قوسى ـ ا ز ، ج ه ـ متساويتان وهما من دائرتين متساويتين فتكون الزاويتان المذكورتان اللتان على مركزى دائرتى ـ ا ز ، ج ه ـ متساويتين فان كان ـ ا ز ، ج ه ـ من عظيمتين فهما ميلا كل واحدة من سطحى دائرتى ـ ا ب ، ب ز وسطحى دائرتى ـ ج د ، د ه ـ على صاحبه وان لم يكونا من عظيمتين كانت الفصول اعنى الاقطار المنتهية عند نقط ـ ا ز ج ه ـ موازية لاقطار العظيمتين الموازيتين لهما اللتين قطباهما نقطتا ـ ب د ـ وتكون الزاويتان الحادثتان على مركزى العظيمتين متساويتين لتساوى الحادثتين اللتين على مركزى موازيتهما وهما الميلان المذكوران فاذا الزاويتان اللتان تحيط بهما هذه القسى اعنى زاويتى ب د ـ متساويتان وذلك ما اردناه (١) .

وهنا لك استبان انه اذا رسم على نقطتى زاويتين تحيط بهما قسى دوائر عظام باى بعد اتفق دوائر مؤترة لهما وكانت القسى متساوية كانت الزوايا

---

(١) الشكل الاول .

متساوية وان كانت الزوايا متساوية كانت القسى متساوية .

(ب) اذا تساوى ضلعان من مثلث قسى داوُر عظام تساوت الزاويتان اللتان يوترانهما فليكن الضلعان المتساويان من مثلث ـ ا ب ج ـ ضلعى ـ ا ب، ب ج ونرسم على قطبى ـ ا ج ـ ببعد ـ ا ج ـ قوسى ـ ج د ـ ا ه ـ ونخرج ـ ا ب د ج ب ه ـ ان كان ـ ا ج ـ اطول فيكون ـ ا د ـ ج ه ـ مساويين لا ج وكان ـ ب ا ـ ب ج ـ متساويين فيبقى ـ ب د ـ ب ه ـ متساويين ولأن دائرتى ـ ج د ـ ا ه ـ رسمتا ببعد واحد فهما متساويتان ولأن قوسى ب ه ـ ب د ـ من عظيمتين مارتين بقطبيهما فهما مع ما يتصل (١) بهما قطعتان على قطرى دائرتين متساويتين اعنى المارتين بنقطتى ـ ه ـ د ـ او على قطر مشترك اعنى المار بنقطة ـ ب ـ قائمتان على سطح تينك الدائرتين على قوائم و ـ ب ه ـ ب د ـ المفصولتان من القطعتين ليستا تنصفهما والا لكان القطب ب ـ لا ـ ا ـ و ـ ج ـ و ـ ب ـ مساو ـ ا ب ج ـ فلذلك تكون قوسا ـ ه ا ـ د ج من الدائرتين المتساويتين متساويتين فاذا زاويتا ـ د ا ج ـ ه ج ا ـ اللتان تحيط بهما قسى دوائر عظام متساوية ويوترهما قوسان متساويتان وذلك ما اردناه (٢) .

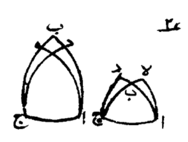
اقول ولهذا الشكل ثلاثة اختلافات لأن القاعدة اما ان تساوى احد الضلعين او تكون اطول منه او اقصر منه وقد ذكر الآخران اما الاول فبيانه ظاهر مما مر فى الشكل الاول فهذا شكله (٣) .

(ج) اذا تساوت زاويتان من مثلث تساوى ضلعاه الموتران لهما فليتساو زاويتا ا ج ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ ونرسم على قطبى ـ ا ج ـ ببعد ضلع المربع قوسى ـ د ه ـ ز د ـ ح ط ـ فيكون ـ د ـ قطب ـ ا ج ـ و ـ د ز ـ مثل ـ د ط ـ ولأن زاويتى ـ ا ج ـ متساويتان وقد رسم عليهما ببعد واحد ـ ه ز ـ ح ط ـ فهما متساويتان فيبقى ـ د ه ـ مثل ـ د ح ـ ودائرتا

---

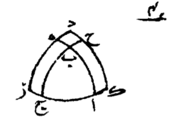
(١) صف ق و ج ـ يفصل ـ وبها مش احدهما كما فى الاصل (٢) الشكل الثانى (٣) الشكل الثالث .

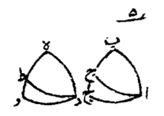
ع٢



ع٣

ب
ا
ج





كتاب مانالاوُس مك

اه ـ ج ح ـ قائمتان عـلى دائرتى ـ د ز ـ د ط ـ لكونهما مارتين بقطبيهما ولان قطعتى ـ د ح ـ د ه ـ المتساويتين مع ما يتصل بهما على القطرين للكرة المارين ـ ج ه ـ وهما قائمتان على سطحى ـ ج ح ـ اـه وقوسا ـ د ح ـ د ه متساويتان واقل من نصفهما لأن ـ د ـ ليس بقطب والخط الواصل بين د ـ ب ـ مشترك تكون قوسـا ـ ح ب ـ ه ب ـ متساويتين وكان قوسا ه ا ـ ح ج ـ متساويتين لكونهمار بعين تبقى قوسا ـ ا ب ـ ب ج ـ متساويتين وذلك ما اردناه (١) .

اقول ويقع لهذا الشكل تسعة اختلافات لأن القاعدة اما ان تكون ربعا او اطول منه اواقصر وكذلك كل واحد من الضلعين والثلاثة فى الثلاثة تسعة .

(د) كل مثلثين يساوى ضلعان من احدهما ضلعين من الآخر كل لنظيره وتساوت الزاويتان اللتان بينهما تساوى ضلعا هما الباقيان وان تساوى الضلعان الباقيان تساوت الزاويتان المذكورتان فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ والمتساويان منهما ضلعى ـ ا ب ـ د ه ـ وضلعى ـ ب ج ـ ه ز ـ وـ زاويتى ب ه ـ فنقول قاعـدتا ـ ا ج ـ د ز ـ متساويتان فلنرسم عـلى قطبى ب ه ـ ببعدى ـ ب ا ـ ه د ـ المتساويين قوسى ـ ا ح ـ د ط ـ فتكونان متساويتين لتساوى زاويتى ـ ب ه ـ ويقوم ـ ب ح ـ ه ـ ط ـ عليهما على قوائم ـ و ـ ب ح ـ ه ط ـ متساويان لكونهما متساويين لب ـا ه ـ د ـ فيبقى ـ ج ح ـ ط ز ـ متساويين وهما مع ما يتصل بهما قطعتان متساويتان عـلى قطرى دائرتى ـ ا ح ـ د ط ـ المارتين بنقطتى ـ ح ط قائمتان عـلى سطحى الدائرتين وكل واحد منهما اقل من نصفيهما لان ـ ج ـ ليس بقطب ـ ا ه ـ وكـذلك ـ ز لد ط ـ وقوسـا ـ ط د ـ ح أ ـ متساويتان فلأجل ذلك يكون الخطـان الواصلان بين نقطتى ـ ج ا ـ وبين ـ ز د متساويين فقوسا ـ ا ج ـ د ز ـ متساويتان وذلك ما اردناه (١) .

---

(١) الشكل الرابع (٢) الشكل الخامس .

فان كان مع تساوى الاضلاع النظائر المحيطة بزاويتى ـ ب ه ـ قاعدتا اج ـ د ز ـ متساويتين كانت زاويتا ـ ب ه ـ متساويتين وذلك لانا اذا دبرنا التدبير المتقدم كان ها هنا فى قطعتى ـ ح ج ـ ط ز ـ القائمتين على دايرتى ح ا ـ ط د ـ الخطان الواصلان بين ـ ج ا ـ وبين ـ ز د ـ متساويين فتكون قوسا ـ ح ا ـ ط د ـ اعنى زاويتى ـ ب ه ـ متساويتين وذلك ما اردناه (١) .

اقول ولهذا الشكل ثلاثة اختلافات لان ـ ا ح ـ د ط ـ يقعان اما داخل المثلث اوخارجه اومنطبقا على القاعدة .

(ه) مجموع ضلعى كل مثلث اعظم من ثالثهما فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ واعظم اضلاعه ـ ب ج ـ ونرسم على قطب ـ ب د ـ ببعد ـ ب ا ـ دائرة ا د ه ـ ونخرج ـ ب ج ـ الى ان تلقى الدائرة على ـ ه ـ ولأن ـ ب قطب دائرة ـ ا د ه ـ و ـ ب ج ـ اقل من نصف الدائرة فلا يكون ج ـ هو القطب الآخر ولكن القطب الآخر ـ ح ـ ويكون ـ ح د ـ مساويا لح ه ـ و ـ د ج ـ اصغر من ـ ج ح ه ـ فد ج ـ مع ج ح ه ـ قطعة على القطر الواصل بين د ه قائمة على دائرة ـ ا د ه ود ج اصغر قسميهما ولاجل ذلك يكون وتر د ا قصر خط يخرج من ج الى محيط دائرة اده فهو اقصر من وتر ج ا ـ فج ا ـ اعظم من ـ ج د ـ وا ب مثل ـ ب د ـ فمجموع ـ ا ج ـ ا ب ـ اعظم من ب ج ـ وذلك ما اردناه (٢) .

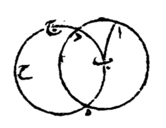
(و) وفى نسخة الهروى كان الشكل هكذا (٣) اذا خرج من طرفى ضلع مثلث قوسان من دايرتين عظمتين وداخل المثلث كان مجموعهما اقصر من مجموع الضلعين الباقيين من المثلث فليكن المثلث ـ اب ج ـ والقوسان الخارجتان من طرفى ضلع ـ ا ج ـ الملتقيان داخل المثلث على ـ د ـ هما قوسا ـ اد ـ ج د .

تقول فهما معا اقصر من ضلعى ـ اب ـ ب ج ـ معا ولنخرج ـ ا د ـ الى ه ونبين المطلوب بمثل ما بين فى الخطوط وذلك ما اردناه .

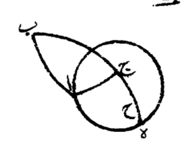
---

(١) الشكل السادس (٢) الشكل السابع (٣) الشكل الثامن

ع۶

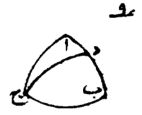


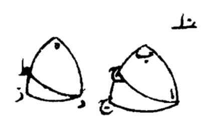
ع۷



ع۸




يو
ا
د
ب
ج


ه
ط
ز
د
ب
ح
ا
ج

(ز) الزاوية العظمى من المثلث يوترهـا الضلع الاطول فليكن فى مثلث اب ج ـ زاوية ـ ج ـ اعظم من زاوية ـ ب ـ نقول فضلع ـ اب ـ اطول من ضلع ـ ا ج ـ ونعمل على نقطـة ـ ج ـ من قوس ـ ب ج ـ زاوية ب ج د ـ مثل زاوية ـ ب ـ فتكون ـ ب د ـ مساوية ـ ج د ـ و ـ ج د ـ مع ـ ا د ـ اعنى ـ ب ا ـ اطول من ـ ا ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ح) كل مثلثين يساوى ضلعان من احدهما ضلعين من الآخر كل لنظيره وكانت الزاوية التى بين الضلعين من احدهما اعظم من نظيرتها من الآخر كانت قاعدة الذى زاويته اعظم اعظم من قاعدة الآخر وبالعكس والبرهان عليه وعلى عكسه على قياس ما قيل فى الخطوط المستقيمة .

وبوجه آخر فليكن المثلثان ـ اب ج ـ د ه ز ـ وضلع ـ ا ب ـ مثل ضلع ـ د ه ـ وضلع ـ ب ج ـ مثل ضلع ـ ه ز ـ وزاوية ـ ب ـ اعظم من زاوية ـ ه ـ نقول فقاعدة ـ ا ج ـ اعظم من قاعدة ـ د ز ـ وبالعكس ولنرسم على قطبى ـ ب ه ـ ببعد ـ ا ب ـ قوسى ـ اح ـ د ط ـ وتكون لا محالة دائرتيهما متساويتين ـ و ـ ب ح ـ مثل ـ ه ط ـ فيبقى ـ ح ج ـ مثل ـ ط ز ـ ولأن قطعتى ـ ج ح ـ ط ز ـ المتساويتين مع مايفصل (٢) بهما على قطرى دائرتى ـ ا ح ـ د ط ـ وسطحا هما قائمان على سطح الدائرتين وهما اقل من نصفى القطعتين فان كان قوس ـ اح ـ اعظم من ـ د ط ـ اعنى الزاوية من الزاوية كان ـ ا ج ـ اعظم من ـ د ز ـ اعنى القاعدة من القاعدة وبالعكس وذلك ما اردناه (٣) .

اقول هذا يتبين بشكلى (يا يب) من المقالة الثانية من الأكر لا من نفس الشكل بل مما يتبين معه فان المذكور فى الشكل بيان تساوى القوسين والدائرة بتساوى الخطين اوبالعكس وههنا نحتاج الى بيان وجوب زيادة احدهما على نظيره مع زيادة الآخر على نظيره .

واعلم ان اختلاف هذا الشكل كما فى الشكل الرابع وفى بعض النسخ

---

(١) الشكل التاسع ـ ٩ (٢) بها مش صف ق ـ يتصل (٣) الشكل العاشر ـ ١٠

عد هذا الوجه شكلا تاسعا .

(ط) الضلع الاطول من كل مثلث يوتر الزاوية العظمى فليكن ضلع ـ ب ج ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ اطول من ضلع ـ ب ا ـ نقول فزاوية ـ ا ـ اعظم من زاوية ـ ج ـ ولنفصل ـ ج د ـ مثل ـ ا ب ـ ونخرج ـ ا د ـ من دائرة عظيمة فلأن ـ ا ب ـ ب د ـ معا المساويان ـ لج د ب ـ اعظم من ـ ا د ـ يكون ـ ج ب ـ اعظم من ـ ا د ـ ولأن فى مثلثى ـ ب ا ج ـ د ج ا ـ ضلعى ـ ب ا ـ ا ج ـ مساويا ن لضلعى ـ د ج ـ ج ا ـ كل لنظيره وقاعدة ـ ب ج ـ اعظم من قاعدة ـ ا د ـ تكون زاوية ـ ب ا ج ـ اعظم من زاوية ـ د ج ا ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ى) اذا اخرج ضلع مثلث فان كانت الزاوية الخارجة الحادثة مساوية لاحدى الداخلتين المقابلتين لها كان الضلعان المحيطان بالمقابلة الأخرى مساويين لنصف دائرة عظيمة وان كانت اعظم من الداخلة المذكورة كانا اصغر من نصف دائرة وان كانت اصغر كانا اعظم وبالعكس من ذلك فليكن المثلث ا ب ج ـ ولنخرج ـ ا ج ـ الى ـ د ـ نقول فان كانت زاوية ـ ب ج د مثل زاوية ـ ا ـ كان مجموع ـ ا ب ـ ب ج ـ مثل نصف عظيمة وان كانت اعظم كان اصغر وان كانت اصغر كان اعظم ولنخرج ـ ا ب ـ الى ان يلقى ا ج ـ على ـ د ـ فيكون كل واحد من ـ ا ب د ـ ا ج د ـ نصف عظيمة وزاويتا ـ ا د ـ متساويتين وفى مثلث ـ ب ج د ـ ان كانت زاوية ـ ب ج د مثل زاوية ـ ا ـ اعنى زاوية ـ د ـ كان ـ ب د ـ ب ج ـ متساويين ومجموع ا ب ـ ب ج ـ مساويا لنصف دائرة ـ ا ب د ـ وان كانت زاوية ـ ب ج د ـ اعظم من زاوية ـ ا ـ اعنى زاوية ـ د ـ كان قوس ـ ب د ـ اعظم من قوس ـ ب ج ـ وكان مجموع ـ ا ب ـ ب ج ـ اصغر من نصف دائرة ـ ا ب د ـ وقس عليه ان كانت زاوية ـ ب ج د ـ اصغر من زاوية ا ـ وايضا بالعكس ان كان ـ ا ب ـ ب ج ـ معا نصف دائرة كانت زاوية

(١) الشكل الحادى العاشر ـ ١١ .



كتاب مانالاوس صنا

ع ۱۲



ع ۱۳



ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ب ا ج ـ وان كان اعظم كانت اصغر وان كان اصغر كانت اعظم والبيان واضح وذلك مااردناه (١) .

(يا) كل مثلث اخرج احد اضلاعه فالزاوية الخارجة اصغر من الداخلتين المقابلتين لها معا وجميع زواياه الثلاث اعظم من قائمتين فليكن المثلث اب ج ـ وليخرج ج ـ ا ج ـ الى ـ د ـ فان لم تكن زاوية ـ د ج ب اعظم من زاوية ـ ا ـ كانت زاويتا ـ ا ب ـ معا لا محالة اعظم من زاوية ـ د ج ب ـ واذا جعلت زاوية ـ ا ج ب ـ مشتركة كانت الزاويا الثلاث اعظم من زاويتى ـ ا ج ب ـ ب ج د ـ المساويتين لقائمتين وان كانت زاوية ـ د ج ب ـ اعظم من زاوية ـ ا ـ عملنا على نقطة ـ ج ـ من قوس ج د ـ زاوية ـ د ج ه ـ مثل زاوية ـ ا ـ واخرجنا ـ اب ـ الى ان يلقى ج ه ـ على ـ ه ـ فيكون ضلعا ـ ا ه ـ ه ج ـ معا كنصف عظيمة ـ و ـ ب ه ه ج ـ معا اصغر منه فتكون زاوية ـ ا ب ج ـ الخارجة من مثلث ـ ب ه ج ـ اعظم من زاوية ـ ب ج ه ـ حينئذ تكون الزوايا الثلاث من المثلث اعظم من زاويا ـ اج ب ـ ب ج ه ـ ه ج د ـ المساوية لقائمتين وذلك مااردناه (٢) .

(يب) كل مثلثين تكون زاويتان منهما قائمتين وزاويتان متساويتين غير قائمتين وضلعان هما وترا القائمتين ايضا متساويين فان الضلعين والزاوية الباقية منهما متساوية كل لنظيره وليكن المثلثان ـ اب ج ـ د ه ز ـ وزاويتا ـ ا د ـ منهما قائمتان وزاويتا ـ ج ز ـ متساويتان غير قائمتين (٣) وضلعا ـ ب ج ـ ه ز متساويان .

نقول ـ فا ج ـ مثل ـ د ز ـ و ـ اب ـ مثل ـ د ه ـ وزاوية ـ ب

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ (٢) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ (٣) بها مش (ر) والا لكانت ب ح ـ قطبى ـ ا ج ـ د ز ـ ويتساوى حينئذ جميع القسى الخارجة من ـ ب ه ـ الى ـ ج د ز ـ فلا ينتج المطلوب فمن هذا احرز ـ ن م .

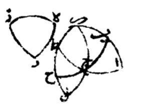
مثل زاوية ـ ه ـ ولنخرج ـ ب ج ـ الى ح ـ ونجعل ـ ج ح ـ مثل ج ب ـ اعني ـ ه ز ـ ونخرج ـ ا ج ـ الى ـ ط ـ ونجعل ـ ج ط ـ مثل د ز ـ ونخرج قوس ـ ط ح ـ من عظيمة ونخرج ـ ا ب ـ وليلتقيا على ك ـ ولأن ضلعي ـ ج ح ـ ج ط ـ من مثلث ـ ط ح ج ـ مساوية لضلعي ـ ه ز ـ ز د ـ وزاوية ـ ه ز د ـ من مثلث ـ ه د ز ـ يكون قوس ح ط ـ مثل ـ د ه ـ وزاوية ـ ج ط ح ـ قائمة مثل زاوية ـ د ـ ولأن قوسي ـ ط ك ـ ك ا ـ الخارجتين من ـ ك ـ قائمتان على ـ ا ج ط على قوائم ـ فك ـ قطب دائرة ـ ا ج ط ـ ويخرج ـ ك ج ـ من عظيمة الى ان يلقى ـ ك ط ح ـ على ـ ل ـ ويكون ـ ك ج ل ـ ك ح ل ـ نصفي عظيمتين ـ ولك ـ تطب ـ ا ج ط ـ فل ـ قطبها الآخر وقوسا ـ ك ج ـ ل ج ـ متساويتان و ـ ج ح ـ مثل ـ ج ب ـ فقوسا ـ ل ج ـ ج ح وزاوية ـ ل ج ح ـ بينهما في مثلث ـ ح ل ـ مساوية لقوسي ـ ك ج ـ ج ب ـ وزاوية ـ ك ج ب ـ بينهما في مثلث ـ ج ب ك ـ فقوس ـ ك ب ـ مثل ـ ل ح ـ ويبقى ـ ح ط ـ مثل ـ ا ب ـ وكان ـ ح ط ـ مثل د ه ـ فا ب ـ مثل د ه .

وايضا زاوية ـ ا ب ج ـ مثل زاوية ـ ج ح ط ـ وقوس ـ ج ب ـ مثل ـ ج ح ـ اعني ـ ه ز ـ وكان ـ ح ط ـ مثل ـ ب ا ـ فا ج ـ مثل ج ط ـ اعني ـ ز د ـ فاضلاع مثلثي ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ النظائر متساوية فزاوية ـ ب ـ مثل زاوية ـ ه ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يج) كل مثلثين تساوت زاويتان فيهما وساوى ضلعان من احداهما غير محيطين والزاوية المساوية نظيرتها من الآخر وكانت الزاويتان الباقيتان مجموعتين غير متساويتين لقائمتين كان الضلع الباقي مساويا لنظيره وكذلك الزاويتان الباقيتان كل لنظيرتها فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ والمتساوية فيهما زاويتي ـ ا د ـ و ـ ضلعي ـ ا ج ـ د ز ـ وضلعي ـ ج ب ـ ز ه ـ معا والزاويتان

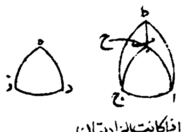
(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ .

ع۱۴



كتاب مانالاوس صـ۱۲

١٥١



اذا كانت الزاويتان
اقل من قائمتين

اذا كانت الزاويتان
اكثر من قائمتين

كتاب مانالاوس ص ١٣

الباقيتان وهما زاويتا ـ ب ـ ه ـ ليستا معا مثل قائمتين .

نقول فضلعا ـ ا ب ـ د ه ـ (١) متساويان ونخرج ـ ا ب ـ الى ـ ح ـ فلا تكون زاوية ـ ج ب ح ـ مساوية لزاوية ـ ه ـ (ونعمل على نقطة ـ ب من قوس ـ ب ج ـ زاوية ـ ج ب ط ـ مساوية لزاوية ـ ه ـ ٢) ونجعل ـ ب ط ـ مثل ـ د ه ـ ونخرج ـ ط ا ـ ط ج ـ فيكون فى مثلث ا ب ج (٣) ـ د ه ز ـ لكون ضلعى ـ ط ب ـ ب ج ـ وزاوية ـ ط ب ج مساوية لضلعى ـ د ه ـ ه ز ـ وزاوية ـ ه ـ كل لنظيره قاعدة ـ ط ج ـ مساوية لقاعدة ـ د ز ـ اعنى ـ ا ج ـ وزاوية ـ ب ط ج ـ مساوية لزاوية د ـ اعنى لزاوية ـ ب ا ج ـ ولتساوى ضلعى ـ ط ج ـ ا ج ـ فتكون زاويتا ـ ط ا ج ـ ج ط ا ـ متساويتين فتكون زاويتا ـ ط ا ب ـ ا ط ب ـ ايضا متساويتين ولذلك يكون ـ ا ب ـ مساويا ـ لب ط ـ اعنى ـ د ه ـ واذا يكون زاويتا ـ ب ـ ه ـ وزاويتا ـ ج ـ ز ـ ايضا متساويتين وذلك ما اردناه . (٤)

اقول وقد فهم بعض الناظرين فى هذا الكتاب كالماهانى والهروى من قوله وكانت الزاويتان الباقيتان غير قائمتين ان كل واحدة منهما غير قائمة واقاموا البرهان عليه هكذا .

قالوا لتكن زاويتا ـ ا ـ د ـ اولا غير قائمتين فلتكون زاويتى ـ ب ـ ا ـ كل واحدة منهما غير قائمة فقوسا ـ ب ج ـ ا ج ـ لا يمران بقطب ـ ا ب ـ وليمر بقطبها وبنقطة ـ ج ـ قوس ـ ج ط ـ من دائرة عظيمة وكذلك القول فى زاويتى ـ ه ـ د ـ وليمر بقطب ـ ه د ـ وبنقطة ـ ز ـ قوس ـ زح ـ فيكون فى مثلثى ـ اج ط ـ د زح ـ زاويتا ـ ا ـ د ـ متساويتين وزاويتا ـ ط ـ ح قائمتين وضلعا ـ ا ج ـ د ز ـ متساويين فيكون ـ ج ط ـ مثل ـ زح ـ و ـ اط

---

(١) صف ق ـ د ج ـ (٢) من ـ صف ق (٣) صف ق ـ ط ب ج (٤) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ .

مثل ـ د ح ـ وكان ـ ج ب ـ مثل ـ ز ه ـ فقد قام على قطرى دائرتين متساويتين وهما المارتان ـ بط ح ـ قطعتا ـ ط ج ـ ح ز ـ المتساويتان مع ما يتصل بهما وهما اقل من انصاف القطعتين وكان الخطان الخارجان من نقطتى ـ ج ز الى نقطتى ـ ب ه ـ من الدائرتين متساويتين فلأجل ذلك يكون ـ ط ب ـ ح ه ـ متساويتين وكان ـ ا ط ـ د ح ـ متساويين فجميع ـ ا ب ـ د ه ـ متساويان ولأن اضلاع مثلثى ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ مساوية كل لنظيره فتكون باقى الزوايا متساوية .

ثم لتكن زاويتا ـ ا ـ د ـ قائمتين وحينئذ تكون قطعتا ـ ا ج ـ د ز ـ على قطرى دائرتى ـ ا ب ـ د ه ـ المارين بنقطتى ـ ا ـ د ـ متساويتين وخطا ج ب ـ ز ه ـ متساويين فيكون ـ ا ب ـ د ه ـ متساويين والباقى كامر (١) .

هذا تقرير برهانهم وهذا يستقيم اذا كانت زاويتا ـ ب ـ ه ـ وزاويتا ا ـ د ـ غير منفرجة اما ان كانت احدى الزاويتين المتناظرتين منفرجة والأخرى حادة لم يقع ـ ج ط ـ ز ح ـ كلاهما داخل المثلث بل وقع احدهما داخلا والآخر خارجا منه واذا كانت زاويتا ـ ب ـ ه ـ معا مثل قائمتين وان لم يكن كل واحدة منهما مثل قائمة انتقض الحكم المذكور ، فليكن لبيانه مثلث ا ب ج ـ زاوية ـ ب ـ منه منفرجة ولنخرج ـ ا ب ـ الى ـ ه ـ ولنخرج من قطبها قوس ـ ج د ـ المارة بنقطة ـ ج ـ ونفصل ـ د ه ـ مثل ـ د ب ـ وليمر قوس ـ ج ه ـ بنقطتى ـ ج ه ـ من عظمية فيكون فى مثلثى ـ ج د ب ـ ج د ه ـ لتساوى ضلعى ـ د ب ـ د ه ـ وكون ـ د ج ـ مشتركا وزاويتى د ـ قائمتين قاعدة ـ ب ج ـ مثل قاعدة ـ ج ه ـ وزاوية ج د ه ـ مثل ج ب د ـ فيكون فى مثلثى ـ ج ب ا ـ ج ه ا ـ زاوية ـ ا ـ مشتركة وضلعا ا ج ـ ج ب ـ مساويين لضلعى ـ ا ج ـ ج ه ـ كل لنظيره وكل واحد من زاويتى ـ ج ب ا ـ ج ه ا ـ غير قائمة ومع اجتماع الشروط كلها يستحيل

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ .

ان

٣٧



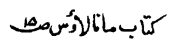
كتاب مانالاوس ص ١٢

ع١٧



ع١٨





ان يكون ضلع ـ اب ـ مساويا لضلع ـ اه ـ اعنى الجزء لكلـه وانما وقع ذلك لكون مجموع زاويتى ـ ج ب ا ـ ج ه ا ـ مساويا لقائمتين وقد وقع قوس ج د ـ القائمة على قوس ـ اب ـ علـى قوائم خارجة عن المثلث الذى زاويته منفرجة وداخلة فى الذى زاويته حادة كما قلنا فهذا ما يجب ان يفهم فى هذا الشكل (١) .

(يد) كل مثلثين ساوى زاويتان وضلع بينهما من احدهما زاويتين وضلعا بينهما من الآخر كل لنظيره كانت الزاوية الباقية والضلعان الباقيان من احدهما مساوية لنظائرها من الآخر فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ وليتسا ومنهما زاويتا ـ ا ـ د ـ وزاويتا ـ ج ـ ز ـ وضلعا ـ ا ج ـ د ز .

تقول فضلعا ـ ا ب ـ ب ج ـ وزاوية ـ ب ـ مساوية لضلعى ـ د ه ه ز ـ وزاوية ـ ه ـ كل لنظيره وذلك لأن الزوايا المتساوية المذكورة لايخلو اما ان تكون نظيرتان منها قائمتين اولا تكون فليكن اولا زاويتا ـ ا ـ د ـ قائمتين ثم ان كان ـ ج ـ ز ـ قطبين لدائرتى ـ ا ب ـ د ه ـ وذلك انما يكون عند كون زاويتى ـ ب ـ ه ـ ايضا قائمتين تساوى ضلعا ـ ج ب ـ ز ه ـ ثم ضلعا ا ب ـ د ه ـ وزاويتا ـ ب ـ ه ـ وان لم يكن ـ ج ـ ز ـ قطبيهما فنخرج ـ ا ج د ز ـ الى ـ ط ح ـ القطبين ونخرج ـ ط ب ـ ح ه ـ من عظيمتين فيكون ا ط ـ د ح ـ متساويين وكان ـ ا ج ـ د ز ـ كذلك ويبقى ـ ج ط ـ ز ح فى مثلثى ـ ب ج ط ـ ه ز ح ـ متساويين ـ وط ب ـ ح ه ـ متساويان وزاويتا ـ ب ج ط ـ ه ز ح ـ متساويتان ومجموع زاويتى ـ ط ب ج ح ه ز ـ اصغر من قائمتين فلأجل ذلك يكون ـ ب ج ـ ه ز ـ متساويين وفى مثلثى ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ يصير ضلعا ـ ا ج ـ ج ب ـ وزاوية ـ ج ـ مساوية لضلعى ـ د ز ـ ز ه ـ وزاوية ـ د ـ كل لنظيره فيكون ـ ا ب ـ مساويا لده ـ وزاوية ـ ب ـ لزاوية ـ ه ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(يه) ثم لايكون شيءٌ من الزوايا النظائر لقائمة ـ تقول فالحكم المذكور ايضا

---

(١) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ، (٢) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ .

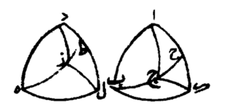
ثابت ولتكن المتساوية كما مرزاويتي ـ اـد ـ وزاويتي ـ ج ـ ز ـ وضلعي اج ـ د ز ـ وظاهر أن ـ اج ـ لا يجوز بقطب ـ اب ـ فلتكن ـ ك قطب اب ـ ونخرج ـ ك ج ـ من عظيمة ونعمل زاوية ـ د ز ل ـ كزاوية اج ك ـ ونخرج ـ ب ج ح ـ ه ز ط ـ وتكون زاويتا ـ اج ح ـ دز ط ـ تماما زاويتي ـ ج ز ـ المتساويتين مساويين ونفصل ـ ز ل ـ مثل ـ ج ك ـ ونخرج ـ اح ك ـ د ط ل ـ من عظيمتين فيكونان متساويين لكون ـ اج ـ ـ ج ك ـ وزاوية ـ اج ك ـ مساوية ـ لد ز ـ ز ل ـ وزاوية ـ د ز ل ـ النظير للنظير ـ و ـ اك ـ ربع ـ فدل ـ ربع وزاويتا ـ ك اج ـ ل د ز ـ وكانت زاويتا ـ ج اب ـ ز د ه ـ متساويتين فزاويتا ـ ك اب ـ ل د ه ـ متساويتان وكانت زاويتا ـ ج اب ـ زج ه ـ متساويتين فزاويتا ـ ك اب ـ ل د ه ـ متساويتان وكانت زاوية ـ ك اب ـ قائمة فزاوية ـ ل د ه ـ قائمة ـ ودل ـ ربع ـ فل ـ قطب ـ ه د ـ ونخرج ـ ك ب ـ ل ه ـ من عظيمتين فلأن في مثلثي ب ك ج ـ ه ل ز ـ زاويتي ـ ب ج ك ـ ه ز ل ـ متساويتان وضلعي ج ك ـ ك ب ـ مساويان لضلعي ـ ز ل ـ ل ه ـ وزاويتي ـ ج ب ك ـ ز ه ل ـ ليستا بقائمتين يكون ـ ب ج ـ ه ز ـ متساويين وكان في مثلثي ـ اج ب د ز ه ـ ضلعا ـ اج ـ د ز ـ متساويين وزاويتا ـ ج ز ـ متساويتين فيكون اب ـ د ه ـ متساويين وكذلك زاويتا ـ اب ج ـ د ه ز ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول وفي بعض النسخ يخرج ـ ك ج ـ ل ز ـ بدل ما اخرج هاهنا ب ج ـ ه ز ـ فيكون البيان قريبا من ذلك البيان والشكل هكذا (٢) .

(يو) كل مثلثين يساوى زاويتان وضلعان يوترانهامن احدهما زاويتين وضلعين يوترانها من الآخر كل لنظيره ولم تكن نقطتا الزاويتين الباقيتين قطبين للضلعين الباقيين فان الضلعين الباقيين منهما متساويان فليكن المثلثان ـ اب ج

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ (٢) الشكل العشرون ـ ٢٠ .

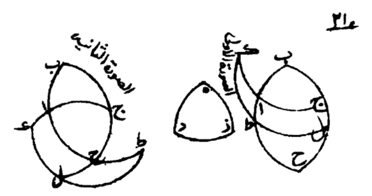




٢٠







٢١ع
الصورة الأولى
الصورة الثانية
ب
ج
ا
ط
ح
ز
د
ه
ك
ل

د ه ز ـ والمتساوية منهما زاويتي ـ ا ـ د ـ وزاويتي ـ ج ـ ز ـ وضلعي ـ ب ج ـ ه ز وضلعي ـ ب ا ـ ه د ـ وليس نقطتا ـ ب ـ ه ـ قطبي ـ ا ج ـ د ز ـ تقول ـ فا ج ـ د ز ـ متساويان ونخرج قوسي ـ ب ا ـ ب ج ـ الى ان يلتقيا على ح ـ ولما لم يكن ـ ب ـ قطب ـ ا ج ـ فلايكون احدى قوسي ب ا ـ ب ج ـ اوكلتا هما ربعا فليكن ـ ب ا ـ ليس بربع فلا يكون ـ ب ا ـ مساوية لا ح ـ ونجعل ـ ا ط ـ مثل ـ ه د ـ اعني ـ ا ب ـ ونخرج ـ ج ا ـ ونجعل ـ ا ب (١) ـ مثل ـ د ز ـ ونخرج ـ ك ط ل ـ من العظام فيكون فى مثلثي ا ك ط ـ د ه ز ـ ضلعا ـ ط ا ـ ا ك ـ وزاوية ـ ا ـ مساوية لضلعي ـ ه د ـ د ز ـ وزاوية ـ د ـ كل لنظيره فلذلك تكون ـ ك ط ـ مساوية ـ له ز ـ اعني ـ ب ج ـ وزاوية ـ ك ـ لزاوية ـ ز ـ اعني زاوية ـ ج ـ ولأن زاوية ـ ج ـ الخارجة عن مثلث ـ ك ج ل ـ مساوية لزاوية ـ ك ـ المقابلة لها يكون ـ ك ل ـ ل ج ـ مساويا لنصف دائرة و ـ ب ج ح ـ نصف دائرة واذا القينا ـ ج ل ـ المشتركة فى الصورة الاولى بقيت ـ ب ج ـ ل ح معا مثل ـ ل ك ـ وكانت ـ ب ج ـ مثل ـ ك ط ـ فيبقى ـ ح ل ـ مثل ل ط ـ اوا القينا ـ ج ح ـ فى الصورة الثانية بقيت ـ ب ج ـ المساوية لط ك ـ مساوية ـ لح ل ـ ل ك ـ معا ويبقى بعد القاء ـ ل ك ـ ح ل ـ مثل ـ ل ح ـ فعلى التقديرين زاويتا ـ ل ح ط ـ ل ط ح ـ متساويتان وزاوية ـ ل ح ط ـ مساوية لزاوية ـ ب ـ فزاويتا ـ ل ط ـ ح ب ـ متساويتان وتكون زوايا مثلثي ـ ب ج ا ـ ط ك ا ـ متساوية النظيرة للنظيرة وكان ـ ب ج ـ مثل ـ ط ك ـ و ـ ا ب ـ مثل ـ ا ط ـ فا ج مثل ا ك ـ وكان ـ ا ك ـ مثل ـ د ز ـ فا ج ـ مثل ـ د ز ـ وذلك ما اردناه(٢).

قال ابو نصر بن عراق فى هذا الشكل غلط ابوجعفر الخازن فى زيج الصفايح فى عرض اقليم الرؤية فى موضعين فيما اظنه وذلك انه لم يعتبر شرط

---

(١) صف ق ـ ا ك ـ (٢) الشكل الحادى والعشرون ـ ٢١ ـ .

ان لا يكون رأس المثلثين قطبين للقاعدتين فان الاضلاع عند ذلك تكون ارباعا ويمكن مع ذلك اختلاف القواعد .

(يز) كل مثلثين ساوى زاويتان وضلع ليس بينهما من احدهما نظائرها من الآخر وكان الضلع الباقى من الموترين لتينك الزاويتين مع نظيره غير معادل لنصف عظيمة فان الضلعين الآخرين والزاوية الباقية من احدهما مساوية لنظائرها من الآخر فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ والمتساوية منهما زاويتى ا ـ د ـ وزاويتى ـ ج ـ ز ـ وضلعى ـ ج ب ـ ز ه ـ ومجموع ـ ا ب ـ د ه ـ غير مساو لنصف عظيمة تقول فزاويتا ـ ب ه ـ وضلعا ـ ا ج ـ د ز ـ وضلعا ا ب ـ د ه ـ كل مساو لقرينه ونخرج ـ ا ب ـ ا ج ـ الى ان يلتقيا على ح ـ ولأن قوسى ـ ا ب ـ د ه ـ غير مساويين لنصف دائرة وقوس ا ب ح ـ نصف دائرة فقوس ـ ب ح ـ غير مساوية لقوس ـ د ه ـ فنفصل ح ط ـ مثل ـ د ه ـ و ـ ح ك ـ مثل ـ د ز ـ ونخرج ـ ك ط ـ من عظيمة وليلق ـ ب ج ـ على ـ ل ـ فلان فى مثلثى ـ ح ك ط ـ د ه ز ـ ضلعى ك ح ـ ح ط ـ وزاوية ـ ح ـ المساوية لزاوية ـ ا ـ مساوية لضلعى ـ ز د ـ د ه ـ وزاوية ـ د ـ كل لنظيرة يكون ـ ط ك ـ مساوية لزه ـ اعنى ج ب ـ وزاوية ـ ك ط ح ـ لزاوية ـ ه ـ وزاوية ـ ط ك ح ـ لزاوية ز ـ اعنى ـ ا ج ب ـ فزاويتا ـ ل ج ك ـ ل ك ح ـ متساويتان وكذلك قوسا ل ج ـ ل ك ـ بل ـ ل ط ـ ل ب ـ ولذلك تكون زاوية ـ ا ب ج ـ مثل زاوية ـ ح ط ك ـ اعنى زاوية ـ د ه ز ـ فزاويتا ـ ا ب ـ ج ه ـ متساويتان وكانت زاوية ـ ز ـ مثل زاوية ـ ج ـ وضلع ـ ج ب ـ مثل ضلع ـ ز ه ـ فضلع ا ب ـ مثل ضلع ـ د ه ـ و ـ ا ج ـ مثل ـ د ز ـ وكانت زاوية ـ ب ـ مثل زاوية ـ ه ـ وذلك ما اردناه (١) ولهذا الشكل ست اختلافات .

اقول وفى بعض النسخ اشترط كون الضلع الذى بين الزاويتين المساويتين مع نظيره اعنى ضلع ـ ا ج ـ د ز ـ معا ايضا غير مساويين لنصف

(١) الشكل الثانى والعشرون ـ ٢٢ ـ .

عظيمة

ع۲۴

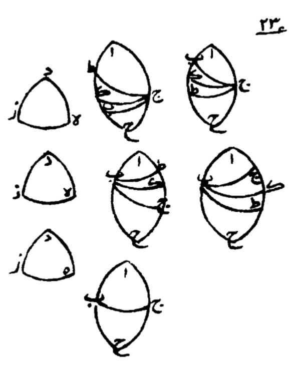








كتاب مانالاوس ص۸۱



كتاب مانالاوس ص١٩

عظيمة والتحقيق يقتضي ان كونهما مساويين لنصف عظيمة يوجب كونهما ربعين ونعيد المثلثين ونخرج ـ اج ـ اب ـ الى ـ ح ـ ونفصل ـ ح ط ـ مثل ـ د ه ـ ويكون لا محالة ـ ح ج ـ مثل ـ د ز ـ فيكون للامر ـ ج ط ـ مثل ـ ز ه ـ بل مثل ـ ج ب ـ ويتساوى زاويتا ـ ج ب ط ـ ج ط ب ـ وليكن ـ ك ـ منتصف ـ ط ب ـ وليمر بنقطتي ـ ج ك ـ قوس ـ ج ك ـ من عظيمة فيكون في مثلثي ـ ج ب ك ـ ـ ج ط ب ـ لتساوى ضلعي ـ ج ب ج ط ـ وضلعي ـ ب ك ـ ط ك ـ وكون ـ ج ك ـ مشتركا زاويتا ـ ك متساويتين بل قائمتين ويكون ـ ا ـ قطب قوس ـ ج ك ـ فيكون ـ اج ـ ربعا وكذلك ـ ح ج ـ ثم انا اذا فرضنا ـ اج ـ د ز ـ مع كونهما مساويين معا لنصف عظيمة غير مساويين امتنع ان تساوى زاوية ـ اج ب ـ زاوية ـ ح ج ط ـ اعني زاوية ـ ز ـ وذلك مناقض لما وضعناه وايضا ان كان ضلعا ـ اب ـ د ه ـ معا مساويين لنصف عظيمة ولم يكن ضلعا ـ اج ـ د ز ـ معا كذلك وجب بمثل ذلك البيان كون ـ اب ـ ح ب ـ ربعين لكنا ان فرضنا هما مع كونهما مساويين لنصف عظيمة غير مساويين لزم ايضا كون زاوية ـ اب ج غير مساوية لزاوية ـ ح ب ط ـ اعني زاوية ـ ه ـ وهو باطل الا انه لايلزم منه مناقضة لما وضعناه انما يلزم منه عدم التأدية الى المطلوب فقط فان كان كل نظرين منها مساويين لنصف عظيمة وجب كون الكل ارباعا ونقطتا ـ اح ـ قطبي ـ ب ج ـ ونقطة ـ د ـ قطب ـ ز ه ـ وذلك لأن ـ ح ب ـ يكون حينئذ مثل ـ د ه ـ و ـ ح ج ـ مثل ـ د ز ـ وزاويتا ـ ح ج ب ـ اج ب متساويين بل قائمتين فتكون زاويتا ـ ب ج ـ وزاويتا ـ ز ه ـ كلها قوائم والاضلاع كلها ما خلا ضلعي ـ ج ب ـ ز ه ـ ارباعا لكنا ان فرضنا كل نظرين غير متساويين مع كونهما مساويين لنصف عظيمة لزم من مخالفة ـ اج لج ح ـ محال مناقض للوضع ومن مخالفة ـ اب ـ ب ح ـ محال غير مناقض للوضع ومع ذلك لايؤدي الى المطلوب (١).

---

(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ .

واذا تقرر ذلك فاقول ـ كون ضلعى ـ ا ج ـ د ز ـ معا مساويين لنصف عظيمة يوجب كونهما ربعين بل متساويين وتساويهما يدل على تساوى المثلثين مماتبين فى الشكل الرابع وكون ضلعى ـ ا ب ـ د ه ـ معا مساويين لذلك وان كان يوجب كونهما متساويين لكن ذلك لايقتضى تساوى المثلثين الابانضام شرط آخراليه وهوان لا تكون نقطتا ـ ب ه ـ قطبين لقوسى ـ ا ج د ز كما تبين فى الشكل السادس عشر فبقى الاحتياج الى هذا الشكل ببيان تساوى المثلثين عندكون كل واحد من النظيرين غيرمتساويين معا نصف دائرة عظيمة مع عدم العلم بمساواتهما فلذلك اشترط من اشترط كليهما .

واما مانالاوس فلم يرلاشتراط عدم ماهو نقيض للوضع وجها ولذلك اقتصرعلى اشتراط عدم ما هوغير مؤد الى المطلوب .

(يح) كل مثلثين زواياهما متساوية كل واحدة لنظيرتها فأضلاعهما متساوية كل لنظيره فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ والمتساوية زاويتى ـ ا د ب ـ ه ج ز ـ .

نقول فضلعا ـ ا ب ـ د ه ـ متساويان وكذلك ـ ب ج ـ ه ز ـ وكذلك ـ ا ج ـ د ز ـ فنخرج ـ ا ب ـ الى ـ ح ـ ونجعل ـ ب ح مثل ـ د ه ـ و ـ ج ب ـ الى ـ ط ـ ونجعل ـ ب ط ـ مثل ـ ه ز ـ ونخرج ط ح ـ من عظيمة وليلق ـ ا ج ـ على ـ ك ـ فلأن قوسى ـ ب ط ـ ب ح وزاوية ـ ب ـ من مثلث ـ ب ط ح ـ تساوى قوسى ـ ه د ـ ه ز ـ وزاوية ـ ه ـ من مثلث ـ د ه ز ـ يكون قوس ـ ط ح ـ مثل ـ د ز ـ وزاوية ـ ح ـ مثل زاوية ـ د ـ اعنى ـ ا ـ فزاوية ـ ح ـ مثل زاوية ـ ا وزاوية ـ ط ـ مثل زاوية ـ ز ـ اعنى زاوية ـ ج ـ ولكون زاوية ا ج ب ـ الخارجة مثل زاوية ـ ط ـ من مثلث ـ ط ج ك ـ يكون ـ ج ك ـ ك ط ـ معا نصف دائرة وايضا لكون زاوية ـ ح ـ الخارجة مثل زاوية ا ـ من مثلث ـ ا ح ك ـ يكون ـ ح ك ـ ك ا ـ معا نصف دائرة ـ فج ك ـ ك ط



كتاب مانالاوس ص٢١

ك ط ـ مثل ـ ح ك ـ ك ا ـ ويبقى ـ ط ح ـ مثل ـ اج ـ وط ح ـ مثل زد ـ فاج ـ مثل ـ د ز ـ وزاويتا ـ ا ـ ج ـ كزاويتى ـ د ـ ز ـ فقوس اب ـ مثل قوس ـ د ه ـ وقوس ـ ب ج ـ مثل قوس ـ ه ز ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يط) كل مثلثين تساوى زاويتان من احدهما زاويتين من الآخر كل لنظيرتها وكانت الزاوية الباقية من احدهما اعظم من نظيرتها من الآخر كان الضلع الذى يوتر الزاوية العظمى اطول من نظيره من المثلث الآخر واذا جمعنا احد الضلعين المحيطين بالزاوية العظمى مع نظيره من المثلث الآخر وكانا معا كنصف دائرة كان الضلع الآخر من المحيطين بالعظمى مساويا لنظيره من المثلث الآخر وان كانا معا اصغر من نصف دائرة كان الضلع الآخر من المحيطين اطول من نظيره وان كان اعظم كان اقصر فليكن المثلثان ـ اب ج ـ ه د ز ـ والمتساوية زاويتى ـ ب ـ د ـ وزاويتى ـ ج ـ ز ـ ولتكن زاوية ـ ه ـ اعظم من زاوية ـ ا ـ .

نقول ـ فد ز ـ اعظم من ـ ب ج ـ ومجموع ـ ه ز ـ اج ـ ان كان مساويا لنصف دائرة كانت ـ ه د ـ مساوية ـ لا ب ـ وان كان اصغر من نصف دايرة كانت ـ ه د ـ اعظم من ـ اب ـ وان كانت اعظم من نصف دائرة كانت ـ ه د ـ اصغر من ـ اب ـ فنخرج ـ اج ـ الى ـ ح ـ ونجعل ج ح ـ مثل ـ ز ه ـ ونخرج ـ ب ج ـ الى ـ ل ـ ونجعل ـ ج ل ـ مثل زد ـ وكانت زاوية ـ ج ـ مثل زاوية ـ ز ـ ونخرج ـ ح ل ـ من عظيمة فيكون مساويا ـ لد ه ـ وليكن اولا ـ ه ز ـ اج ـ معا مثل نصف دائرة فيكون اج ح ـ نصف دايرة واذا اخرجنا ـ اب ـ مرت بنقطة ـ ح ـ فلتمر ولأن زاوية ـ ل ـ مثل زاوية ـ د ـ وهى مثل زاوية ـ ب ـ كانت زاوية ل ـ مثل زاوية ـ ب ـ ولأن زاوية ـ ب ـ الخارجة من مثلث ـ ب ح ل ـ مثل مقابلتها اعنى ـ ل ـ يكون جميع ـ ب ح ـ ح ل ـ كنصف دائرة وكان

(١) الشكل الرابع والعشرون ـ ٢٤ .

ا ب ح ـ نصف دائرة ـ ذ ب ـ تساوى ـ ح ل ـ اعنى ـ د ه ـ ولأن زاوية ج ح ل ـ تساوى زاوية ـ ه ـ وهى اعظم من زاوية ـ ا ـ فزاوية ج ح ل ـ اعظم من زاوية ـ ا ـ ونعمل زاوية ـ ل ح ك ـ مثل زاوية ـ ا ـ وكان زاوية ـ ل ـ مثل زاوية ـ ب ـ وا ب ـ يساوى ـ ح ل ـ فل ك ـ مثل ـ ب ج ـ و ج ل ـ المساوى ـ لد ز ـ اعظم من ـ ب ج ـ فد ز ـ اعظم من ـ ب ج ـ (١) .

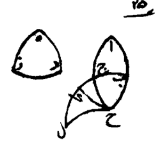
(ك) وايضا ليكن ـ ه ز ـ ا ج ـ معا اصغر من نصف دائرة .

نقول فه د ـ اعظم من ـ ا ب ـ ونخرج ـ ج ل ـ ج ح ـ ح ل كما ذكرنا ولأن ـ ا ج ـ ه ز ـ اصغر من نصف دائرة ـ و ـ ه ز ـ مثل ج ح ـ كما مر ـ فا ج ـ اصغر من نصف دائرة ونخرج ـ ا ب ـ وليلق مع ل ح ـ على ـ ك ـ وزاوية ـ ب ـ مثل زاوية ـ ل ـ كما مر فب ك ـ ك ل كنصف دائرة ولأن زاوية ـ ج ح ل ـ مثل زاوية ـ ه ـ وهى اعظم من زاوية ـ ب ا ج ـ تكون زاوية ـ ج ح ل ـ اعظم من زاوية ـ ب ا ح ـ فيكون ـ ا ك ـ ك ح ـ اصغر من نصف دائرة بل من ـ ب ك ـ ك ل ويلقى ـ ب ك ـ ك ح ـ المشتركين يبقى ـ ا ب ـ اصغر من ـ ح ل ـ اعنى ه د ـ فه د ـ اعظم من ـ ا ب ـ وايضا نفصل ـ ل م ـ مثل ـ ا ب ـ ونخرج ا ن م ـ من عظيمة تقطع ـ ب ج ل ـ على ـ ن ـ فلأن ـ ل م ـ مثل ـ ا ب فاذا جعلنا ـ ب ك ـ ك م ـ مشتركين صار ـ ا ك ـ ك م ـ مثل ـ ب ك ك ل ـ وهما نصف دائرة وتكون لذلك زاوية ـ ا م ل ـ الخارجة مثل زاوية ـ ك ا م ـ من مثلث ـ ك ا م ـ وكانت زاوية ـ ل ـ مثل زاوية ـ ا ب ج و ـ ا ب ـ مثل ـ م ل ـ فيكون ـ ل ن ـ مثل ـ ن ب ـ و ـ ل ج ـ المساوى لد ز ـ اعظم من ـ ب ج ـ فد ز ـ اعظم من ـ ب ج (٢) .

(كا) وايضا ليكن ـ ه ز ـ ا ج ـ معا اعظم من نصف دائرة نقول

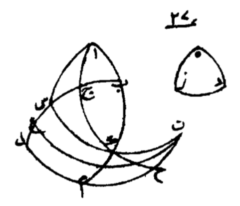
(١) الشكل الخامس والعشرون ـ ٢٥ (٢) الشكل السادس والعشرون ـ ٢٦ .

٢٥



٢٦





كتاب مانالاوس ص ٢٣

فه د ـ اصغر من ـ ا ب ـ ولنخرج ـ ج ل ـ ج ح ـ ح ل ـ كما ذكرنا ونبين حال مثلث ـ ج ح ل ـ ولأن ـ ا ج ـ ه ز ـ اعنى ـ ا ج ح ـ اعظم من نصف دائرة يقطعها ـ ا ب ـ على ـ ك ـ فيما بين ـ ج ح ـ ويقطع ـ ح ل على ـ م ـ ولأن زاوية ـ ا ب ج ـ مثل زاوية ـ ل ـ يكون ـ ب م ـ م ل ـ كنصف دائرة وكانت ـ اب ك ـ نصف دائرة فيبقى ـ ا ب ـ مثل ـ ك م ـ م ل ـ معا ولأن زاوية ـ ج ح ل ـ اعنى ـ ه ـ اعظم من ـ ا ـ اعنى زاوية ح ك م ـ يكون زاوية ـ ك ح م ـ اعظم من زاوية ـ ح ك م ـ وقوس م ك ـ اعظم من قوس ـ م ح ـ ونجعل ـ م ل ـ مشتركا فيكون قوس ح ل ـ اعنى قوس ـ ه د ـ اصغر من ـ ك م ـ م ل ـ معا اعنى ـ ا ب ـ فه د ـ اصغر من ـ ا ب ـ وايضا نجعل ـ ل ن ـ مثل ـ ا ب ـ ونخرج ن ك ـ من عظيمة وليلق ـ ب ج ل ـ على ـ س ـ فلأن ـ ا ب ـ مثل ـ ك م ـ م ل ـ معا ومثل ـ ن ل ـ فاذا القينا ـ م ل ـ المشترك بقيت ـ ك م ـ ن م متساويتين فزاويتا ـ م ن ـ ك م ـ ك ن ـ متساويتان وزاوية ـ م ك ن ـ اعظم من زاوية ـ ا ـ فزاوية ـ ن ـ اعظم من زاوية ـ ا ـ ونفصل منها زاوية ل ن ع ـ مثل زاوية ـ ا ـ فيكون فى مثلثى ـ ا ب ج ـ ع ن ل ـ زاويتا ا ن ـ متساويتين وزاويتا ـ ل ـ ب ـ متساويتين وضلع ـ ا ب ـ مثل ضلع ن ل ـ فلأجل ذلك يكون ـ ل ع ـ مثل ـ ب ج ـ ول ج ـ اعظم من ب ج ـ (وكان ـ ل ج ـ مثل ـ د ز ـ فد ز ـ اعظم ـ من ـ ب ج ـ ١)

وبوجه آخر نخرج ـ ن ك س ـ فتمر ـ با ب ـ لكونه ما راـ بك ويكون فى مثلثى ـ ا ب س ـ س ن ل ـ زاويتا ـ ا ب س ـ س ن ل ـ زاويتا ـ ا ب س ـ س ا ب ـ وضلع ـ ا ب ـ بينهما مساوية لزاو ـ س ل ن س ن ل ـ وضلع ـ ن ل ـ بينهما كل لنظيره فيكون لذلك ـ س ل ـ مثل ب س ـ وج ل ـ اعنى د ز ـ اعظم من ـ ب ج ـ وذلك ما اردناه (٢)

---

(١) ـ من صف (٢) الشكل السابع والعشرون ـ ٢٧

(وينبغي ان يكون في الشكل اما قوس ـ ن ع ـ واما قوس ـ اس ـ ١ ـ) .

اقول وبالعكس اذا كانت زاويتا ـ ب ج ـ مساويتين لزاويتي د ز ـ كل لنظيرتها وكان ـ ب ج ـ اعظم من ـ د ز ـ فزاوية ـ ا ـ اعظم من زاوية ـ ه ـ لانها ان لم تكن اعظم منها فاما ان يساويها ويلزم تساوي ب ج ـ د ز ـ واما ان يكون اصغر منها ويلزم ان يكون ـ ب ج ـ اصغر من ـ د ز ـ هذا خلف فاذا الحكم ثابت لكن هذا البيان لاينا سب كلام ما نا لاوس لانه لا يستعمل الخلف .

(كب) كل مثلثين يساوي ضلع من احدهما ضلعا من الآخر وكانت احدى الزاويتين اللتين تليان ذلك الضلع من احدهما اعظم من نظيرتها والاخرى اصغر والزوتيان الباقيتان اذا جمعتا ليستا باصغر من قائمتين فان الاضلاع التي توتر الزوايا العظمى من كل مثلث اعظم من نظائرها من الآخر فليكن المثلثان ا ب ج د ـ ره ز ـ وليكن ـ ا ج ـ مساويا ـ لد ز ـ وزاوية ـ ا ـ اعظم من زاوية ـ د ـ وزاوية ـ ج ـ اصغر من زاوية ـ ز ـ وليس مجموع زاويتي ب ه ـ باصغر من قائمتين .

نقول فضلع ـ ب ج ـ اطول من ضلع ـ ه ز ـ وضلع ـ ه د ـ اطول من ضلع ـ ا ب ـ ونعمل على نقطة ـ ا ـ من قوس ـ ا ج ـ زاوية ـ ج ا ح ـ مثل زاوية ـ د ـ ثم اما ان نعمل على نقطة ـ ج ـ منها زاوية ـ ا ج ح ـ مثل زاوية ـ ز ـ وليتلاق الضلعان على ـ ح ـ وتكون زاوية ـ ح ـ مثل زاوية ـ ه ـ وكل ضلع مثل نظيره اونفصل من ـ ا ح ـ مثل ـ د ه ـ ونرسم قوس ـ ح ج ـ من عظيمة ثم تمر بنقطتي ـ ج ح ـ فيكون مثلث ـ ج ح ا كمثلث ـ ز ه د ـ وليمر بنقطتي ـ ب ح ـ قوس من العظام فلان زاويتي ب ه ـ بل زاويتي ـ ا ب ج ـ ا ح ج ـ ليستا اصغر من قائمتين يجب ان يكون مجموعهما اعظم من كل واحد من زاويتي ـ ا ب ح ـ ج ح ب ـ واذا القينا من زاويتي ـ ا ب ج ـ ا ح ج ـ ومن زاوية ـ ا ب ح ـ زاوية

(١) من صف .





كتاب مانالاوس ص٢٥

ا ب ج ـ المشتركة بقيت زاوية ـ ا ح ج ـ اعظم من زاوية ـ ج ب ح ـ وتكون زاوية ـ ج ح ب ـ اعظم كثيرا من زاوية ـ ج ب ح ـ فيكون ضلع ـ ب ج ـ اطول من ضلع ـ ح ج ـ اعنى ضلع ـ ه ز ـ وبمثله تبين ان ضلع ـ ا ح ـ اعنى ـ د ه ـ اطول من ضلع ـ ا ب ـ وذلك ما اردناه(١) .

اقول لا يمكن ان يكون قوس ـ ب ح ـ على تقويس ـ ا ب ـ لان ذلك يقتضى ان يكون ـ ا ح ـ نصف عظيمة ولا يتألف المثلثات الا من اضلاع اصغر من الانصاف ولا على تقويس مخالف لتقويس ـ ا ب ـ فاذا يجب لذلك ان تكون زاوية ـ ا ب ح ـ اصغر من قائمتين .

وقد فهم جماعة مثل الماهانى والهروى وغيرهما من قوله ـ الزاويتان الباقيتان ليستا اصغر من قائمتين ـ وجوب كون كل واحدة منهما ليست اصغر من قائمة فبينوا المطلوب بأن قالوا لما لم تكن زاوية ـ ا ب ج ـ اصغر من قائمة كانت زاوية ـ ا ب ح ـ اعظم من قائمة وكانت زاوية ـ ب ح ا ـ اصغر منها لكون زاوية ـ ا ح ج ـ ايضا ليست بأصغر من قائمة فتكون زاوية ا ب ح ـ اعظم من زاوية ـ اح ب ـ وضلع ـ ا ح ـ اطول من ضلع ـ ب ا وكذلك فى الضلعين الآخرين .

وحكمهم هذا وان كان صحيحا لكنه اخص مما يجب فان احدى زاويتى ب ـ ه ـ ان كانت حادة والأخرى منفرجة ولم يكن مجموعهما اقل من قائمتين صدق هذا الحكم عليه بالبيان المذكور بعينه .

(كج) كل مثلث تساوى احدى زاويتيه زاويتيه الباقيتين فاذا انصف الضلع الذى يوتر تلك الزاوية واخرج قوس من العظام يمر بتلك الزاوية وبالنقطة الحادثة من النصف كانت تلك القوس مساوية لنصف وترها وان كانت تلك الزاوية اعظم من الباقيتين كانت تلك القوس اصغر من نصف وترها وان كانت اصغر منهما كانت القوس اعظم .

وبالجملة ان لم تكن تلك الزاوية اعظم من قائمة كانت تلك القوس

---

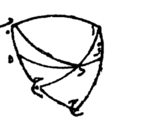
(١) الشكل الثامن والعشرون ـ ٢٨ ـ .

اعظم من وترها فليكن المثلث ـ اب ج ـ ولتكن زاوية ـ ب ـ مساوية لزاويتى ا ج ـ اولا وننصف ـ ا ج ـ علـى ـ د ـ ونخرج ـ ب د ـ من العظام ونقول ـ فب د ـ يساوى ـ ا د ـ فننصف ـ ب ج ـ علـى ـ ه ـ ونخـرج ه د ـ من العظام ونجعل ـ د ز ـ مثل ـ ه د ـ ونخرج ـ ا ز ـ من العظام الى ان يلقى ـ ب ج ـ على ـ ح ـ فـلأن ـ ه د ـ مثل ـ د ز ـ و ـ ج د ـ مثل ـ د ا وزاويتا ـ ه د ج ـ ا د ز ـ متساويتان يكون ـ ه ج ـ بل ـ ه ب ـ مثل ـ زا وزاوية ـ زا د ـ مثل زاوية ـ ه ج د ـ ونجعل زاوية ـ ب ا د ـ مشتركة فتكون زاوية ـ زا ب ـ مساوية لزاويتى ـ ب ج د ـ ب ا د ـ اعنى زاوية ا ب ج ـ ولتساويهما يكون ـ ح ا ـ ح ب ـ متساويين وكانت ـ ا ز ـ ب ه متساويتين فيبقى ـ زح ـ ه ح ـ متساويين وتكون زاويتا ـ ح زه ـ ح ه ز متساويتين وتبقى زاوية ـ ا ز د ـ مثل زاوية ـ ب د ه ـ وكانت زاوية ـ ا ز د ـ مثل زاوية ـ ج ه د ـ فزاويتا ـ ب ه د ـ ج ه د ـ متساويتان وكانت ـ ب ه ج ه متساويتين ـ و ـ ه د ـ مشتركة ـ فب د ـ لتساوى ـ د ج ـ اعنى ـ ا د ثم لتكن زاوية ـ ب ـ اعظم من زاويتى ـ ا ـ ج ـ .

نقول ـ فب د ـ اصغر من ـ ا د ـ وذلك لان زاويـة ـ زا د ـ كما مر مثل زاوية ـ د ج ه ـ ونجعل زاوية ـ ب ا د ـ مشتركة فتكون زاوية زا ب ـ مثل زاويتى ـ د ج ه ـ د ا ب وكانت زاوية ـ ا ب ج ـ اعظم منهما فزاوية ا ب ح ـ اعظم من زاوية ـ ب ا ح ـ فا ح ـ اعظم من ـ ب ح ـ وكان ا ز مثل ـ ب ه ـ فيبقى ـ زح ـ اعظم من ـ ه ح ـ فزاوية ـ ز ه ح ـ اعظم من زاوية ـ ه ز ج ـ وتبقى زاوية ـ ا ز د ـ اعنى زاوية ـ ج ه د ـ اعظم من زاوية ب ه د ـ وكانت ـ ج ه ـ مثل ـ ه ب ـ و ـ د ه ـ مشتركة فيكون ج د ـ اعظم من ـ ب د ـ فب د ـ اصغر من ـ ا د ـ وبمثل ذلك تبين ان زاوية ـ ب ـ اذا كانت اصغر من زاويتى ـ ا ـ ج ـ كانت ـ ب د ـ اعظم من ـ ا د ـ ثم لتكن زاوية ـ ب ـ ليست اعظم من قائمة .

نقول





٣٠



نقول ـ فب د ـ ايضا اعظم من ـ ا د ـ وذلك لان زوايا كل مثلث تكون اعظم من قائمتين فتكون زاويتا ـ ا ج ـ معا اعظم من زاوية ـ ب فيكون لما بينا آنفا ـ ب د ـ اعظم من ـ ا د ـ وذلك ما اردناه (١) .

(كد) كل مثلث احدى زواياه ليست بأصغر من قائمة وكان كل واحد من الضلعين المحيطين بها اصغر من ربع فكل واحد من زاويته الباقيتين اصغر من قائمة فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وزاوية ـ ب ـ منه ليست بأصغر من قائمة وكل واحد من ـ ب ا ـ ب ج ـ اصغر من ربع .

نقول فكل واحدة من زاويتى ـ ا ـ ج ـ اصغر من قائمة فلنخرج ب ا ـ ب ج ـ ونجعل ـ ب د ـ ب ه ـ ربعين ونخرج ـ د ه ـ من العظام ولتكن زاوية ـ ب ـ اولا قائمة فيكون ـ د ه ـ ايضا ربعا وزوايا ـ ب ـ د ـ ه قوائم ونخرج ـ د ج ـ ه ا ـ فيكونان ربعين فزاوية ـ د ج ب ـ قائمة وزاوية ـ ا ج ب ـ اصغر من قائمة وكذلك زاوية ـ ج ا ب ـ بمثل ذلك وايضا لتكن زاوية ـ ب ـ اكبر من قائمة فيكون ـ د ه ـ اعظم من ربع ونفصل ـ د ز ـ ه ح ـ ربعين ولكون ـ د ه ـ مارا بقطب ـ ب ه ـ اذ كانت زاوية ـ ه ـ قائمة و ـ ه ح ـ ربعا ـ فح ـ قطب ـ ب ه ـ وكذلك ـ ز قطب ـ ب د ـ فج ج ـ ربع وزاوية ـ ح ج ب ـ قائمة فزاوية ـ ا ج ب اصغر من قائمة وكذلك زاوية ـ ج ا ب ـ وذلك ما اردناه (٢) .

اقول وهذا الشكل ليس يبنى على ما يتقدمه من هذا الكتاب .

(كه) كل مثلث احدى زواياه ليست اصغر من قائمة وكان الضلع الذى يوترها اقل من ربع وكذلك ضلع آخر منه فان الضلع الباقى يكون ايضا اقل من ربع وكل واحدة من الزاويتين الباقيتين اصغر من قائمة فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وزاوية ـ ا ـ ليست بأصغر من قائمة وكل واحد من ـ ا ب ـ ب ج ـ اقل من ربع .

---

(١) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩ ـ (٢) الشكل الثلاثون ـ ٣٠ .

تقول – فا ج – ايضا اقل من ربع وكل واحدة من زاويتى – ب – ج – اصغر من قائمة فانخرج – ب ا – ب ج – الى ان يصير – ب د – ب ه – ربعين ونرسم – د ه – من العظام – فب – قطبها ونخرج – ا ج – د ه – الى ان يتلاقيا على – ح – ولتكن زاوية – ب ا ج – اولا اعظم من قائمة ونعمل زاوية – ب ا ز – القائمـة وليلق – ا ح – د ز – على – ز – – فز – قطب – ب د – ونخرج – ب ز – من العظـام – فا ب ز – قائمة – فا ب ج – اصغر من قائمة ولان – ه ح – على زاوية قـائمة من عظيمة – ب ه – وهى اصغر من ربع يكون – ه ح – اصغر من – ج ح – فزاوية – ه ج ح – اعنى زاوية – ا ج ب اصغر من قائمة فاذا كل واحدة من زاويتى – ب – ج – اصغر من قائمة وايضا لان – ا د – على زاوية قائمة من عظيمة – ز د – واقل من ربع يكون – ا ح – اصغر من – ا ز – و – ا ز – ربع – فا ج – اصغر كثيرا من ربع ثم لتكن زاوية ب ا ج – قائمة وحينئذ يكون – ح – قطب دائرة – ا د – فا ح – ربعا فيكون ا ح – اقل من ربع وتكون كل واحدة من زاويتى – ب – ج – اصغر من قائمة وذلك ما اردناه (١) .

اقول وبوجه آخر زاوية – ب ا ج – ان كانت قائمة كان – ح – قطب – ب ا – و – ح ا – ربعا – فج ا – اقل من ربع وبالشـكل المتقدم يتم المطلوب وان كانت اكبر من قائمة كان القطب - ز – وفى مثلث – د ا ح – زاوية – د – قائمة وكل واحد من – د ا – د ح – اقل من الربع فبالشكل المتقدم تكون زاوية – ا ح د – حادة وزاوية – ا ح ز – منفرجة – فا ح – اصغر من – ا ب – الربع – فا ج – اقل منه بكثير .

(كو) القوس الواصلة من العظام بين نصفى ضلعى كل مثلث فهى اعظم من نصف الضلع الباقى فليكن المثلث – ا ب ج – ولننصف – ا ب – ب ج – على نقطتى – د – ه – ولنخرج بينهما قوس – د ه – من العظام .

---

(١) الشكل الحادى والثلاثون – ٣١ .

ع٣١



كتاب مانالاوس ص٢٥

٣٢٤



كتاب مانالاوس ص٢٩

نقول فهي اعظم من نصف ـ ا ج ـ ونخرج ـ ه د ـ ونجعل ـ د ز ـ مثل ـ ه ز ـ ونخرج ـ ا ز ـ من العظام الى ان يلاقى ـ ج ب ـ على ـ ح ـ فلان ـ ه د ـ د ب ـ مثل ـ ا د ـ د ز ـ وزاويتا ـ د ـ متساويتان يكون ا ز ـ مثل ـ ب ه ـ اعنى ـ ج ه ـ وزاوية ـ ا ب ج ـ الخارجة مثل زاوية ـ ح ا ب المقابلة لها فيكون ـ ا ح ـ ح ب ـ كنصف دائرة ـ فا ح ـ ح ه ـ اعظم من نصف دائرة ونخرج ـ ا ه ـ من العظام فتكون زاوية ـ ا ه ج ـ الخارجة اصغر من زاوية ـ ه ا ز ـ وضلعا ـ ج ه ـ ه ا ـ مثل ضلعى ـ ز ا ـ ا ه ـ فيكون ـ ا ج ـ اصغر من ـ ز ه ـ فنصف ـ ز ه ـ اعنى ـ ه د ـ اعظم من نصف ـ ا ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

(كز) كل مثلث احدى زواياه ليست باصغر من قائمة ووصل بين منتصفى الضلعين المحيطين بها بقوس من العظام. فان كل واحدة من الزاويتين الحادثتين من المثلث الحادث تكون اصغر من التى تليها من الزاويتين الباقيتين من المثلث الاول فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ والزاوية التى ليست باصغر من قائمة ـ ب ولننصف ـ ب ا ـ ب ج ـ على ـ د ه ـ ولنخرج ـ د ه ـ من العظام .

نقول فزاوية ـ ب د ه ـ اصغر من زاوية ـ ب ا ج ـ وزاوية ب ه د ـ اصغر من زاوية ـ ب ج ا ـ فلان كل واحدة من ـ ا ب ـ ب ج اصغر من نصف دائرة يكون كل واحد من انصافهما اصغر من ربع دائرة ولأن فى مثلث ـ ب د ه ـ كل واحد من ـ ب د ـ ب ه ـ اصغر من ربع وزاوية ـ ب ـ ليست باصغر من قائمة تكون كل واحدة من زاويتى ـ ب د ه ب ه د ـ اصغر من قائمة فان لم تكن كل واحدة من زاويتى ـ ا ـ ج ـ اصغر من قائمة ثبت الحكم وان كانت احداهما مثلا زاوية ـ ا ـ اصغر من قائمة فلننصف ـ ا ج ـ على ـ ز ـ ونخرج ـ د ز ـ د ج ـ من العظام ولان فى مثلثى د ه ب ـ د ه ج ـ د ه ـ مشترك و ـ ب ه ـ ه ج ـ متساويان وزاوية ـ ب ه د اصغر من زاوية ـ ج ه د ـ لكونها حادة يكون ـ ب د ـ اصغر من ـ د ج ـ

---

(١) الشكل الثانى والثلاثون ـ ٣٢ .

فاد ـ اصغر من ـ دج ـوزاوية ـ ازد ـ اصغر من زاوية ـ ج زد ـ فزاوية ا ز د ـ تكون اصغر من قائمة ولكون كل واحدة من زاويتي ـ داز ـ دزا اصغر من قائمة تكون القوس الخارجة من ـ دا ـ الى ـ از ـ على قوائم واقعة بين ـ از ـ وليكن هي ـ دح ـ ويكون ـ دح ـ اصغر من ـ دا ـ وـ اد اصغر من ربع ـ فدح ـ اصغر من ربع ووتره اقصر خط يخرج من ـ د ـ الى اج ـوكان ـ ده ـ اعظم من ـ از ـفليكن ـ ده ـ مثل ـ اط ونخرج ـ دط ـ من العظام فيكون ـ دط ـ اعظم من ـ دز ـوـ دز ـ اعظم من ـ ب ه ـ فدط اعظم من ـ ب ه ـ ولان فى مثلثي ـ ادط ـ ب ده ـ ضلعي ـ د ا ـ اط ـ مثل ضلعي ـ ب د ـ ده ـ وقاعدة ـ دط ـ اعظم من قاعدة ـ ب ه ـ تكون زاوية ـ ب ده ـ اصغر من زاوية ـ ب اج ـ وبمثل ذلك تبين ان زاوية ـ ب ه د ـ اصغر من زاوية ـ ب ج ا ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول اذا لم تكن زاوية ـ ب ـ اصغر من قائمة وجب الحكم وان كان اصغر امكن ولذلك قيد المثلث بهذه الصفة ومن قيده بكون زاوية ـ ب اعظم من قائمة فقد جعل الحكم اخص مما يجب .

(كح) كل مثلث احدى زواياه ليست باصغر من قائمة واخرجت قوسان من العظام تمران بمنتصف الضلع الذى يوتر تلك الزاوية و منتصفي الضلعين المحيطين بها فان كل واحدة من الزاويتين الحادثتين على منتصفي الضلعين المحيطين على وضع تلك الزاوية يكون اصغر من تلك الزاوية فليكن المثلث اب ج ـ والزاوية التى ليست باصغر من قائمة منه زاوية ـ ب اج ـ ولننصف اضلاعه على نقط ـ ده ز ـ ولنخرج ـ ه د ـ ه ز ـ من العظام .

نقول فكل واحدة من زاويتي ـ ه د ب ـ ه زج ـ اصغر من زاوية ب اج ـ وذلك لان زاوية ـ ب اج ـ ان كانت قائمة وكان زوايا كل مثلث اعظم من قائمتين كانت الزاويتان الباقيتان اعظم منها فكذلك اذا اخرجنا اه ـ من العظام كان اعظم من ـ ب ه ـ التى هى نصف ـ ب ج ـ ويصير فى مثلثي

(١) الشكل الثالث والثلاثون ـ ٣٣ .

٢٣٠



كتاب مانالاوس ص٣٠

اده ـ ب د ه ـ ضلعا ـ ا د ـ ب د ـ متساويين ـ و ـ د ه ـ مشتركا ـ و ا ح ـ اعظم من ـ ب ه ـ فتكون زاوية ـ ا د ه ـ اعظم من زاوية ـ ب د ه ـ فزاوية ب د ه ـ اصغر من قائمة فهى اذا اصغر من زاوية ـ ب ا ج ـ وبمثل ذلك تكون زاوية ـ ه ز ج ـ ايضا اصغر من زاوية ـ ب ا ج ـ وان كانت زاوية ـ ب ا ج ـ اعظم من قائمة فزاوية ـ ب د ه ـ ان لم يكن اعظم من قائمة ثبت الحكم وان كانت ايضا اعظم من قائمة كان فى مثلثى ـ ا د ه ـ ب د ه ـ ضلعا ـ ا د ـ د ب ـ متساويين ـ و ـ د ه ـ مشتركا وزاوية ـ ا د ه ـ اصغر من زاوية ـ ب د ه ـ ويكون لذلك ـ ا ه ـ اصغر من ـ ه ب ـ اعنى من ه ج ـ وفى مثلثى ـ ا ز ه ـ ج ز ه ـ يكون ضلعا ـ ا ز ـ ج ز ـ متساويين وز ه ـ مشتركا وضلع ـ ا ه ـ اصغر من ضلع ـ ج ه ـ فتكون زاوية ـ ا ز ه ـ اصغر من زاوية ـ ج ز ه ـ فتكون زاوية ـ ج ز ه اعظم من قائمة وكانت قوسا ـ ه ج ـ ج ز ـ اقل من ربعين فتكون لذلك زاوية ـ ه ج ز ـ اصغر من قائمة ولتقم قوسا ـ ج ح ـ ا ج ـ على قوس ـ ا ج ـ على قوائم فليتلاقيا على ح ـ فح ـ قطب ـ ا ج ـ ونخرج ـ د ج ـ من العظام وليلق ـ ا ج ـ على ـ نقطتى ط ك ـ فى الجهتين ـ فح ط ـ ربع ـ و ـ ط د ـ اقل منه ولتكون ـ د ط ـ عمودا على ـ ط ا ك ـ وهو قصر من ـ د ك ـ يكون وتر ـ د ط ـ اقصر خط يخرج من د ـ الى قوس ـ ط ا ك ـ والاقرب اليه اقصر من الابعد و ـ د ه ـ اقل من الربع لكون كل واحد من ـ د ب ـ ب ه ـ اقل من الربع وزاوية ـ ب د ه ـ اعظم من قائمة ـ و ـ ا ك ـ اعظم من الربع ـ فه د ـ اصغر من ـ اك ـ و ـ د ه اعظم من ـ ا ز ـ وليكن ـ ا ل ـ مثل ـ د ه ـ ونخرج ـ د ز ـ د ل ـ من العظام ـ فد ز ـ اصغر من ـ د ل ـ وكان اعظم من ـ ب ه ـ فد ل ـ اعظم كثيرا من ـ ب ه ـ وفى مثلثى ـ ا د ل ـ د ب ه ـ ضلعا ـ د ا ـ ا ل ـ مساويان لضلعى ـ ب د ـ د ه ـ و ـ د ل ـ اعظم من ـ ب ه ـ فلذلك تكون زاوية ـ ز د ه ـ (١) اصغر من زاوية ـ ب ا ج .

---

(١) صف ق ـ ب د ه .

وبمثل ذلك تبين ان زاوية ـ ه ز ج ـ ايضا اصغر من زاوية ـ ب اج ـ وذلك ما اردناه (١) .

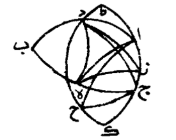
(كط) كل مثلث كان مجموع ضلعيه المحيطين بزواية رأسه نصف دائرة واخرج قوس من العظام من زاوية رأسه الى قاعدته فتلك القوس ان نصفت القاعدة نصفت زاوية رأسه وان نصفت الزاوية نصفت القاعدة وتكون تلك القوس ربعا فليكن المثلث ـ اب ج ـ وليكن مجموع ـ اب ـ ب ج ـ نصف دائرة ولنخرج ـ ب د ـ الى ـ د ـ من ـ اج ـ نقول فان كان ـ اد ـ مساويا لدج ـ كانت زاوية ـ اب د ـ مساوية لزاوية ـ د ب ج ـ وان كانت الزاويتان متساويتين كان ـ اد ـ مساويا ـ لدج ـ ويكون ـ ب د ـ فى الحالتين ربعا فلنخرج ج ـ ب ا ـ ب د ـ ب ج ـ الى ان يلتقى على ـ ه ـ ولتكن الزاويتان اولا متساويتين ولكون ـ اب ـ ب ج ـ نصف دائرة تكون زاوية ـ اج ه ـ كزاوية ـ ج اب ـ وزاوية ـ اج ب ـ كزاوية ـ ج اه ـ واذا القينا من ـ اب ـ ب ج ـ ومن ـ ب ج ه ـ المتساويين ـ ب ج ـ المشترك بقى ـ اب ـ مساويا ـ لج ه ـ وكذلك ـ ب ج ـ له ا ـ ولكون زاويتى ـ اب د ـ د ب ج ـ متساويتين تكون الزوايا التى عند ـ ب ه ـ متساوية ولأن فى مثلثى ـ اب د ـ د ج ه ـ زاويتى ـ ا ـ ب ـ مساويتين لزاويتى ج ـ ه ـ وضلع ـ اب مساويا لضلع ـ ج ه ـ يكون ـ اد ـ مساويا ـ لدج ـ وب د ـ مساويا ـ لده ـ فب د ـ ربع وايضا ان كان ـ اد ـ مساويا ـ لدج ـ وكان ـ اب ـ مساويا ـ لج ه ـ وزاويتا ـ اج متساويتين كانت زاوية اب د ـ كزاويــة ـ ج ه د ـ اعنى زاوية ـ ج ب د ـ وضلع ـ ب د ـ مساويا لضلع ـ د ه ـ وذلك ما اردناه (٢) .

اقول وان كان الضلعان مختلفين ومجموعهما نصف دائرة والقوس المخرج من الرأس الى القاعدة ربع فهو قد نصف زاوية الرأس وذلك لأن ـ اب ـ

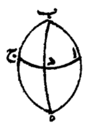
---

(١) الشكل الرابع والثلاثون ـ ٣٤ (٢) الشكل الخامس والثلاثون ـ ٣٥ ـ

٣٤



٣٥



ب ج ـ اذا كانا مختلفين يكون (١) ـ ب ـ قطبا ـ لا ج ـ ولكونها نصف دائرة يكون فى مثلثى ـ د ا ب ـ د ج ه ـ زاويتا ـ د ا ب ـ د ج ه ـ متساويتين وكذلك زاويتا ـ د ـ المتقابلتان ويكون ـ د ب ـ الربع مساويا ـ لده ـ تمامه من النصف وكذلك ـ ا ب ـ ج ه ـ لكون كل واحد منهما تمام قوس ب ج ـ الى النصف فتكون زاوية ـ ا ب د ـ مساوية لزاوية ـ ج ه د ـ اعنى زاوية ـ ج ب د ـ لما تبين فى الشكل السادس عشر وقد استعمل مالاناوس هذا الحكم فى الشكل الخامس من المقالة الثالثة ولم يبينه ها هنا .

(ل) كل مثلث كان مجموع ضلعيه المحيطين بزواية رأسه نصف دائرة وفصلت من زاوية رأسه عن الجنبتين زاويتان متساويتان بقوسين من العظام تخرجان من زاوية رأسه الى قاعدته كان ما يفصله القوسان من القاعدة متساويين ومجموع القوسين ايضا نصف دائرة وبالعكس فى الزاويتين والقوسين فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وليكن قوسا ـ ا ب ـ ب ج ـ نصف دائرة ولنفصل من زاوية ـ ب ـ زاويتا ـ ا ب د ـ ج ب ه ـ بقوسى ب د ـ ب ه ـ من العظام .

نقول فان كانت الزاويتان متساويتين كان قوسا ـ ا د ـ ج ه ـ متساويتين وان كانت القوسان متساويتين كانت الزاويتان متساويتين وفى الحالتين يكون مجموع ـ د ب ـ ب ه ـ كنصف دائرة فلنخرج القسى اللازمة الخارجة من ـ ب ـ ال ان يلتقيا الى نقطة ـ ز ـ فيكون لكون ا ب ـ ب ج ـ نصف دائرة زاويتا ـ ا ج ب ـ ج ا ز ـ متساويتين ـ وج ب مساويا ـ لا ز ـ فان كانت زاوية ـ ج ب ه ـ مساوية لزاوية ـ ا ب د ـ المتساوية لزاوية ـ ا د ز ـ كانت زاويتا ـ ج ب ه ـ ا د ز ـ ايضا متساويتين فيكون ـ ج ه ـ مساويا ـ لا د ـ وهو المطلوب و ـ د ز ـ لب ه ـ وان كان ج ه ـ مساويا ـ لا د ـ كانت زاوية ـ ج ب ه ـ مساوية لزاوية ـ ا ز د ـ اعنى زاوية ـ ا ب د ـ وهو المطلوب ـ وه ب ـ مثل ـ ز د ـ ونجعل ـ د ب

---

(١) صف ق ـ لم يكن.

مشتركا فيكون جميع ـ ه ب ـ ب د ـ مساويا لجميع ـ ب د ز ـ اعنى لنصف دائرة وذلك ما اردناه (١) .

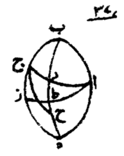
(لا) وايضا فان كانت القوسان الخارجتان من زاوية الرأس الى القاعدة فى المثلث المذكور فى الشكل المتقدم معا مثل نصف دائرة (ولم تكونا متساويتين ـ ٢) وكانتا مختلفتين كانت الزاويتان المفصولتان متساويتين والقوسان المفصولتان من القاعدة متساويتين .

ونعيد الشكل المتقدم فيكون لكون ـ ا ب ـ ب ج ـ معا نصف دائرة زاويتا ـ ب ا ج ـ ا ج ز ـ متساويتين ـ وا ب ـ ج ز ـ متساويان ولكون ـ د ب ـ ب ه ـ معا نصف دائرة زاويتا ـ ا د ب ـ د ه ب ـ اعنى ج ه ز ـ متساويتين ـ ود ب ـ ه ز ـ ايضا متساويان ففى مثلثى ـ ا ب د ـ زه ج ـ زاويتان متساويتان لزاويتين وضلعان يوتران الاولين مساويين لضلعين يوتران الاخيرين وليس ـ ب ـ قطبا ـ لا ج ـ لكون ـ ا ب ـ ب ج ـ غير متساويين فاذا ـ ا د ـ يساوى ـ ج ه ـ وزاوية ـ ا ب د ـ تساوى زاوية ـ ج ز ه ـ اعنى زاوية ـ ج ه ب ـ وذلك ما اردناه (٣) .

(لب) كل مثلث يكون ضلعاه المحيطان بزاوية رأسه اصغر من نصف دائرة واخرج قوس من العظام من زاوية رأسه الى قاعدته فهى ان نصفت الزاوية او القاعدة كانت اقل من ربع فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ والقوس ـ ب د نقول فان كانت اولا زاوية ـ ا ب د ـ مثل زاوية ـ ج ب د ـ كان ـ ب د اصغر من ربع وذلك لأنا نخرج القسى الثلاثة الخارجة من ـ ب ـ الى ان يلتقى على ـ ه ـ فلان ـ ا ب ـ ب ج ـ اصغر من نصف ـ وب ج ه ـ نصف ـ فا ب اصغر من ـ ج ه ـ وليكن ـ ا ب ـ مثل ـ ه ز ـ ونخرج ـ ا ز ـ من العظام فلأن ـ ا ب ـ ب ز ـ معا كنصف دائرة ـ وـ ب ط ـ قد نصف زاوية ا ب ز ـ يكون ـ ب ط ـ ربعا ـ فب د ـ اصغر من ربع وايضا ان كانت

(١) الشكل السادس والثلاثون ـ ٣٦ (٢) من صف (٣) الشكل السابع والثلاثون ـ ٣٧ .


٣٦
ب
ا


٣٧
ب
ج
د
ا
ز
ط
ح
ه

٣٨



كتاب مانالاوس ص ٣٥

قوس ـ ا د ـ مثل قوس ـ د ج ـ كان ـ ب د ـ ايضا اصغر من ربع وذلك لأن ـ ا ب ـ ب ج ـ لما كانتا معا اقل من نصف دائرة كانت زاوية ـ ا ج ه ـ اعظم من زاوية ج ا ب ـ ونعمل زاوية ـ ا ج ح ـ مثل زاوية ـ ج ا ب ـ وليلق ـ ج ح ـ ب د ـ على ـ ح ـ فيكون لتساوي زاويتي ـ د ا ب ـ د ج ح ـ وتساوي زاويتي ـ د ـ وتساوي ضلعي ـ ا د ـ د ج ـ بينهما ـ ب د ـ مثل ـ د ح ـ و ـ ب ح ـ اقل من نصف دائرة لأن ـ ب ه ـ نصف دائرة فب د ـ اقل من ربع وذلك ما اردناه (١).

(لج) كل مثلث كان مجموع ضلعيه المحيطين بزاوية رأسه اصغر من نصف دائرة وكان غير متساويين واخرج من زاوية رأسه الى قاعدته قوس من العظام فان كانت القوس تنصف الزاوية كان اعظم قسي القاعدة يلي اعظم الضلعين وان كانت تنصف القاعدة كان اعظم الزاويتين يلي اصغر الضلعين فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وليكن ـ ا ب ـ ب ج ـ معا اصغر من نصف دائرة و ب ج ـ اعظم من ـ ا ب ـ ولنخرج ـ ب د ـ من العظام ولننصف اولا زاوية ـ ا ب ج ـ بها ـ نقول فج د ـ الذي يلي ـ ب ج ـ اعظم من ـ دا ـ فلنفصل من ب ج ـ ب ه ـ مثل ـ ب ا ـ ونخرج ـ د ه ـ من العظام فيكون ـ ا د مساويا ـ لد ه ـ وزاوية ـ ب ه د ـ مساوية لزاوية ـ ب ا د ـ وكانت زاويتا ـ ب ا ج ـ ب ج ا ـ اصغر من قائمتين لكون ـ ا ب ـ ب ج ـ اصغر من نصف دائرة فتكون زاويتا ـ ب ه د ـ ب ج د ـ اصغر من قائمتين و ـ ب ه د ـ د ه ج ـ مثل قائمتين فزاوية ـ د ه ج ـ اعظم من زاوية ـ د ج ه فج د ـ اعظم من ـ ه د ـ اعني من ـ د ا ـ وايضا لننصف قاعدة ـ ج ا ـ على د ـ نقول فزاوية ـ ا ب د ـ التي تلي ـ ب ا ـ اعظم من زاوية ـ ج ب د ونفصل من ـ ب ج ـ ب ه ـ مثل ـ ب ا ـ ونخرج ـ ه ا ـ من العظام فزاويتا ـ ب ج ا ـ ب ا ج ـ اصغر من قائمتين وزاويتا ـ ب ه ا ـ ب ا ه متساويتان فلذلك تكون زوايا ـ ب ه ا ـ ه ا ج ـ ه ج ا ـ الثلاث

(١) الشكل الثامن والثلاثون ـ ٣٨ .

اصغر من قائمتين ولكن زاويتا ـ ب ه ا ـ ا ه ج ـ مثل قائمتين فزاوية ـ ا ه ج اعظم من زاويتى ـ ه ا ج ـ ه ج ا ـ فلذلك ـ ه د ـ اصغر من ـ د ا وكان ـ ه ب ـ مثل ـ ب ا ـ و ـ ب د ـ مشتركا فاذا زاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ ه ب د ـ وذلك ما اردناه (١) .

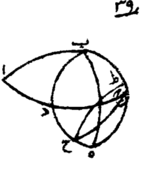
اقول وتبين من ذلك اذا رسمت قسى ـ ب ج ـ ب د ـ ب ا ـ انصافا ان القوس المخرجة من الرأس فى كل مثلث كان مجموع ضلعيه المحيطين بزاوية رأسه اعظم من نصف دائرة والضلعان مختلفان ان نصفت الزاوية كان اعظم قسى القاعدة يلى اصغر الضلعين وان نصفت القاعدة كان اعظم الزاويتين يلى اعظم الضلعين .

(لد) ونقول ايضا فى المثلث المتقدم ان كانت القوس المخرجة من الرأس الى القاعدة بنصف زاوية الرأس اوبنصف القاعدة كان الضلعان المحيطان بالزاوية اعظم من ضعف تلك القوس ولنعد مثلث ـ ا ب ج ـ مع قوس ب د ـ ولننصف زاوية ـ ب ا د ـ قوس ـ ا ج ـ بها ـ نقول فقوسا ـ ا ب ب ج ـ اعظم من ضعف ـ ب د ـ وليكن اولا بنصف ـ ا ج ـ ونخرج ب د ـ د ج ـ الى ان يلتقيا على ـ ه ـ وقد بينا ان ـ ب د ـ اصغر من ربع دائرة فنفصل من ـ د ه ـ مثل ـ ب د ـ وليكن ـ د ح ـ ونخرج ـ ج ح ـ من العظام فلأن ـ ج د ـ د ح ـ مثل ـ ا د ـ د ب ـ وزاويتا ـ د ـ متساويتان يكون ـ ج ح ـ د ح ـ مثل ـ ا ب ـ ونجعل ـ ب ج ـ مشتركا فيكون ب ج ـ ج ح ـ معا مثل ـ ا ب ـ ب ج ـ معا و ـ ب ج ـ ج ح ـ اعظم من ـ ب ح ـ اعنى ضعف ـ ب د ـ فا ب ـ ب ج ـ اعظم من ضعف ـ ب د .

وايضا ليكن ـ ب د ـ ينصف زاوية ـ ب ـ وقد بينا ان ـ ج د يكون اعظم من ـ د ا ـ ونجعل ـ د ز ـ مثل ـ د ا ـ ونخرج قوسى ـ ب ز ه ح ز ط ـ من العظام فلان ـ ز د ـ د ح ـ مثل ـ ا د ـ د ب ـ وزاويتا

(١) الشكل التاسع والثلاثون ـ ٣٩ .

٣٩



شكه



كتاب مانالاوس ص٣

د ـ متساويتان يكون ـ ا ب ـ مثل ـ ز ح ـ وزاوية ـ ب ا د ـ مثل زاوية ح ز د ـ وكانت زاوية ـ ب ا د ـ اعظم من زاوية ـ ب ج د ـ فزاوية ـ ح ز د ـ اعنى زاوية ـ ج ز ط ـ اعظم من زاوية ـ ب ج د ـ فزاوية ـ ح ز ب ـ اعظم كثيرا من زاوية ـ ب ج ز ـ فب ج ـ اعظم من ـ ب ز ـ و ح ز ـ ز ب ـ اعظم من ـ ب ح ـ فج ز ـ ب ج ـ اعنى ـ ا ب ـ ب ج اعظم من ـ ب ح ـ الذى هو ضعف ـ ب د ـ وذلك ما اردناه (١) .

(له) كل مثلث يكون مجموع ضلعيه المحيطين بزاوية رأسه اصغر من نصف دائرة واحد الضلعين اعظم من الآخر وقد اخرج من زاوية الرأس الى القاعدة قوس من العظام مساوية لنصف الضلعين وقسمت القاعدة والزاوية كان القسم الاعظم من قسمى القاعدة والزاوية معا هما اللذان يليان الضلع الاصغر فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ و ـ ب ا ـ اعظم من ـ ب ج وهما معا اصغر من نصف دائرة والقوس الخارجة ـ ب د ـ وهو ـ مساو لنصف مجموع ـ ا ب ـ ب ج ـ نقول ـ ا د ـ اعظم من ـ د ج ـ وزاوية ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ د ب ج ـ فلنخرج ـ ب د ـ ونجعل ـ د ه مثل ـ د ب ـ ونخرج ـ ا ه ـ من العظام ـ فه ا ـ ا ب ـ اعظم من ـ ب ه و ـ ب ه ـ مثل ـ ا ب ـ ب ج ـ فه ا ـ ا ب ـ اعظم من ـ ب ا ـ ب ج ـ ويلقى ـ ا ب ـ المشتركة يبقى ـ ه ا ـ اعظم من ـ ب ج ـ و ـ ب ج ـ اعظم من ـ ب ا ـ فه ا ـ اعظم من نصف ـ ا ب ـ ب ج ـ الذى هو ـ ب د ـ بل د ه ـ فب ج ـ اعظم من ـ د ه ـ واصغر من ـ ه د ـ فقد يمكن ان نخرج من ه ـ مثل ـ ب ج ـ الى نقطة بين ـ د ـ ا ـ وليكن ـ ز ـ ه ـ ونخرجها الى ـ ح من ـ ا ب ـ ونخرج ـ ب ز ـ من العظام ـ فب ز ـ ز ه ـ اعظم من ـ ب د ه المساوى ـ لا ب ـ ب ج ـ فب ز ـ ز ه ـ اعظم من ـ ا ب ـ ب ج ـ ونلقى ز ه ـ ب ج ـ المتساويين ـ فب ز ـ اعظم من ـ ب ا ـ وزاوية ـ ب ا ز ـ اعظم من زاوية ـ ب ز ا ـ فهى بكثير اعظم من زاوية ـ ح ز ا ـ اعنى زاوية

(١) الشكل الاربعون ـ ٤٠ .

ه ز د ـ فزاوية ـ ب ا د ـ اعظم من زاوية ـ ه ز د ـ ونجعل زاوية ـ ب ج ا ـ مشتركة فزاويتا ـ ب ج ا ـ ب ا ج ـ اللتان هما اصغر من قائمتين اعظم من زاويتى ـ ه ز د ـ ب ج ا ـ فهما ايضا اصغر من قائمتين ولان فى مثلثى ـ ب ج د د ز ه ـ زاويتى د ـ مساويتان وكذلك ضلعا ـ ب ج ـ ز ه ـ وضلعا ـ ب د ـ د ه ـ والزاويتان الباقيتان ليستا قائمتين فقوس ـ ج د ـ مثل ـ د ز ـ وزاوية ج ب د ـ مثل زاوية ـ د ه ز ـ و ـ ا د ـ اعظم من ـ د ز ـ فهو اعظم من ج د ـ وذلك احد المطالب .

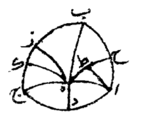
وايضا قوس ـ ب ج ـ مثل قوس ـ ز ه ـ فح ه ـ اعظم من ـ ب ج ـ وهو اعظم من ـ ب ا ـ فه ح ـ اعظم من ـ ب ا ـ واعظم كثيرا من ـ ب ح ـ فزاوية ـ ح ب ه ـ اعظم من زاوية ـ ح ه ب ـ اعنى ـ د ب ج ـ فاذا زاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ د ب ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

(لو) كل مثلث يكون مجموع ضلعيه المحيطين بزاوية رأسه اصغر من نصف عظيمة واحد ضلعيه اعظم من الآخر وقد اخرج من زاوية الرأس الى القاعدة قوس من العظام منصفها واعلم على تلك القوس نقطة كيف وقعت واخرج من طرفى القاعدة الى تلك النقطة قوسان من العظام فحدثت زاويتان داخل المثلث بينهما وبين الضلعين المذكورين فان التى تلى الضلع الاصغر منهما اعظم من الاخرى فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وليكن مجموع ـ ا ب ـ ب ج ـ اصغر من نصف عظيمة و ـ ب ج ـ اعظمهما والقوس المنصفة ـ لا ج ـ على ـ د ـ هى ـ قوس ـ ب د ـ ولنعلم على ـ ب د ـ نقطة ـ ه ـ ولنخرج ـ ا ه ج ه ـ من العظام نقول فزاوية ـ ب ا ه ـ التى تلى ـ ب ا ـ اعظم من زاوية ـ ب ج ه ـ التى تلى ب ج ـ ولان ـ ب د ـ نصف ـ ا ج ـ تكون زاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ ج ب د ـ فزاوية ـ ج ب ه ـ اصغر من قائمة وزاوية ـ ا ج ب اصغر من زاوية ـ ب ا ج ـ وهما اصغر من قائمتين فزاوية ـ ب ج د ـ اصغر

(١) الشكل الواحد والاربعون ـ ١ ٤ .

من

ﺷ٢١



كتاب مانالاوس ص ٣٨

من قائمة وزاوية ـ ب ج ه ـ اصغر كثيرا من قائمة والقوس المخرجة من ه ـ الى ب ج ـ على قوائم من غير ان يقطع ضلعى ـ ا ب ـ ا ج ـ يكون اصغر من كل واحدة من ـ ه ج ـ ه ب ـ بل من ربع لان ـ ه ب ـ اصغر من ـ د ب ـ التى هى اصغر من ربع فهى لا محالة تقع بين نقطتى ـ ب ـ ج وليكن ـ ه ز ـ والمخرجة من ـ ه ـ الى ـ ا ب ـ على قوائم اما ان يقع بين ـ ا ب ـ اولا يقع كذلك فليقع بينهما اولا مثل ـ ه ح ـ فزاويتا ـ ب ح ه ـ ب ز ه قائمتان وزاوية ـ ح ب ه ـ اعظم من زاوية ـ ه ب ز ـ و ـ ب ه ـ مشترك فح ه ـ اعظم من ـ ه ز ـ على ما سنبينه وليكن ـ ح ط ـ مثل ـ ه ز ـ ونخرج ا ط ـ من العظام ولان ـ ا ب ـ اصغر من ـ ب ج ـ ومجموعهما اصغر من نصف دائرة يكون ـ ا ب ـ اقصر من ربع ـ و ـ ا ح ـ اقصر من ربع وكذلك ح ط ـ المشارك (١) ـ له ز ـ فا ط ـ الموترة للقائمة اعظم من ـ ا ح ـ ومن ط ح ـ و ـ ا ه ـ اطول من ـ ا ط ـ وتكون ـ ب د ـ د ج ـ مساويين ـ لب د ـ د ا ـ و ـ ب ج ـ اعظم من ـ ب ا ـ تكون زاوية ـ ب د ج ـ اعظم من زاوية ـ ب د ا ـ و ـ ه ج ـ اعظم من ـ ه ا ـ بل من ـ ا ط ـ فا ط ـ اعظم من ـ ح ط ـ اعنى ـ ه ز ـ واصغر من ـ ه ج ـ ويمكن ان يخرج من ـ ه ـ الى ـ ب ج ـ قوس مثل ـ ا ط ـ وليكن ـ ه ك ـ مثل ـ ا ط ـ ففى مثلثى اح ط ـ ه ك ز ـ ضلعا ـ ا ط ـ ح ك ـ مساويان لضلعى ـ ك ه ـ ز ه ـ وزاويتا ـ زح ـ قائمتان وكل واحدة من ـ ح ط ـ ز ه ـ اقصر من الربع تكون زاويتا ـ ح ا ط ـ ز ك ه ـ متساويتين وزاوية ـ ح ا ه ـ اعظم من زاوية ـ ح ا ط ـ وزاوية ـ ز ك ه ـ اعظم من زاوية ـ ك ج ه ـ لان مجموع ضلعى ـ ك ه ـ ه ج ـ من مثلث ـ ج ه ك ـ اصغر من نصف عظيمة فاذا زاوية ح ا ه ـ اعظم من زاوية ـ ك ج ه ـ وهو المطلوب .

ثم ليقع ـ ه ح ـ الواقع على ـ ا ب ـ لا فيما بين ـ ا ب ـ ولا يخلو اما ان يقع على نقطة ـ ا ـ او على نقطة ـ ب ـ او خارجا عن قوس ـ ا ب ـ

(١) صف ـ المساوى .

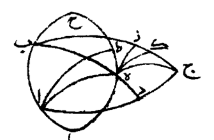
فيما يلى ـ ا ـ اوفيما يلى ـ ب ـ والحكم فى الاول واضح لكون زاوية ـ ب ج د اصغر من قائمة وزاوية ـ ب ج ه ـ اصغر منه كثيرا فهو اصغر من زاوية ب ا ه ـ القائمة وفى الثانى ندبر فيه مثل ما دبرنا مما مر فيتضح الحكم وفى الثالث يكون مثل الاول لكون زاوية ـ ه ا ب ـ اعظم من قائمة و ـ ه ج ب اصغر منها (١) واما فى الرابع فانعد الشكل ونتمم قوسى ـ ح ب ل ـ ح ه ل ـ فلكون ـ ا ه ـ اقل من ربع كما سنبينه لا يكون ـ ا ـ قطب ـ ه ج ـ ولذلك يجب ان يكون احدى قوسى ـ ا ح ـ ا ل ـ اعظم من ربع فليكن اولا ـ ا ح اقل من ربع ويلزم من ذلك بالتدبير المذكور بعينه كون زاوية ـ ب ا ه ـ اعظم من زاوية ـ ه ج ب ـ ثم ليكن قوس ـ ا ح ـ اعظم من ربع فلان ه ل ـ ا ل ـ يقاطعان على قوائم وكان كل واحدة من ـ ا ل ـ ا ه ـ اقل من ربع يكون ـ ه ل ـ اقل من ربع و ـ ه ح ـ اعظم من ربع واعظم كثيرا من ا ه ـ فتكون لذلك زاوية ـ ح ا ه ـ اعظم من زاوية ـ ا ح ه ـ القائمة فهى اعظم من قائمة وزاوية ـ ب ج ه ـ اصغر من قائمة فاذا زاوية ـ ب ا ه اعظم من زاوية ـ ب ج ه ـ وذلك ما اردناه (٢) .

وبوجه آخر لما كانت زاوية ـ ل ـ ليست باصغر من قائمة وكل واحدة من ضلعى ـ ه ا ـ ا ل ـ اصغر من ربع كانت زاوية ـ ه ا ب ـ اكبر من قائمة وكانت زاوية ـ ه ج ب ـ اصغر منها فالحكم ثابت على جميع التقادير .

اقول وانما قلنا ان قوس ـ ه ح ـ الواقعة على ـ ب ا ـ على قوائم اطول من قوس ـ ه ز ـ الواقعة على ـ ب ج ـ على قوائم لانا اذا عملنا فى الصورة الاولى على نقطة ـ ب ـ من قوس ـ ه ب ـ زاويتين مساويتين لزاويتى ـ ح ب ه ـ ز ب ه ـ فى جانب واحد حتى تكون احداهما منطبقة على الاخرى كما كانتا فى الصورة الثانية وفصلنا ـ ب ح ـ ب ز ـ مساويين لما كانتا فى الشكل ووصلنا ـ ه ح ـ ه ز ـ ح ز ـ من العظام كانت زاوية ـ ه ز ح

(١) الشكل الثانى والاربعون ـ ٤٢ ـ (٢) الشكل الثالث والاربعون ـ ٤٣ ـ

٤٢



٤٣

كتاب مانالاوس تم

المشتملة على زاوية ـ ه ز ب ـ القائمة وزاوية ـ ب ز ح ـ او على تما مها من اربع قوائم الذى هو اعظم من قائمة اعظم من زاوية ـ ه ح ز التى هى بعض زاوية ـ ب ح ه ـ القائمة او المساوية لها عند توهم اخراج ـ ب ه فيكون ـ ه ح ـ الموترة للعظمى اطول من ـ ه ز ـ الموترة للصغرى .

واما قولنا ـ ا ه ـ اقل من ربع فلان مجموع قوسى ـ ا ه ـ ه ج ـ الذى هو اصغر من مجموع قوسى ـ ا ب ـ ب ج ـ اصغر من نصف عظيمة وكان ه ج ـ اعظم من ـ ه ا ـ لما مر فيكون ـ ه ا ـ اصغر من ربع .

واعلم ان هذا البرهان بعينه مطرد كما ذكرنا اذا كان مجموع قوسى ا ب ـ ب ج ـ مساويا لنصف دائرة الا ان زاويتى ـ ا ب ه ـ ج ب ه ـ تكونان حينئذ متساويتين وكذلك عمودا ـ ه ز ـ ه ح ـ واما اذا كان مجموعها اكبر من نصف دائرة فقد يمتنع معه الحكم المطلوب وقد يجوز واذا فالصواب ان يقال كل مثلث لا يكون مجموع ضلعيه المحيطين بزاوية رأسه اعظم من نصف عظيمة ويكون احد ضلعيه اعظم من الآخر ونتمم الدعوى على ما سبق اما الاول فلتكن لبيانه ـ ا ب ـ اطول من ربع ـ و ـ ب ج ـ اطول منه وليحيطا بزاوية ليست اكبر من قائمة وليكن ـ ا ج ـ اقصر من ربع ولينصف ا ج ـ بقوس ـ ب د ـ على ـ د ـ وليكن ـ ا ه ـ ربعا ونصل ـ ج ه ـ وليكن قوسا ـ ه ز ـ ه ح ـ قائمتين على الضلعين على قوائم على نقطتى ـ ز ـ ح وتكون زاوية ـ ج ب د ـ اعظم من زاوية ـ ا ب د ـ لانه اذا تممت قسى ب ا ـ ب د ـ ب ج ـ انصافا والتقت على نقطة محاذية لنقطة ـ ب ـ بان الحكم بالشكل الثالث والثلاثين فى الزاويتين المساويتين لزاويتى ـ ج ب د (١) ـ ا ب د ـ وانا قد ذكرت ذلك فى ذيل ذلك الشكل ولذلك يكون ـ ه ز ـ اطول من ه ح ـ كما مر وايضا يكون ـ ه ج ـ اطول من ـ ه ا ـ الربع ولكون ـ ه ا ربعا يكون ـ ه ح ـ قدر زاوية ـ ح ا ه ـ ولكون ـ ه ج ـ اطول من الربع يكون قدر زاوية ـ ه ج ز ـ اعظم من قوس ـ ه ز ـ فزاوية ـ ه ج ز

---

(١) صف ـ ق ـ ج ب ا .

التى تلى ضلع ـ ب ج ـ الاطول اعظم كثيرا من زاوية ـ ه ا ح ـ التى تلى ضلع ـ ب ا ـ الاقصر (١).

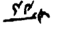
واما الثانى فليكن لبيانه كل واحد من ـ ا ب ـ ا ج ـ ربعا ـ و ـ ب ج اطول منه ونفصل ـ ب ز ـ مساويا ـ لب ا ـ ونخرج قوس ـ ا ه ز ـ فيكون ا ب ـ ا ج ـ ربعين يوجب كون ـ ا ـ قطبا لدائرة ـ ب ز ج ـ ويكون لذلك ـ ا ه ز ـ ايضا ربعا وتكون زاوية ـ ب ا د ـ قائمة وزاوية ـ ه ج ز التى هى بعض زاوية ـ ا ج ز ـ القائمة وهى التى تلى الضلع الاطول يكون اصغر من زاوية ـ ب ا ز ـ التى تلى الضلع الاقصر فهذا بيان ما ادعيناه (٢) ونعود الى الكتاب .

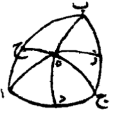
(لز) كل مثلث يكون مجموع ضلعيه المحيطين بزاوية رأسه اصغر من نصف دائرة واحد ضلعيه اعظم من الآخر وقد فصلت من طرفى قاعدته قوسان متساويتان فان القوسين اللتين تخرجان من طرفى تلك القوسين الى نقطة الرأس تحيطان مع الضلعين بزاويتين اعظمهما التى تلى الضلع الاصغر ويكون مجموع القوسين الخارجتين اصغر من مجموع الضلعين فليكن المثلث ـ ا ب ج و ـ ب ا ـ اصغر من ـ ب ج ـ ومجموعهما اصغر من نصف دائرة وقد فصلت من ـ ا ج ـ قوسا ـ ا د ـ ج ه ـ متساويتين واخرجت قوسا ـ ب د ـ ب ه فنقول ان زاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ ج ب ه ـ وأن ـ ب د ـ ب ه معا اصغر من ـ ا ب ـ ب ج ـ معا فلننصف ـ د ه ـ على ـ ز ـ ونخرج ب ز ـ الى ان يصير ـ ز ح ـ مساوية ـ لب ز ـ ونخرج ـ ا ح ـ د ح ـ فيكون فى مثلثى ـ ب ز ج ـ ح ز ا ـ قاعدتا ـ ب ج ـ ح ا ـ وفى مثلثى ـ ب ز ه ح ز د ـ قاعدتا ـ ب ه ـ ح د ـ متساويتين ويكون مثلثا ـ ا ح د ـ ج ب ه المتساويا الاضلاع النظائر المتساويين متساوى الزوايا النظائر ولان فى مثلث ا ب ح ـ اخرج قوس ـ ا ز ـ الى منتصف القاعدة واخرج من نقطة ـ د

---

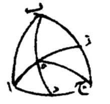
(١) الشكل الرابع والاربعون ـ ٤٤ (٢) الشكل الخامس والاربعون ـ ٤٥

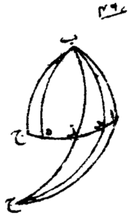
قوسا





ش ٤٥





قوسا ـ د ب ـ د ح ـ وكانت ـ ا ب ـ اصغر من ـ اح ـ وكلا هما اصغر من نصف دائرة تكون زاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ اح د ـ لما مر فى الشكل المتقدم وكانت زاوية ـ اح د ـ مساوية لزاوية ـ ج ب ه ـ فاذا زاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ ج ب ه ـ ولان ضلعى ـ ب د ـ د ح المساويين لضلعى ـ ب د ـ ب ه ـ اصغر من ضلعى ـ ب ا ـ اح ـ المساويين لضلعى ـ ب ا ـ ب ج ـ يكون ـ ب د ـ ب ه ـ معا اصغر من ـ ب ا ـ ب ج معا وذلك ما اردناه(١) .

اقول يتبين بمثل ما مر فى آخر الشكل الثالث والثلاثين انه اذا كان مجموع الضلعين المختلفين اطول من نصف دائرة كان اعظم الزاويتين هى التى تلى الضلع الاطول ويكون مجموع القوسين اعظم من مجموع الضلعين .

(لح) فان احاطت القوسان الخارجتان فى المثلث المتقدم مع الضلعين بزاويتين متساويتين فصلتا من القاعدة قوسين اعظمهما التى تلى الضلع الاعظم وكانا ايضا معا اصغر من الضلعين معا ـ ولنعد المثلث المتقدم مع القوسين ولتكن زاويتا ا ب د ـ ج ب ه ـ متساويتين وضلع ـ ا ب ـ اصغر من ضلع ـ ب ج ـ نقول ـ فا د ـ التى تلى ـ ا ب ـ اصغر من ـ ه ج ـ التى تلى ـ ب ج ـ و ـ ب د ـ ب ه ـ معا اصغر من ـ ب ا ـ ب ج ـ معا ولنخرج ـ ب ز ـ كما فى الشكل المتقدم ونجعل ـ ب ز ـ مثل ـ ز ح ـ ونخرج ـ اح ـ د ح ـ فيكون اح ـ مساويا ـ لب ج ـ واعظم من ـ ا ب ـ وزاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ـ اح د ـ فزاوية ـ ج ب ه ـ اعظم من زاوية ـ ا ح د ـ ونجعل زاوية ـ اح ط ـ مساوية لزاوية ـ ج ب ه ـ وكانت زاوية ـ ب ج ه ـ مساوية لزاوية ـ ز اح ـ وضلع ـ ج ب ـ لضلع ـ اح ـ فيكون ـ ا ط ـ مثل ـ ج ه ـ و ـ ح ط ـ مثل ـ ب ه ـ فا د ـ اصغر من ـ ه ج ـ ولكون اح ـ اعظم من ـ ا ب ـ تكون زاوية ـ ا ز ح ـ اكبر من قائمة وقوس

(١) الشكل السادس والاربعون ـ ٤٦ .

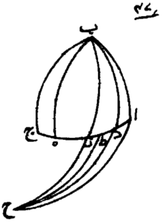
ز ح ـ المساوى ـ لب ز ـ اقل من ربع فلذلك يكون ـ ح د ـ اعظم من ح ط ـ اعنى ـ ب ه ـ و ـ ح د ـ د ب ـ اعظم من ـ ب ه ـ ب د ـ و ـ ح د ـ د ب ـ اصغر من ـ ح ا ـ ا ب ـ اعنى ـ ب ج ـ ب ا ـ فب ـ ه ـ ز د ـ اصغر من ـ ب ج ـ ب ا ـ وذلك ما اردناه (١) .

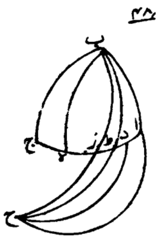
اقول وتبين ايضا بمثل ما مر فى مثلث الذى يكون ضلعاه المختلفان اطول من نصف دائرة ان اعظم القوسين المفصولتين تلى الضلع الاقصر وان القوسين معا اقل من الضلعين معا .

(لط) فان كانت القوسان (٢) المخرجتان من زاوية الرأس الى القاعدة معا مثل الضلعين وحال الضلعين على ما تقدم كان اعظم الزاويتين اللتين تحيط بها القوسان والضلعان واعظم القوسين المفصولتين من القاعدة هى التى تلى الضلع الاصغر (٣) ونعيد المثلث وليكن ضلع ـ ا ب ـ اصغر من ضلع ـ ب ج ـ ولتكن القوسان المخرجتان من الرأس الى القاعدة وهما ـ ب ا (٤) ـ ب ه ـ معا مثل ضلعى ـ ب ا ـ ب ج ـ معا نقول فزاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ج ب ه ـ وقوس ـ ا د ـ اعظم من قوس ـ ج ه ـ ولننصف ـ د ه ـ على ز ـ ونخرج ـ ب ز ـ الى ان يصير ـ ز ح ـ مثل ـ ب ز ـ ونخرج ـ ا ح ـ د ح فيكون ـ د ح ـ مثل ـ ب ه ـ وجميع ـ ب د ـ د ح ـ مثل ـ ب د ـ ب ه اعنى جميع ـ ب ا ـ ب ج ـ و ـ ا ح ـ ا ب ـ اعظم من ـ ا ب ـ ب ج ـ لانها اعظم من ـ ح د ـ د ب ـ فا ح ـ اعظم من ـ ب ج ـ بل من ـ ا ب ـ و ح ز ـ مثل ـ ز ب ـ فزاوية ـ ا ز ح ـ اعنى زاوية ـ ب ز ج ـ اعظم من زاوية ـ ا ز ب ـ ولذلك يكون اعظم من قائمة لان ـ ب ز ـ اصغر من ربع وزاوية ـ ب ز ج ـ اعظم من قائمة يكون ـ ب ج ـ اعظم من ـ ب ه اعنى من ـ ح د ـ فب ج ـ اعظم من ـ ح د ـ واصغر من ـ ح ا ـ فيمكن ان يخرج من ـ ح ـ قوس الى ـ ط ـ بين نقطتى ـ ا ب ـ مساو ـ لب ج ـ ولتكن

(١) الشكل السابع والاربعون ـ ٤٧ (٢) ر ـ الزاويتان (٣) صف ـ ق ـ الاقصر
(٤) صف ق ـ ب د .

هى


ب
ا
ج
ه
ك
ط
د
ح


٤٨
ب
ا
د
ط
ز
ج
ه
ح

هى قوس ـ ح ط ـ فمثلثا ـ ز ب ج ـ زح ط ـ زاويتا ـ ز ـ فيهما متساويتان وضلعا ـ ز ب ـ ب ج ـ مساويان لضلعى ـ زح ـ ح ط ـ كل لنظيره وزاويتا ح ـ ط ـ الباقيتان غير قائمتين لكون كل واحدة من زاويتى ـ ز ـ اعظم من قائمة وكل واحدة من ضلعى ـ ز ب ـ زح ـ اصغر من ربع ولذلك يكون ز ط ـ مساويا لزح ـ وكان ـ ز د ـ مساويا ـ لزه ـ فد ط ـ مساو ـ له ج ـ فاد ـ اعظم من ـ ه ج ـ ولأن زاوية ـ ط ح ز ـ مساوية لزاوية ـ ج ب ز وزاوية ـ د ح ز ـ مساوية لزاوية ـ ه ب ز ـ تكون زاوية ـ ط ح د ـ مساوية لزاوية ـ ج ب ه ـ وزاوية ـ اح ط ـ اعظم من زاوية ـ ج ب ه ـ وكانت اصغر من زاوية ـ اب د ـ لكون ـ اح ـ اعظم من ـ ب ج ـ الذى هو اعظم من ـ ب ا ـ فزاوية ـ اب د ـ اعظم كثيرا من زاوية ـ ج ب ه وذلك ما اردناه (١).

تمت المقالة الاولى (وفى بعض النسخ ليس هاهنا آخر المقالة الاولى).

المقالة الثانية

(١) كل مثلث كانت زاويتاه اللتان على القاعدة معا اصغر من قائمتين او كان ضلعاه معا اصغر من نصف دائرة وتعلمت على احد ضلعيه او فى داخله نقطة فقد يمكن ان تخرج من تلك النقطة قوس الى القاعدة تحيط معها بزاوية تساوى الزاوية التى على وضعها من زاويتى القاعدة فليكن مثلث ـ ا ب ج ـ والقاعدة ا ج ـ وزاويتا ـ ب ج ا ـ ب ا ج ـ معا اصغر من قائمتين ولتعلم على ـ ب ج نقطة ـ د ـ.

فنقول لنا ان نخرج من ـ د ـ قوسا كقوس ـ د ه ـ على ان تكون زاوية ـ د ه ج ـ مساوية لزاوية ـ ب ا ج ـ وليكن ـ ب ج ـ اولا اعظم من ـ ب ا ـ وزاوية ـ ا ـ منفرجة فلنخرج من ـ ا ج ـ قوسى ـ ا ز ـ ج ز ـ قائمتين على ـ ا ج ـ الى ـ ز ـ القطب ونخرج ـ ب د (٢) الى ـ ح ـ ونرسم على قطب ـ ز ـ وببعد ـ ز د ـ قوس ـ د ط ـ على ـ ب ا ـ فيقع فيما بين ـ ب ا

(١) الشكل الثامن والاربعون ـ ٤٨. (٢) صف ق ـ ز د

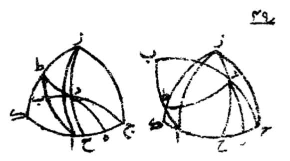
اوخارجا عنهما كما فى هاتين الصورتين ونخرج ـ زط ـ الى ـ ك ـ فيكون دح ـ طك ـ متساويين (١) ولأن زاويتى ـ ب اج ـ ب ج ا ـ معا اصغر من قائمتين تكون زاوية ـ ب اك ـ فى هذه الصورة اعظم من زاوية ـ دج ح ففى مثلثى ـ د ه ح ـ ط اك ـ ضلعا ـ دح ـ طك ـ متساويان بالفرض وكل واحد من ـ دج ـ ط ا ـ اقل من ربع وزاويتا ـ دح ج ـ طك ا ـ قائمتان وزاوية ـ دج ح ـ اصغر من زاوية ـ ط اك ـ فيكون لذلك ـ ج ح ـ اعظم من ـ اك ـ كما ـ سا ورد بيانه ونجعل ـ ح ه ـ مثل ـ اك ـ ونخرج د ه ـ فيكون فى مثلثى ـ د ه ح ـ ط اك ـ ضلعا ـ دح ـ ح ه متساويين لضلعى ـ طك ـ ك ا ـ وزاويتا ـ ح ك ـ قائمتين وتكون لذلك زاوية ـ د ه ح ـ مساوية لزاوية ـ ط اك ـ وتبقى زاوية ـ د ه ج ـ مساوية لزاوية ـ ب اج وذلك ما اردناه (٢).

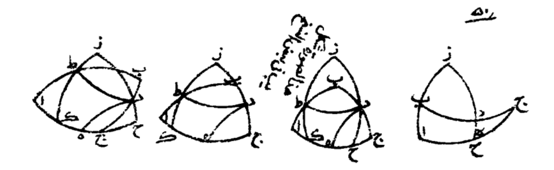
وان كانت زاوية ـ ا ـ قائمة لم تحتج الى هذا العمل بل يكفينا ان نخرج قوس ـ زدح ـ فتكون زاوية ـ دح ج ـ مثل زاوية ـ ب اج ـ وان كانت زاويتا اج ـ معا حادتين وقعت نقطة ـ ك ـ فيما بين ـ ج ا ـ وينبغى ان نفصل ح ه ـ مما يلى ـ ا ـ مساويا ـ لك ا ـ ونخرج ـ د ه ـ ولا يختلف فى هذه الصورة كون ـ ب ج ـ ب ا ـ مختلفين او متساويين وجعل هذه الصورة فى بعض النسخ شكلا غير الذى قبله .

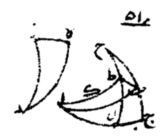
ثم ان كان ضلع ـ ب ج ـ اصغر من ضلع ـ ب ا ـ وكانت زاوية ـ ج قائمة فصلنا ايضا ـ ج ه ـ مما يلى ـ ا ـ مساويا ـ لك ا ـ وان كانت زاوية ـ ج منفرجة وقعت نقطة ـ ح ـ خارجا عن المثلث مما يلى ـ ج ـ وكان ـ ح ج ـ اصغر من ك ا ـ لكون زاوية ـ ج دح ـ اعظم من زاوية ـ ط اك ـ وقد اوردت

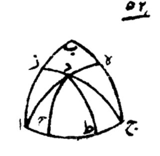
(١) ههنا زيادة من صف ق ونصه (لان ـ زح ـ زك كل واحدة منهما ربع وقد فصل منهما ـ زد ـ زط ـ متساويين ويبقى ـ دح ـ طك ـ متساويان) ـ

(٢) الشكل التاسع والاربعون ـ ٤٩


٣٩
ز
ط
د
ك
ا
ح
ه
ج
ز
ب
ط
ا
ح







کتاب مانالاؤس صـ ۴۷

اربع صورا خرى لهذه الاختلافات فان النسخ بسببها ربما توجد مختلفة (١) .

واقول فى بيان ما وعدته اذا كان فى مثلثى ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ مثلا زاويتا ـ ج ه ـ قائمتين وكل واحد من وتريهما اقل من ربع وزاوية ـ ا ـ اصغر من زاوية ـ د ـ وضلعا ـ ب ج ز ه ـ متساويين كان ـ ج ا ـ اعظم من ه د ـ ولنرسم على ـ ا ـ من ـ ج ا ـ زاوية ـ ج ا ك ـ مثل زاوية ـ ه د ز ونخرج ـ ج ب ـ الى ان يصير ـ ج ح ـ ربعا فيكون ـ ح ـ قطب ـ ج ا ـ ونرسم على ـ ح ـ ببعد ـ ح ب ـ دائرة ـ ب ط ـ ونخرج ـ ا ك ـ الى ان يلاقيها على ـ ط ـ ونخرج ـ ح ط ـ الى ـ ل ـ فيكون مثلث ـ ا ط ل ـ مساويا لمثلث ـ د ز ه ـ لكون زاويتى ـ د ا ـ متساويتين وكذلك زاويتى ـ ه ل ـ القائمتين وضلعى ـ ز ه ـ ط ل ـ متساويين وكل ضلع من الباقيين مع نظيره غير مساو لنصف دائرة وظاهر أن ـ ج ا ـ اعظم من ـ ل ا ـ اعنى ـ ه د (٢).

(ب) فان كانت النقطة داخل المثلث كنقطة ـ د ـ داخل مثلث ـ ا ب ج وأردنا ان تكون الزاوية مثل زاوية ـ ا ـ اخرجنا قوس ـ ج د ز ـ ولكون زاويتى ـ ب ا ج ـ ب ج ا ـ اصغر من قائمتين تكون فى مثلث ـ ز ا ج زاويتا ـ ز ج ا ـ ز ا ج ـ اصغر كثيرا من قائمتين فنخرج من ـ د ـ قوس د ج ـ على ان تكون زاوية ـ د ح ج ـ مثل زاوية ـ ب ا ج ـ وان اردنا ان تكون الزاوية مثل زاوية ـ ج ـ اخرجنا قوس ـ ا د ه ـ ومن ـ د قوس ـ د ط ـ على ان تكون زاوية ـ د ط ا ـ مثل زاوية ـ ب ج ا وذلك ما اردناه (٣) .

(ج) وايضا لما كان احد ضلعى المثلث المذكور ليس اعظم من ربع دائرة كضلع ـ ب ا ـ مثلا وكانت النقطة المذكورة على القاعدة وهى ـ ج ا ـ اوداخل المثلث والقوس الخارجة منها مع ـ ا ج ـ احاطت بزاوية مساوية لزاوية ـ ا ـ وعلى وضعها فنقول ان تلك القوس تقطع ضلع ـ ب ج ـ فان

---

(١) الشكل الخمسون ـ ٥٠ ـ (٢) الشكل الحادى والخمسون ـ ٥١ ـ (٣) الشكل الثانى والخمسون ـ ٥٢ ـ .

كانت النقطة عـلى قاعدة ـ ج ا ـ كنقطة ـ ز ـ عملنا عليها زاوية ـ ج ز د مساوية لزاوية ـ ا ـ وتعلمنا على ـ ز د ـ بنقطة ـ د ـ كيف كانت وانرجنا ب د ه ـ فتقع قوس ـ ز د ـ اذا اخرجنا على مثل ـ ح ـ من ـ ب ج ـ وان كانت النقطة داخل المثلث ولتكن نقطة ـ د ـ فلنخرج ـ ب د ه ـ ولأن زاويتى ـ ب ه ج ـ ب ه ا ـ كقائمتين وزاويتى ـ ج ـ ا ـ اصغر منهما فان لم تكن زاوية ـ ب ه ج ـ اعظم من زاوية ـ ب ج ه ـ كانت زاوية ب ه ا ـ اعظم من زاوية ـ ا ـ وكان لذلك ـ ا ب ـ اعظم من ـ ب ه ـ ولكن ـ ا ب ـ ليس اعظم من ربع فمجموع ـ ا ب ـ ب ه ـ يكون اصغر من نصف دايرة وان كانت زاوية ـ ب ه ج ـ اعظم من زاوية ـ ب ج ه كان ـ ب ج ـ اعظم من ـ ب ه ـ وكان ـ ب ج ـ مع ـ ب ا ـ اصغر من نصف دائرة فمجموع ـ ب ه ـ ب ا ـ على التقديرين اصغر من نصف دائرة ولذلك اذا اخرجنا من ـ د ـ قوسا كقوس ـ د ز ـ على ان تكون زاوية د ز ج ـ مساوية لزاوية ـ ا ـ وعلى وضعها وقعت نقطة ـ ز ـ فيما بين ـ ه ا واذا اخرجنا قوس ـ ز د ـ وقعت على ـ ب ج ـ على مثل ـ ح ـ وذلك ما اردناه (١) .

(د) كل مثلث لا تكون زاوية رأسه اعظم من قائمة ولا كل واحدة من ضلعيه بأعظم من ربع وفرضت نقطة فيه او على قاعدته واخرجت منها قوسان يحيطان مع القاعدة بزاويتين مساويتين لزاويتى المثلث كل لنظيرتها واخرجت القوسان الى الضلعين فحدث منها ذواربعة اضلاع فان ضلعاه الذين تينك القوسين اعظم من اللذين من الضلعين كل من مقابله فليكن المثلث ا ب ج ـ وزاوية ـ ب ـ منه ليست بأعظم من قائمة ولا كل واحد من ب ا ـ ب ج ـ اعظم من ربع ولنفرض نقطة ـ د ـ داخل المثلث ـ او على ـ ا ج ـ ولنخرج منها قوسا ـ د ز ـ د ه ـ المحيطتان بزاويتين تساوى التى يحيط بها ـ د ز ـ زاوية ـ ا ـ والتى يحيط بها ـ د ه ـ زاوية ـ ج ـ وليقعا

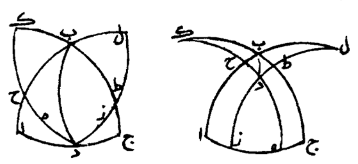
(١) الشكل الثالث والخمسون ـ ٥٣ .

٥٣٠



کتاب مانالاؤس ص۳۴





كتاب مانالاوس ص ۴۹

على الضلعين على نقطتى ـ ح ط كما تبين فى الشكل الذى قبله .

نقول ففى شكل ـ ب ط د ح ـ ذى الاربعة الاضلاع يكون ـ د ط اعظم من ـ ب ح ـ و ـ د ح ـ اعظم من ـ ب ط ـ ولنخرج القوسين و الضلعين الى ان يتلاقى كل اثنين منها على احدى نقطتى ـ ك ل ـ ونخرج ـ ب د ـ فلأن زاوية ـ ل ز ج ـ مساوية لزاوية ـ ل ا ج ـ يكون ـ ز ل ـ ل ا ـ معا كنصف دائرة و ـ د ل ـ ل ب ـ اصغر منه فتكون زاوية ـ ا ب د ـ اعظم من زاوية ب د ل .

و بمثله تبين ان زاوية ـ ج ب د ـ اعظم من زاوية ـ ب د ك ـ فمجموع ط ب ح ـ اعظم من جميع زاوية ـ ط د ح ـ ولان زاوية ـ ط ب ح ليست اعظم من قائمة فزاويتا ـ ط ب ح ـ ط د ح ـ معا اصغر من قائمتين ولأن زوايا كل مثلث اعظم من قائمتين فزوايا كل ذى اربعة اضلاع اعظم من اربع قوائم فزوايتا ـ ب ط د ـ ب ح د ـ اعظم من قائمتين ولأن فى مثلثى ـ ب ط د ـ ب د ح ـ قاعدة ـ ب د ـ مشتركة وزاوية ـ ط ب د ـ اعظم من زاوية ـ ب د ح ـ وزاوية ـ ط د ب ـ اصغر من زاوية ـ ح ب د ـ وباقيتا ط ح ـ اعظم من قائمتين يكون ـ ط د ـ اعظم من ـ ب ح ـ و ـ ح د ـ اعظم من ـ ب ط ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول قال ابو نصر بن عراق يجب ان يزاد شرط آخر فى الدعوى وهو اما قولنا وان لا يكون ضلعا المثلث متساويين او قولنا وكان مجموع الضلعين اقل من نصف دائرة فانهما ان كانا ربعين تامين لم يحدث منهما ذوا ربعة اضلاع ولهذا اشترط مصلحوا الكتاب بكون كل واحد من الضلعين اقصر من ربع وقد فاتهم اشتراطهم هذا ما يكون احد ضلعيه ربعا والآخر اقصر منه وهو داخل فى الحكم المطلوب .

اقول اذا جعل حدوث ذى الاربعة الاضلاع جزءا من مجموع الحكم كما عمله ابو نصر كان الدعوى محتاجة الى ذلك الشرط وذلك انه قال

---

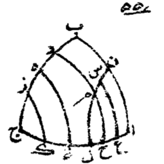
(١) الشكل الرابع والخمسون ـ ٥٤ ـ .

اذا كان شكل ذو ثلثة اضلاع كذا وكذا فان الشكل ذو الاربعة الاضلاع التى تحدث عند رأس الشكل يكون حكمه كذا واما اذا جعل حدوثه جزءا من موضوع الحكم بأن يقال اذا كان شكل ذو ثلثة اضلاع كذا وكذا واخرجت فيه قوسان كذا وحدث فيهما (١) ذواربعة اضلاع فان ضلعيه القوسيين يكونان اعظم من ضلعيه الآخرين لم يحتج فيه الى الاشتراط بما ذكرونعود الى الكتاب .

(٥) كل مثلث متساوي الساقين ليست زاوية رأسه اعظم من قائمة وكانت كل واحدة من الباقيتين اصغر من قائمة وفصلت من احد الضلعين قوسان متساويتان غير متتاليتين اخرجت من اطرافهما قسي الى القاعدة يحيط معها بزوايا مساوية للزاوية التى على القاعدة على وضعها فانها تفصل من القاعدة قطعتين غير متساويتين اعظمهما التى تلى الضلع الذى لم يفصل منه شئ واذا جمعت اصغر القسي المخرجة مع الضلع الذى لم يفصل كان مساويا لمجموع القوسين الباقيتين فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ والمساوى منه ضلعى ـ ب ج ـ ب ا ـ وكل واحدة من زاويتى ـ ا ـ ج ـ اصغر من قائمة وزاوية ـ ب ـ ليست اعظم من قائمة ويفصل من ضلع ـ ب ج ـ قوسى ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتين غير متتاليتين ونخرج من نقط ـ د ـ ه ـ ز ـ قسى ـ د ح ه ط ـ ز ك ـ (تحيط مع ـ ا ج ـ (٢) بزوايا مساوية لزاوية ـ ا ـ وعلى وضعها فيفصل من القاعدة قطعتى ـ ا ح ـ ط ك ـ نقول ـ فاح ـ اعظم من ـ ط ك ـ وجميع ـ ا ب ـ ز ك ـ مساو لجميع ح د ـ ط ه ـ ولنفصل ـ ح ل ـ مثل ـ ج ك ـ ونخرج من ـ ل ـ قوسا يحيط مع ـ ا ج ـ بزاوية كزاوية ـ ج ـ وعلى وضعها فيقع على ب ا ـ لكون ب ج ـ اقل من ربع وذلك لكون زاويتى ـ ا ـ ج ـ حادتين ولتكن هى قوس ل ن ـ ولأن مثلثى ـ ز ك ج ـ م ح ل ـ متساويا الساقين وقاعدتاهما متساويتان وكذلك الزوايا التى على القاعدتين يكون ـ م ح ـ مثل ـ ز ك ـ و م ل ـ مثل ـ ز ج ـ ولأن زاوية ـ ب ـ ليست اعظم من قائمة يكون ـ ن م ـ اعظم من ـ ب د ـ اعنى من ـ ه ز ـ ونفصل ـ م س ـ مثل ـ ز ه

(١) صف ق ـ وحدثت منهما (٢) سقط من صف ق ـ .

وتخرج



كتاب مانالاوس صاه

ونخرج من ـ س ـ قوس ـ س ع ـ كنظائرها ويكون فى مثلثى ـ س ع ل ه ط ج ـ س ل ـ مثل ـ ه ج ـ و س ع ـ مثل ـ ه ط ـ وزوايا القاعدة النظائر متساوية وليست نقطتا ـ س ـ ه ـ قطبين للقاعدتين فلذلك يكون ـ ع ل ـ مساويا ـ لط ج ـ وكان ـ ح ل ـ مساويا ـ لك ج فيبقى ـ ع ح ـ مساويا ـ لط ك ـ ويكون ـ اح ـ اعظم من ـ ط ك ـ وهو احد المطالب ولأن ـ ب د ـ مثل ـ د ط ـ يكون ـ ب ج ـ ج ز ـ معا مثل د ج ـ ج ه ـ معا وكان ـ ب ج ـ مثل ـ ب ا ـ و ـ ج ز ـ مثل ـ ز ك ـ و ـ د ج مثل ـ د ح ـ و ـ ج ه ـ مثل ـ ه ط ـ فاذا جميع ـ ب ا ـ ز ك ـ مثل جميع د ح ـ ه ط ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول قد حدث من القسى الثلاث اربع مثلثات مع المثلث الاعظم يكون كل ساقين من الاعظم والاصغر كيف كانا مساويين لساقين من الآخرين كيف كان وقاعدتا الاعظم والاصغر اعظم من القاعدتين الباقيتين وايضا ان لم تكن القسى متتالية ودبر كما فعل صح الحكم .

(و) فان جعلنا القطعتين المفصولتين من القاعدة متساويتين كانت القوسان المفصولتان من الضلع مختلفتين اصغرهما التى تلى الضلع الذى لم يفصل وكان مجموع القوسين الصغرى من القسى المخرجة مع الضلع الذى لم يفصل اصغر من مجموع القوسين الباقيتين ولنعد الشكل المتقدم دون قوس ـ س ع وليكن اح ـ ط ك ـ متساويتين .

نقول ـ فب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ ومجموع ـ اب ـ ز ك ـ اصغر من مجموع ـ ح د ـ ط ه ـ فلأن ـ ح ل ـ مثل ـ ج ك ـ يكون ـ م ل مثل ـ ز ج ـ ولأن ـ ح ل ـ مثل ـ ط ك ـ يكون جميع ـ ل ا ـ مثل جميع ج ط ـ ولذلك يكون ـ ن ل ـ مثل ـ ه ج ـ ويبقى ـ ن م ـ مثل ـ ه ز و ـ ن م ـ اعظم من ـ ب د ـ فيكون ـ ب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ وايضا لأن ب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ يكون ـ ب ج ـ ج ز ـ معا اصغر من ـ د ج ـ ج ه

(١) الشكل الخامس والخمسون ـ ٥٥ ـ .

وكانت ــ ب ج ــ ج ز ــ مثل ــ ب ا ــ ز ك ــ و ــ د ج ــ ج ه ــ مثل ــ د ح ه ط ــ فاذا ــ ب ا ــ ز ك ــ معا اصغر من ــ د ح ــ ه ط ــ معا وذلك ما اردناه (١) .

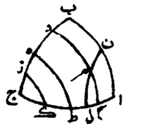
(ز) كل مثلث غير متساوى الساقين ليست زاوية رأسه بأعظم من قائمة ولاضلعه الاعظم بأعظم من ربع وفصلت من قاعدته قوسان متساويتان غير متتاليتين واخرجت من اطهرافهما قسى على زاوية مساوية للزاوية التى على وضعها من زاويتى القاعدة فانها تفصل من الضلع قوسين غير متساويتين اعظمهما التى تلى القاعدة وتكون القوسان المتباعدتان من القسى المخرجة معا اصغر من القوسين الوسطانيتين معا فليكن المثلث ــ ا ب ج ــ والضلع الاطول ب ج ــ وهوليس بأعظم من ربع ولازاوية ــ ب ــ باعظم من قائمة ونفصل ــ ا د ه ز ــ متساويتين ونخرج من نقط ــ د ه ز ــ قسى ــ ح د ــ ه ك ز ك ــ يحيط مع ــ ا ج بزوايا لزاوية ــ ا ــ نقول ــ فط ك ــ اعظم من ــ ب ح ــ و ــ ا ب ز ك معا اصغر من د ح ــ ه ط ــ معا ونفصل ــ د ل ــ مثل ــ ج ز ــ ونخرج من ــ ل قوسا يحيط مع ــ ا ل ــ بزاوية مساوية لزاوية ــ ج ــ وهى ــ قوس ــ ل م ن فلان فى مثلثى ــ م د ل ــ ك ج ز ــ ضلعى ــ د ل ج ز ــ والزاويتين اللتين على كل واحد منهما مساوية كل لنظيره يكون ــ م ل ــ مثل ــ ك ج ــ و ــ م د مثل ــ ك ز ــ وبمثله تبين ان فى مثلثى ــ ن ا ل ــ ط ج ه ــ ن ا ــ مثل ــ ط ه و ــ ن ل ــ مثل ــ ط ج ــ فيبقى ــ ن م ــ مثل ــ ط ك ــ و ــ ن م ــ اعظم من ب ح ــ فط ك ــ اعظم من ــ ب ح ــ وايضا لأن ــ ح م ــ اعظم من ــ ب ن ــ و ــ اذا جعلنا ــ م د ن ا ــ مشتركين كان ــ ح د ن ا ــ اعنى ــ ح د ــ ط ه ــ اعظم من ــ ب ا ــ م د ــ اعنى ــ ب ا ــ ك ز ــ وذلك ما اردناه (٢).

(ح) فان كانت القوسان المتساويتان المفصولتان من القاعدة تليان الزاويتين كان ايضا اعظم القوسين المنفصلتين من الضلع هى التى تلى القاعدة والضلع

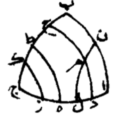
(١) الشكل السادس والخمسون ــ ٥٦ ــ (٢) الشكل السابع والخمسون ــ ٥٧ ــ

الذى

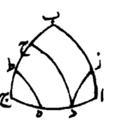
۵۶



۵۷



كتاب مانالاؤس ص۵۲



كتاب مانالاوس صـ٥٣

الذى لم يفصل اصغر من القوسين المخرجتين معا ونعيد المثلث بحاله ونفصل ج ه ـ مثل ـ ا د ـ ونخرج قوسى ـ ه ط ـ د ح ـ على الشرط المذكور ونقول ـ فط ج ـ اعظم من ـ ب ح ـ و ا ب ـ اصغر من ـ د ح ـ ه ط معا ولنخرج من ـ د ـ قوس ـ د ز ـ على ان تكون زاوية ـ اد ز ـ كزاوية ج ـ فيكون ـ ز ا ـ مثل ـ ط ه ـ و ـ ز د ـ مثل ـ ط ج ـ و ز د ـ اعظم من ـ ب ح ـ فط ج ـ اعظم من ـ ب ح ـ وايضا ـ ح د ـ اعظم من ـ ب د ـ ونجعل ـ ز ا ـ اعنى ـ ط ه ـ مشتركا فيكون ـ ح د ـ ط ه ـ اعظم من ـ ب ا ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول وان اخرجت قوس من منتصف القاعدة الى ضلع ـ ب ج على زاوية مثل زاوية ـ ا ـ كان ضعفها اعظم من قوس ـ ا ب ـ وايضا ان اخرجت القسى المذكورة فى هذا الشكل وفى الذى قبله الى ضلع ـ ا ب ـ كانت الاحكام المذكورة جميعا بحالها يتبين ذلك بتدبير يشبه التدابير المذكورة .

(ط) كل مثلث غير متساوى الساقين ليست زاوية رأسه بأعظم من قائمة ولا اطول ساقيه بأعظم من ربع وفصلت من احد ساقيه قوسان متساويتان غير متتاليتين واخرجت من اطرافهما قسى الى القاعدة تحيط معها بزوايا مساوية للزاوية التى على وضعها من زاويتى القاعدة فانها تفصل من القاعدة قطعتين اعظمهما التى تلى الضلع الذى لم يفصل والضلع المفصول ان كان اعظم من قرينه اعنى من الذى لم يفصل كان قرينه مع اصغر القسى المخرجة معا اصغر من القوسين الوسطانيتين معا وان كان اصغر من قرينه كانا اكبر من القوسين الوسطانيتين معا فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وزاوية ـ ب ـ منه ليست بأعظم من قائمة ولا اعظم ساقى ـ ب ا ـ ب ج ـ باعظم من ربع وانفصل من احدهما قوسا ـ ب د ه ز ـ متساويتين ونخرج من ـ د ه ز ـ قسى ـ د ح ـ ه ط ـ ز ك ـ يحيط مع القاعدة بزوايا مساوية للزاوية التى على وضعها من زاويتى ـ ا ج ـ وهذا ممكن لأن كون قوسى ـ ب ا ـ ب ج ـ اقل من ـ نصف دائرة يقتضى كون

(١) الشكل الثامن والخمسون ـ ٥٨ ـ .

زاويتي – اج – اصغر من قائمتين .

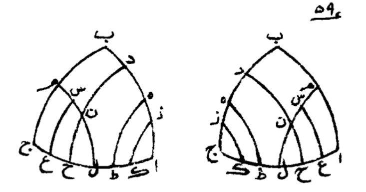
نقول فالقوس التي بين الزاوية ونقطة – ح – وهي قوس – اح – في الصورة الاولى اعظم من قوس – ط ك – فلنفصل – ح ل – مثل – ج ك – ونخرج من – ل – قوس – لم – على زاوية مثل – ج فيقع على – ب ا – لكونه ليس بأعظم من ربع – و م ن – من ذى اربعة اضلاع – ب م ن د اعظم من – ب د – فنفصل – ن س – مثل – ب د – ونخرج – س ع – كنظائرها ولتساوى مثلثى – ن ح ل – زك ج – كما بينا فيما مريكون – ن ل مثل – ز ج – وكان – س ن – مساويا – لب د – اعنى – ه ز – ففى مثلثى – س ع ل – ه ط ج – تكون زاويتا – ع ل – وضلع – س ل – مساوية لزاويتى – ط ج – وضلع – ه ج – كل لنظيره ومجموع – س ع – ه ط – ليس كنصف دائرة فقوس – ع ل – مساوية لقوس – ج ط – وكان – ح ل مساوية – لج ك – فبقى – ع ح – مساوية – لط ك – ويكون – اح – اعظم من – ط ك – وعلى هذا القياس نبينه في الشكل الآخر وذلك ما اردناه (١) .

اقول وان كانت القوسان متتاليتين يتبين الحكم بمثل هذا التدبير بعينه ويوضع لها شكلان غير هذين .

(ى) ونعيد المثلث وليكن – ب ج – اعظم من – اب – و نفصل اولا من – ب ج – قوس – ب د – ه ز – متساويتين ونخرج قسى – ح د – ه ط ز ك – على الشرط المذكور نقول فمجموع – اب – ك ز – اصغر من مجموع ح د – ط ه – وليكن اولا زاوية – ا – ليست اصغر من قائمة و نخرج ب ا – الى – م – ونجعل – ا م – مثل – ز ك – فان لم يكن – ط ه – اصغر من – ب م – فقد حق الخبر ولتكن اصغر منه وقد تبين في الشكل المتقدم ان اح – اعظم من – ط ك – فنفصل – ا ل – مثل – ط ك – ونخرج قوسى م ل – ز ط – فلان في مثلثى – م ا ل – زك ط – ضلعى ا ل – ا م – مساويان لضلعى – ك ط – ك ز – وزاويتي – م ا ل – زك ط – متساويتان لكون

(١) الشكل التاسع والخمسون – ٥٩ –

تماميها



كتاب مانالاوس ص٥٤

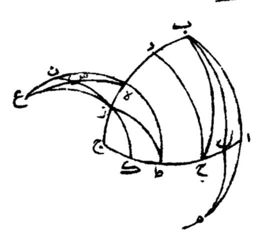
تماميهما اعنى زاوية ـ ا ـ وزاوية ـ زك ج ـ متساويتين يكون ـ م ل ـ مساويا لزط وزاوية ـ ام ل ـ لزاوية ـ ك زط ـ ولأن زاويتى ـ ه ط ج ـ زك ج ـ متساويتان فان نحن توهمنا اخراج ـ ط ه ـ ك ز ـ الى ان يلتقيا كان قوسا ـ ط ه ـ الى الملتقى ـ و ك ز ـ الى الملتقى معا مساويتين لنصف دائرة فيكون ما بين ـ ط ه ـ الى الملتقى وما يتصل بنقطة ـ ز ـ الى الملتقى معا اقصر من نصف دائرة ولذلك تكون زاوية ـ ه ط ز ـ اصغر من زاوية ـ ط زك ـ اعنى زاوية ـ ام ل ـ .

وبوجه آخر لما كانت زوايا مثلث ـ زك ط ـ الثلاث اعظم من قائمتين اعنى من زوايا ـ زط ك ـ ه ط ز ـ ه ط ح ـ الثلاث وكانت زاوية زط ك ـ فيهما مشتركة وزاويتا ـ زك ط ـ ه ط ح ـ متساويتان تبقى زاوية ه ط ز ـ اصغر من زاوية ـ ط زك ـ اعنى زاوية ـ ام ل ـ ولنخرج ـ ط ه الى ان يصير ـ ط ن ـ مساويا ـ لب ام ـ ونخرج ـ ب ل ـ ب ح ـ ن ز فلان فى مثلثى ـ ب م ل ـ ن ط ز ـ ضلعى ـ ب م ـ م ل ـ مساويان اضلعى ن ط ـ ط ز ـ وزاوية ـ م ـ اعظم من زاوية ـ ط ـ يكون ـ ب ل اطول من ـ ن ز ـ ولأن زاوية ـ ا ـ ليست اصغر من قائمة ـ واب ـ اصغر من ربع والقوس الخارجة من ـ ب ـ الى ـ ا ج ـ على قوائم يقع اما على ـ ا ـ او خارجا من ـ ج ا ـ مما يلى ـ ا ـ يكون ـ ب ح ـ اعظم من ـ ب ل ـ فب ح ـ اعظم كثيرا من ـ ن ز ـ ولأن ـ ح د ـ ط ه ـ اذا اخرجتا الى ان تلتقيا وحدث مثلث بين نقطة ـ د ه ـ والملتقى وكان ضلعا ـ د ـ الى الملتقى و ـ ه ـ الى الملتقى معا اقصر من نصف دور تكون زاوية ـ ط ه د ـ الخارجة من المثلث اعنى زاوية ـ ز ه ن ـ اعظم من زاوية ـ ح د ب ـ المساوية للداخلة التى تقابلها فنعمل زاوية ـ ز ه س ـ مثل زاوية ـ ح د ب ـ ولكون ـ ب ح ـ اطول من ـ ن ز ـ يكون ايضا اطول من ـ س ز ـ واذا توهمنا التقاء قوسى ـ اب ـ ح د ـ يتبين بمثل ما مر ان زاوية ـ اب ج ـ التى ليست

اعظم من قائمة تكون اعظم من زاوية ـ ح د ج ـ فتكون زاوية ـ ح د ج اصغر من قائمة وتمامها وهى زاوية ـ ح د ب ـ اعنى زاوية ـ ز ه س ـ اعظم من قائمة وظاهر ان ـ ه ز ـ اقل من ربع وكذلك ـ ز س ـ الذى هو اقصر من ـ ز ن ـ بل من ـ ح ب ـ الذى هو اقصر من ـ ج ب ـ لكون زاوية ب ح ج ـ التى هى اعظم من زاوية ـ د ح ج ـ اعنى زاوية ـ أ ـ اعظم من قائمة وزاوية ـ ج ـ اصغر منها ـ و ج ب ـ ليس اعظم من ربع فلذلك يمكن ان نخرج من نقطة ـ ز ـ الى قوس ـ ه س ـ بعد اخراجها قوس تساوى قوس ـ ب ح ـ ولتكن هى قوس ـ ز ع ـ ففى مثلثى ـ ب د ح ـ ز ه ع زاويتا ـ ب د ح ـ ز ه ع ـ متساويتان وضلعا ـ د ب ـ ب ح ـ المحيطان بزاوية ـ ب ـ مساويان لضلعى ـ ز ه ـ ز ع ـ المحيطين بزاوية ـ ز ـ وزاويتا ح ع ـ الباقيتان اصغر من قائمتين اما زاوية ـ ح ـ فلان زاوية ـ د ح ا ـ تمام زاوية ـ د ح ج ـ اعنى زاوية ـ ا ـ ليست اكبر من قائمة وزاوية ـ ح ـ نصفها واما زاوية ـ ع ـ فلان فى مثلث ـ ه ز ع ـ زاوية ـ ه ـ اعظم من قائمة وكل احد من ضلعى ـ ه ز ـ ز ع ـ اقصر من ربع ولكون مثلثى ب د ح ـ ز ه ع ـ على ما وصفنا يكون ـ ه ع ـ مساويا ـ لد ح ـ ونصل قوس ن ع ـ فيكون فى مثلث ـ ز ن ع ـ ز ن ـ التى هى اقصر من ـ ب ح ـ اقصر من ـ ز ع ـ المساوى لها وتكون زاوية ـ ز ن ع ـ اعظم من زاوية ـ ن ع ز ـ وزاوية ـ ه ن ع ـ اعظم كثيرا من زاوية ـ ز ع ن ـ بل من زاوية ـ ه ع ن ـ فيكون ـ ه ع ـ اعظم من ـ ه ن ـ ونجعل ـ ط ه ـ مشتركا فيكون جميع ـ ط ه ـ ه ع ـ اعنى جميع ـ ط ه ـ د ح ـ اعظم من جميع ـ ط ه ن ـ اعنى ـ ب ا م ـ اعنى جميع ـ ب ا ـ ز ك ـ وذلك ما اردناه (١) .

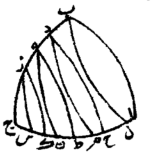
(يا) وايضا لتكن زاوية ـ ا ـ من المثلث المذكور فى الشكل المتقدم ايضا اصغر من قائمة وضلع ـ ب ج ـ اطول من ـ ب ا ـ كما كان وقسى ـ د ح ـ ه ط ـ زك ـ المخرجة كما كانت ـ نقول بجميع ـ ب ا ـ زك ـ اصغر

(١) الشكل الستون ـ ٦٠



ش٦٠
ب
د
ن
س
ع
ه
ز
ج
ك
ط
ح
ل
ا
م

يا



كتاب مانالاؤس تمت

من جميع ـ د ح ـ ه ط ـ فلان ـ ب ا ـ اصغر من ـ ب ج ـ وزاوية ـ د ا ـ اصغر من قائمة يمكن لنا ان نخرج قوسا مساويا ـ لب ا ـ من ـ ب ـ الى نقطة فيما بين ـ ا ج ـ وذلك لأنا ان جعلنا نقطة ـ ب ـ قطبا وادرنا ببعد ـ ب ا ـ دائرة وقعت القوس خارج المثلث لكون زاوية ـ ا ـ اصغر من قائمة ثم قطعت ا ج ـ ومرت بمابين نقطتى ـ ب ج ـ وليقطع ـ ا ج ـ على ـ ل ـ فاذا اخرجنا قوس ـ ب ل ـ كانت مساوية ـ لب ا ـ وبمثل ذلك نخرج ـ د م ـ مساوية لد ح ـ و ـ ه ن ـ مساوية ـ له ط ـ و ـ ز س ـ مساوية ـ لز ك ـ فيكون لتساوى ـ ب ا ـ ب ل ـ تتساوى زاويتا ـ ب ا ل ـ ب ل ا ـ فتكون زاوية ب ل ج ـ اكبر من قائمة وتساويها زوايا ـ د م ج ـ ه ن ج ـ ز س ج وفى مثلث ـ ل ب ج ـ تكون زاوية ـ ل ب ج ـ ليست اعظم من قائمة وزاوية ـ ب ل ج ـ ليست اصغر من قائمة و ـ ب ج ـ اعظم من ـ ب ل وقوسا ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتان فتكون قوسا ـ ب ل ـ ز س ـ اصغر من قوسى ـ د م ـ ه ن ـ كما فى الشكل المتقدم فاذا قوسا ـ ب ا ـ ز ك ـ المتساويتان ـ لب ل ـ ز س ـ اصغر من قوسى ـ د ح ـ ه ط ـ المتساويتين لقوسى ـ د م ـ ن ه ـ وذلك ما اردناه (١) .

وينبغى ان يدبر هذا التدبير فى سائر اصناف صور هذا الشكل اذا جعلت زاوية ـ ا ـ حادة اعنى اذا كان القوسان المتساويتان ـ ب د ـ ج ه ـ والمجموع اقل من ـ ب ج ـ او ـ اكثر منه او نصف ـ ب ج ـ على ـ د ـ ونبين الحكم بمثل ما مر فى اجزاء القاعدة .

(يب) ونعيد مثلث ـ ا ب ج ـ ولتكن القوسان المفصولتان ـ ب د ـ ه ج ونخرج ـ د ح ـ ه ط ـ كما تقدم والمطلوب ان نبين ان ـ ا ح ـ اعظم من ط ج ـ فنعمل على ـ ح ـ زاوية ـ ا ح ز ـ كزاوية ـ ج ـ فيكون ـ ح ز اعظم من ـ د ب ـ ونفصل ـ ح ك ـ مساويا ـ لد ب ـ ونخرج من ـ ك قوس ـ ك ل ـ كنظائرها ونبين ان مثلث ـ ك ح ل ـ مثل مثلث ـ ه ط ج

---

(١) الشكل الحادى والستون ـ ٦١ ـ .

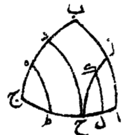
لتساوى زاويتى ـ ل ـ ط ـ وزاويتى ـ ح ـ ج ـ وضلعى ـ ك ح ـ ه ج المتساويين ـ لب د ـ وكون ضلعى ـ ك ل ـ ه ط ـ اقل من نصف دائرة فيكون ـ ل ح ـ مثل ـ ط ج ـ و ا ح ـ اعظم من ـ ط ج ـ وعلى ذلك القياس ان فصل ضلع ـ ب ج ـ الى ـ ب د ـ د ج ـ المساويين يكون ـ اح اعظم من ـ ح ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يج) ونعيد مثلث ـ ا ب ج ـ مع قوسى ـ د ح ـ ه ط ـ على ان زاوية ـ ا ب ج ـ كما كانت اولا ليست باعظم من قائمة وان ضلع ـ ب ج اعظم من ـ ب ا ـ وان ـ ب د ـ ه ج ـ متساويان والمطلوب ان نبين ان ا ب ـ اصغر من مجموع ـ د ح ـ ه ط ـ ونفرض زاوية ـ ا ـ اولا ليست باصغر من قائمة فيكون ـ اح ـ اعظم من ـ ط ج ـ ونفصل ـ ا ز ـ مثل ط ج ـ ونخرج ـ ط ه ـ الى ان تصير ـ ط ك ـ مثل ـ ا ب ـ ونخرج ـ ب ز ـ ب ح ـ ك ج ـ فيكون فى مثلثى ـ ب ا ز ـ ك ط ج ـ لتساوى ضلعى ب ا ـ ك ط ـ وضلعى ـ ا ز ـ ط ج ـ و زاويتى ـ ا ط ـ ضلع ـ ب ز ـ مثل ضلع ـ ك ج ـ و ـ ب ح ـ اعظم من ـ ب ز ـ لما تبين فى نظيرهذا الشكل فب ح ـ اعظم من ـ ك ج ـ وتبين ايضا بمثل ما تبين هناك ان زاوية ك ه ج ـ اعنى زاوية ـ د ه ط ـ اعظم من زاوية ـ ب د ح ـ ونعمل زاوية ج ه ل ـ مثل زاوية ـ ب د ح ـ وتبين ان ـ ب ح ـ اعظم ـ ج ل ـ لكونه اعظم من ـ ج ك ـ وانه يمكننا ان نخرج ـ ه ل ـ ونخرج ـ ج م ـ اليه مساويا ـ لب ح ـ فيكون فى مثلثى ـ ب ح د ـ ه م ج ـ زاويتا ب د ح ـ م ه ج ـ متساويتين وضلعا ـ ب د ب ح ـ المحيطان بزاوية ب ـ مساويين لضلعى ـ ه ج ـ ج م ـ المحيطين بزاوية ـ ج ـ وكل واحدة من الزاويتين الباقيتين اعنى زاويتى ـ ب ح د ـ ه م ج ـ اصغر من قائمة لما سا ذكر بيانه ولذلك يكون المثلثان متساويين و ـ دح ـ مساويا ـ لدم ـ ولكون ج ك ـ اصغر من ـ ب ح ـ و ـ ج م ـ مساويا له تكون زاوية ـ ج م ك

(١) الشكل الثانى والستون ـ ٦٢ ـ .

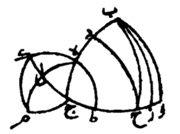
اصغر

٦٢



كتاب مانالاوس ص٥٨

٦٣



كتاب مانالاوُس ص٥٩

اصغر من زاوية ـ ج ك م ـ وزاوية ـ ه م ك ـ اصغر كثيرا من زاوية ه ك م ـ فيكون ـ ه م ـ اعنى ـ د ح ـ اعظم من ـ ه ك ـ واذا جعلنا ـ ه ط ـ مشتركا يكون ـ ك ط ـ اعنى ـ ا ب ـ اصغر من ـ د ح ـ ه ط ـ معاوذلك ما اردناه (١) ثم نجعل زاوية ـ ا ـ اصغر من قائمة ونبين بمثل ما بينا فى شكل ـ يا ـ من ب ـ المطلوب فى هذا الشكل .

اقول انما كانت زاويتا ـ ح ـ م ـ من مثلثى ـ ب د ح ـ ج ه م ـ حادتين لأن زاوية ـ د ـ اعظم من قائمة لكونها اعظم من تمام زاوية ـ ب ـ وقد مربيان ذلك فى الشكل العاشر وكذلك زاوية ـ ه ـ المساوية لزاوية ـ د ـ وكل واحد من ضلعى ـ ب ح ـ ج م ـ اقصر من ربع لكون ـ ب ح ـ اقصر من ب ـ ج ـ وهو اقل من ربع وكذلك كل واحد من ـ ب د ه ج ـ فلما تبين فى شكل ـ كه ـ من ـ ا ـ تكون زاويتا ـ ح م ـ حادتين .

(يد) ونعيد المثلث كما وصفناه اعنى على ان لا تكون زاوية رأسه اعظم من قائمة ولا اعظم ساقيه باعظم من ربع ونخرج فيه قسيا تحيط مع القاعدة بزوايا مساوية للزاوية التى على وضعها من زاويتى القاعدة وكان اصغر تلك القسى مع الضلع الذى لم يفصل مساويا للقوسين الوسطانيتين معانقول فالقطع المفصولة بتلك القسى من القاعدة ومن الضلع الآخرتكون مختلفة اعظمها التى تلى الضلع ان كان الضلع المفصول اعظم الساقين وان كان الضلع المفصول اصغرهما فاعظم القطع من القاعدة هى التى تلى الضلع ايضا ومن الضلع هى التى تلى القاعدة .

فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ والضلع الاعظم ـ ب ج ـ والقسى المخرجة منها هى ـ د ح ـ ه ط ـ ز ك ـ وليكن ضلع ـ ب ا ـ مع قوس ز ك ـ مساوين لقوسى ـ د ح ـ ح ط ـ معا .

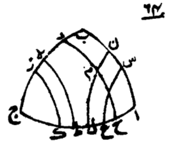
ونقول اولا ـ فا ح ـ من القاعدة اعظم من ـ ط ك ـ ولنفصل ح ل ـ مساوية ـ لج ك ـ ونعمل على ـ ل ـ زاوية ـ ا ل ن ـ كزاوية ـ ج

(١) الشكل الثالث والستون (٦٣) .

فتكون ـ م ح ـ مساوية ـ لزك ـ كما بينا فيما مر ويكون مع ـ ط ه ـ مثل ـ اب ـ و ـ م د ـ اعظم من ـ ب ن ـ فيفصل ـ ب س ـ مثلها ـ و يبقى س ا ـ مساوية ـ لط ه ـ وتخرج قوس ـ س ع ـ على الشرط المذكور فيكون لكون ـ ا س ـ مثل ـ ه ط ـ وزاويتى ـ س ا ع ـ س ع م ـ مثل زاويتى ـ ه ط ج ـ ه ج ط ـ وس ع ـ ه ج ـ اقل من نصف دائرة ـ ع ا مثل ـ ط ج ـ و ع ح ـ اصغر من ـ ح ل ـ اعنى ـ ج ك ـ فيبقى ـ ا ح ـ اعظم من ـ ط ك ـ وذلك ما اردناه (١).

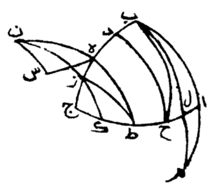
(يه) ونعيد المثلث مع القسى المخرجة ونقول ـ ب د ـ ايضا اعظم من ه ز ـ فنفصل ـ ا ل ـ مثل ـ ط ك ـ ونخرج ـ ب ا ـ ونجعل ـ ا م ـ مثل ك ز ـ ونخرج ـ ط ز ـ م ل ـ فيكون مثلثا ـ ا م ل ـ ك ز ط ـ متساويين ونخرج ـ ط ه ـ ونجعل ـ ه ن ـ مثل ـ د ح ـ فيكون ـ ط ن ـ مثل ـ ب م ـ ونخرج ـ ب ل ـ ن ز ـ فضلعا ـ ب م ـ م ل ـ مثل ضلعى ـ ط ن ط ز ـ وزاوية ـ ب م ل ـ اعنى زاوية ـ ط زك ـ اعظم من زاوية ـ ن ط ز ـ فيكون ـ ب ل ـ اعظم من ـ ن ز ـ ونخرج ـ ـ ح ـ فيكون اعظم من ـ ب ل ـ واعظم كثيرا من ـ ن ز ـ وتبين ان زاوية ـ ن ه ج ـ اعظم من زاوية ـ ب د ح ـ التى هى اعظم من قائمة بمثل مابيناه فى الشكل العاشر من هذه المقالة فنعمل زاوية ـ ن ه ع ـ مثل ـ زاوية ـ ب د ح ـ ولكون زاوية ـ ن ه ع ـ اعظم من قائمة ـ وب ح ـ اعظم من ـ ن ع ـ فاذا اخرجنا الى ـ ه ع ـ بعد اخراجه من ـ ن ـ قوس ـ ن س ـ مثل ـ ب ح ـ وقعت خارجا من مثلث ـ ن ع ه ـ مثل ـ ن س ـ ويكون فى مثلثى ـ ب د ح س ه ن ـ زاويتا ـ ب د ح ـ س ه ن ـ متساويتين وكذلك ضلعا ـ د ح ح ب ـ لضلع ـ ه ن ـ ن س ـ وزايتا ـ د ب ح ـ ه س ن ـ الباقيتان غير مساويتين لقايمتين اما زاوية ـ د ب ح ـ فلأن زاوية ـ ب ا د ـ ليست اعظم من قائمة واما زاوية ـ ه س ن ـ فلأن زاوية ـ س ه ن ـ ليست اصغر

(١) الشكل الرابع والستون (٦٤).



كتاب مانالاوس ص ٦٠

٦٥



كتاب مانالاوس ص ٦١

من قائمة وكل واحد من ضلعى ــ ه ن س ــ اصغر من ربع فلذلك يكون ــ ب د ــ مساويا ــ له س ــ ولأن ــ ن س ــ اعظم من ــ ن ز ــ يكون ــ ه س اعنى ــ ب د ــ اعظم من ــ ه ز ــ وذلك ما اردناه (١) .

(يو) ونعيد المثلث وليكن الآن القوس المفصولة قوس ــ ا ب ــ وهى اصغر من ــ ب ج ــ فلتكن ــ ب د ــ مساوية ــ له ز ــ ولنخرج قسى ــ د ح ه ط ــ زك ــ على الشرط المذكور ونقول اولا ــ فب ج ــ زك ــ معا اعظم من ــ د ح ــ ه ط ــ معا فلنفصل ــ ج ل ــ مثل ــ ح د ــ و ــ ج م ــ مثل ط ه ــ و ــ ج ن ــ مثل ــ ك ز ــ ونخرج من نقط ــ ل م ن ــ قسى ــ ل س م ع ــ ن ف ــ محيطة من القاعدة بزوايا مساوية لزاوية ــ ا ــ فلان فى مثلثى ج ل س ــ ح د ا ــ زاويتى القاعدة من احديهما مساويتان لنظيرتيهما من الآخر وضلع ــ ح د ــ مساو لضلع ــ ل ج ــ وضلعى ــ د ا ــ ل س ــ ليسا كنصف دائرة يكون ــ ل س ــ مثل ــ د ا ــ وبمثله تبين ان ــ م ع ــ يساوى ه ا ــ و ــ ن ف ــ يساوى ــ زا ــ ولان ــ ب د ــ مساو ــ له ز ــ يكون ــ اب ــ ا ز معا اعنى ــ ا ب ــ ف ن ــ معا مساويتين ــ لا ه ــ ا د ــ معا اعنى ــ ع م ــ س ل معا ــ فب ل ــ اعظم من ــ من ــ و ــ ب ج ــ ج ن ــ اعظم من ــ ل ج ــ ج م ــ فاذا ــ ب ج ــ زك ــ اعظم من ــ د ح ــ ه ط ــ .

وايضا ليكن فى هذا الشكل ــ ب ج ــ زك ــ معا مساويين ــ لد ح ه ط ــ معا نقول ــ فب د ــ اصغر من ــ ه ز ــ وذلك لأنا اذا فصلنا كما تقدم ج ل ــ مثل ــ د ح ــ و ــ ج م ــ مثل ــ ه ط ــ و ــ ج ن ــ مثل ــ زك ــ فيكون ههنا ــ ب ج ــ ج ن ــ معا مثل ــ ل ج ــ ج م ــ معا فاذا نقصنا ــ ل ج ــ من ب ج ــ يبقى ــ ب ل ــ مع ــ ن ج ــ مساويا ــ لم ج ــ وبعد اسقاط ــ ن ج المشترك يبقى ــ ب ل ــ مثل ــ م ن ــ واذا اخرجنا قسى ــ ل س م ــ ع ن ف على الشرط المذكور يكون ــ ا ب ــ ن ف ــ معا اصغر من ــ ل س ــ م ع ــ ويكون لذلك بمثل ما مر ــ ب ا ــ ا ز ــ اصغر من ــ د ا ــ ا ه ــ واذا نقصنا ــ د ا

---

(١) الشكل الخامس والستون ــ ٦٥ .

من ـ ب ا ـ بقى ـ ب د ـ مع ـ ز ا ـ اصغر من ـ ه ا ـ ونسقط المشترك فيبقى ب ـ د اصغر من ـ ه ز ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول وقد اورد ابو نصر بن عراق ما فى هذا الشكل فى آخر الشكل الثالث عشر ولم يورد الرابع عشر والخامس عشر .

(يز) ونعيد المثلث وليكن ـ ب ج ـ منه اعظم من ـ ب ا ـ ولنخرج من ـ ب ج ـ قسى ـ د ح ـ ه ط ـ ز ك ـ الثلاث ففصلت من ـ ب ج ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتين ومن القاعدة ـ ا ح ـ ط ك ـ متساويتين نقول فان كانت كل واحدة من زاويتى ـ د ح ـ ج ه ـ ط ج ـ مثل زاوية ـ ا ـ كانت زاوية ـ ز ك ج ـ الباقية اعظم من ـ ا ـ فنجعل ـ ح ل ـ مساوية لقوس ك ج ـ ونجعل ـ زاوية ـ ا ل ن ـ مساوية لزاوية ـ ج ـ فتكون ـ ل ن مساوية ـ اج ه ـ ويكون ـ ن م ـ اعظم من ـ ب د ـ اعنى ـ ه ز ـ ونفصل ن س ـ مثل ـ ه ز ـ ونخرج ـ س ح ـ فيبقى ـ س ل ـ مثل ـ ز ج ـ وكان ل ح ـ مثل ـ ج ك ـ وزاويتا ـ ج ل ـ متساويتان فزاوية ـ س ح ل ـ مثل زاوية ـ ز ك ج ـ فاذا زاوية ـ ز ك ج ـ اعظم من زاوية ـ د ح ج ـ اعنى من زاوية ـ ا ـ وذلك ما اردنا (٢) .

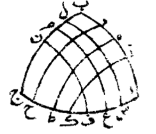
ويتبين من ذلك بعنيه ان زاويتى ـ ز ك ج ـ ه ط ج ـ ان كانتا مثل زاوية ـ ا ـ كانت زاوية ـ د ح ج ـ اصغر منه .

(يح) فان كانت زاوية ـ ز ك ج ـ وزاوية ـ د ح ج ـ مساويتين لزاوية ا ـ كانت زاوية ـ ه ط ج ـ اصغر من زاوية ـ ا ـ ونفصل ـ ح ل ـ مثل ك ج ـ ونخرج ـ ل ن ـ على زاوية مثل ـ ج ـ فيكون ـ ل م ـ مثل ـ ج ز ـ و ـ م ن ـ اعظم من ـ ب د ـ اعنى ـ ه ز ـ فنفصل ـ م س ـ مثل ـ ه ز ـ ونخرج ـ ا س ـ فيكون لتساوى ـ س ل ـ ه ج ـ وتساوى ـ ا ل ـ ط ج ـ وتساوى زاويتى ـ ل ج ـ زاوية ـ س ا ل ـ مثل زاوية ـ ه ط ج ـ

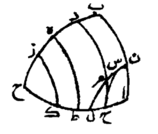
(١) الشكل السادس والستون ـ ٦٦ (٢) الشكل السابع والستون ـ ٦٧

فزاوية

٦٦



٦٧



ع ٦٨



٦٩



كتاب مانالاوس ص٦٣

فزاوية ـ ه ط ـ ج ـ اصغر من زاوية ـ ا ـ وذلك ما اردناه(١) .

(يط) كل مثلث يكون كل واحد من ضلعيه ليس اكبر من ربع دائرة وكل واحدة من زاويتى قاعدته اصغر من قائمة وفصل من احد ضلعيه قوسان متساويتان غير متتاليتين واخرج من اطرافهما قسى تحيط مع القاعدة بزوايا مساوية لزاوية القاعدة التى على وضعها فتلك القسى تفصل من القاعدة قوسين مختلفتين اعظمهما التى تلى الضلع الذى لم تفصل فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وكل واحد من ـ ب ج ـ ب ا ـ ليس باعظم من ربع وزاويتا ـ ا ج ـ اصغر من قائمتين ولتكن ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتين ونخرج ـ د ح ـ ه ط ـ ز ك ـ على زوايا مساوية لزاوية ـ ا ـ نقول ـ فاح ـ اعظم من ـ ط ك ـ وذلك لان ب ج ـ اما ان يكون مساويا ـ لب ا ـ اولا يكون فليكن اولا مساويا لها ونخرج من نقط ـ ب ـ د ـ ه ـ ز ـ قسيا يقوم على ـ ا ج ـ على قوائم وهى قسى ب ل ـ د م ـ ن ه ـ ز س ـ ولذلك يكون ـ ا ل ـ ل ج ـ متساويتين ـ و ـ ا ج ـ ضعف ـ ج ل ـ وكذلك ـ ج ح ـ ضعف ـ ج م ـ ويبقى ـ ا ح ضعف ـ ل م ـ وبمثله تبين ـ ان ـ ط ك ـ ضعف ـ ن س ـ ولان فى مثلث ل ب ج ـ زاوية ـ ب ـ ليست باعظم من قائمة ولا احد ساقى ـ ب ل ـ ب ج ـ اطول من ربع وقد فصل ـ ب د ـ مثل ـ ه ز ـ يكون ـ ل م ـ اعظم من ـ ن س ـ فضعفهما كذلك فاذا ـ ا ح ـ اعظم من ـ ك ط ـ وذلك ما اردناه (٢) .

وهذا الشكل هو السادس عشر فى نسخة ابى نصر بن عراق.

(ك) وليكن ـ ب ج ـ اصغر من ـ ب ا ـ نقول ـ و ـ ا ح ـ ايضا اعظم من ـ ك ط ـ فلأن ـ ا ب ـ اعظم من ـ ب ج ـ تكون زاوية ـ ب ج ا اعظم من زاوية ـ ب ا ج ـ وكذلك من زوايا ـ د ح ج ـ ه ط ج ـ ز ك ج التى هى مثل زاوية ـ ا ـ ويكون لذلك ايضا ـ د ح ـ اعظم من ـ د ج ـ و ـ ه ط

---

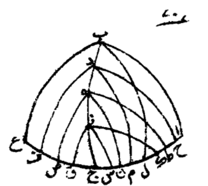
(١) الشكل الثامن والستون ـ ٦٨ (٢) الشكل التاسع والستون ـ ٦٩ .

اعظم من ـ ه ج ـ و ـ ز ك ـ اعظم من ـ ز ج ـ ونخرج من نقط ـ ب ـ د ـ ه ـ ز قسيا مثل قسي ـ ب ا ـ د ح ـ ه ط ـ ز ك ـ فى الجهة الاخرى فيقع على ـ ا ج بعد الاخراج خارج المثلث وليكن هى قسي ـ ب ع ـ د ف ـ ه ص ـ ز ق ونخرج من نقطة ـ ب د ـ ه ز ـ قسيا تقوم على قوائم فيقع فيما بين ـ ا ج لكون زاوية ـ ب ج ا ـ اصغر من قائمة فقوس ـ ا ع ـ ضعف ـ ع ل وقوس ـ ح ف ـ ضعف ـ م ف ـ وزيادة ـ اع ـ على ـ ح ف ـ التى هى مجموع ـ اح ـ ع ف ـ ضعف زيادة ـ ع ل ـ على ـ ف م ـ اعنى النصفين التى هى مجموع ـ ل م ـ ف ع ـ وايضا ـ ط ص ـ ضعف ـ ن ص ـ وك ق ـ ضعف ـ س ق ـ ففضل ـ ط ص ـ على ـ ك ق ـ وهو مجموع ـ ط ك ق ص ـ ضعف فضل ـ ن ص ـ على ـ س ق ـ اعنى النصفين وهو مجموع ن س ـ ق ص ـ ولأن فى مثلث ـ ل ب ج ـ زاوية الرأس ليست اعظم من قائمة ـ و ـ ب ج ـ اعظم من ـ ب ل ـ وليست اعظم من ربع ـ و ـ ب د ـ مثل ه ز ـ وزوايا ـ ل م ـ ن س ـ متساوية تكون ـ ل م ـ اعظم من ـ ن س ولأن فى مثلث ـ ج ب ع ـ زاوية الرأس ليست اعظم من قائمة اذهى اصغر من نصف ـ ا ب ع ـ و ـ ب ج ـ اصغر من ـ ب ع ـ و ـ ب ع ـ ليست بربع وب د ـ ه ز ـ متساويان وزوايا ـ ق ص ـ ف ع ـ متساوية يكون ـ ف ع اعظم من ـ ق ص ـ وكان ـ اح ـ ع ف ـ ضعف ـ ل م ـ ف ع ـ فاح ـ ع ف مثل ضعف ـ ل م ـ وضعف ـ ف ع ـ واذا القينا ـ ف ع ـ المشتركة بقيت اح ـ مثل ضعف ـ م ل ـ مع ـ ف ع .

وبمثله تبين ان ـ ط ك ـ مثل ضعف ـ ن س ـ مع ـ ق ص ـ ولأن ل م ـ اعظم من ـ ن س ـ وف ع ـ اعظم من ـ ق ص ـ يكون ضعف ـ ل م مع ـ ف ع ـ اعظم من ضعف ـ ن س ـ ق ص ـ فاذا ـ ا ح ـ اعظم من ط ك ـ وبمثل ذلك تبين الحكم ان كان ـ ا ب ـ اصغر من ـ ب ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

---

(١) الشكل السبعون ـ ٧٠ .



كتاب مانالاوس ص ٦٤

وهذا الحكم اعنى الذى تبين فى هذا الشكل والذى قبله اعم مما تبين فى الشكل الخامس والتاسع من هذه المقالة لأن زاوية رأس المثلث كان هناك ليست اعظم من قائمة وهاهنا لم ليشترط بذلك وزادها هنا شرطا لم يذكره فى التاسع وهو كون كل واحدة من زاويتى القاعدة اصغر من قائمة لأن كون احدهما قائمة او منفرجة مع كون اعظم الساقين غير زائد على الربع يوجب كون زاوية الرأس بحيث لا يزيد على قائمة وانما اراد هاهنا شمول الحكم الذى تكون زاوية راسه منفرجة ايضا وهذا الشكل هو السابع عشر فى نسخة ابى نصر وهذه آخر المقالة فى النسخة التى كتبنا اعدادا شكالها بالسواد على الحواشى ونبتدئ بعده من المقالة الثانية .

قال ما نالاوس واذ بينا ما ينبغى ان نقدم بيانه فلنبين بعده ما قصد ثاوذوسيوس بيانه وعكس ذلك على وجه كلى جامع من غير ان يقع فى دعاويها كذب ليتبين خطاؤه ويحصل اصلاح ما افسده .

اقول يعنى بوقوع الكذب فى الدعاوى قياس الخلف فانه لا يستعمله وبما افسده ثاوذوسيوس ما اورده لا على الترتيب الحسن وان كان صحيحا يقينيا بالنظر الى مقدماته .

(كا) اذا ماست دائرة عظيمة على كرة بعض المتوازية وفصلت منها قوسان متساويتان فيما بين نقطة التماس وبين اعظم المتوازية رسمت دوائر تمر بأطراف تلك القسى من المتوازية ومن العظام المارة بالقطب فالمتوازية تفصل من العظام المارة بالقطب قسيا غير متساوية تكون منها ماهى اقرب الى اعظم المتوازية اعظم مماهى ابعد والعظام المارة بالقطب تفصل من اعظم المتوازية قسيا غير متساوية يكون منها ماهى اقرب الى نقطة التقاطع بين العظيمة الاولى وبين اعظم المتوازية اصغر مماهى ابعد فليكن ـ ا ب ـ احدى المتوازية و ـ ج ـ قطبها و ـ د ه ـ عظيمة تماسها علـى ـ د ـ و ـ ه د ـ اعظم المتوازية وانفصل ـ د ز ـ ح ط ـ متساويتين فيما بين نقطتى ـ د ه ـ وليمر بنقط ـ د ـ ز ـ ح ـ ط

من المتوازية – زك – ح ل – ط م – ومن العظام المارة بالقطب – ج د – و – ج ز ن – ج ح س – ج ط ع – نقول – فل م – اعظم من – ك د – و – ع س – اصغر من – ن و – فلأن فى مثلث – د ج ط – ضلعى – ج د – ج ط – اصغر من نصف دائرة و – ج ط – اعظم من – ج د – وفصل من القاعدة – د ز – ح ط – متساويين واخرج – ج ز – ج ح – اليهما تكون زاوية – د ج ز – اعظم من زاوية – ح ج ط – فلذلك تكون – و ن – اعظم من – ع س – وايضا لأن مجموع – ج ط – ج د – اعظم من مجموع – ج ح – ج ز – يكون مجموع – ج م – ج د – اعظم من مجموع – ج ل – ج ك – واذ القينا من – ج م – ج ل – لقى – ل م – وكان مع – ج د – اعظم من – ج ك – فل م – اعظم من – د ك – وذلك ما اردناه (١) وهذا الشكل هو الثاني عشر من اشكال ابى نصر .

اقول وهذا بيان ماذكر فى الشكل الخامس والسادس من المقالة الثالثة من اكرثاوذوسيوس فانه بين فى الخامس اخير هذين الحكمين ومنه يعلم فى الهيئة ان حصة كل قوس يقرب من نقطة الانقلاب من الميل يكون اصغر من حصة كل قوس تساويها ويكون ابعد منها من الميل وبين فى السادس اولهما ومنه يعرف ان حصة القوس القريبة من المطالع فى الكرة المستقيمة تكون اعظم من حصة القوس البعيدة المساوية لها وذلك اذا جعلت – د ه – فى هذا الشكل من فلك البروج و – و ه – من معدل النهار والمارة بالقطب وهى نقطة ج – من دوائر الميول .

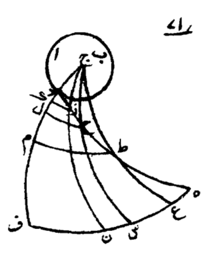
(كب) اذا تقاطعت دائرتان عظيمتان على كرة وفصلت من احديهما قوسان متساويتان متساويتا البعد عن نقطة التقاطع واخرجت دوائر عظام من قطب احدى الدائرتين الى اطرافهما فانها تفصل من الدائرة الاخرى قوسين متساويتين فلتكن الدائرتان – ا ج ه – ح ج ل – متقاطعتين على – ج – ولتكن – ا ب – د ه – قوسين متساويتين متساويتى البعد عن نقطة – ج –

---

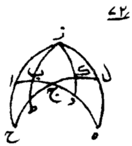
(١) الشكل الحادى والسبعون – ٧١ –

اعنى

كا



كتاب مانالاوس ص٦٦



كتاب مانالاوس ص٦٧

اعنى يكون بعد ـ ج ب ـ مثل بعد ـ ج د ـ وليكن ـ ز ـ اولا قطب دائرة اج ه ـ ولنخرج منها قسى ـ ز ا ح ـ ز ب ط ـ ز ك د ـ ز ل ه ـ نقول ـ قط ح ـ ك ل ـ متساويتان فلان فى مثلثى ـ ج اح ـ ج ه ل ـ زاويتى ـ ج متساويتان وزاويتى ـ ا ه ـ قائمتان و ـ ج ا ـ ج ه ـ متساويان يكون ج ح ـ ج ل ـ متساويين وبمثله تبين ان ـ ج ط ـ ج ك ـ متساويين فيبقى ـ ط ح ـ ك ل ـ متساويين ثم ليكن ـ ز ـ قطب دائرة ـ ح ج ل ـ ونخرج القسى ولأن فى مثلثى ـ ج اح ـ ج ه ل ـ زاويتى ـ ج ـ متساويتان وزاويتى ـ ح ل ـ قائمتان و ـ ج ا ـ ج ه ـ متساويان و ـ ا ح ـ ه ل ليسا كنصف دائرة لان كل واحدة منهما اقل من ربع يكون ـ ج ح ـ ج ل متساويين وبمثله تبين ان ـ ج ط ـ ج ك ـ متساويان ويبقى ـ ط ح ـ ك ل متساويين وذلك ما اردناه (١) .

اقول وهذا الشكل تاسع عشر اشكال ابى نصر وبه يعرف فى الهيئة تساوى مطالع القسى المتساوية من فلك البروج المتساوية البعد عن نقطة الاعتدال فى الفلك المستقيم وتساوى ميول تلك القسى وعكساهما اعنى تساوى قسى البروج من تساوى المطالع والميول وذلك اذا جعلت الدائرتان منطقتى الحركتين ويعرف ايضا تساوى سعة المشارق والمغارب وتعديلات النهار للقسى المتساوية وعكساهما اذا جعلتا دائرتى معدل النهار والافق .

(كج) اذا ماست دائرة عظيمة على كرة احدى الدوائر المتوازية وفصلت منها فيما بين نقطة التماس واعظم المتوازية قوسان متساويتان ورسمت دوائر تمر باطرافهما من المتوازية ومن العظام التى اما تمر بقطب المتوازية واما تماس دائرة بعنيها من المتوازية اصغر من التى تماسها العظيمة الاولى ويكون ميل تلك العظام على اعظم المتوازية فى قيامها الى الجهة التى اليها مالت العظيمة الاولى فان القسى التى تفصلها المتوازية من العظام مختلفة ويكون منها ما هو اقرب الى اعظم المتوازية من العظام مختلفة وتكون منها ما هو اقرب الى اعظم

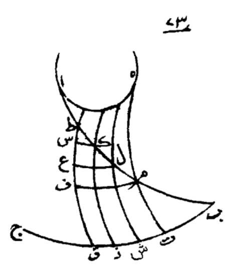
(١) الشكل الثانى والسبعون ـ ٧٢ ـ .

المتوازية اعظم مما هوابعد والقسى التى تفصلها العظام من اعظم المتوازية ايضا مختلفة ويكون منها ما هوا قرب الى التقاطع الذى بين العظيمة الاولى واعظم المتوازية اصغر مما هوابعد فليكن – ا ب – العظيمة مماسة لموازية – ا ه – على ا – و – ج ب – اعظم من المتوازية ولنفصل من – ا ب – فيما نقطتى ا ب – قوسى – ط ك – ل م – متساويين ولتمر باطرافهما من المتوازية ك س – ل ع – م ف – ومن العظام التى اما تمر بقطبى المتوازية واما تماس لموازية اصغر من – ا د ه – مائلة الى الجهة التى مالت اليها – ا ب – فى قيامها على ب ج – دوائر – ط ق ك ز – ل ش م ت – نقول – فق ز – اعظم من – ش ت – و – ف ع – اعظم من – س ط – فلان فى مثلث – ط ب ق – زاوية ق – ليست باصغر من قائمة وضلعى – ق ط – ط ب – اصغر من ربعين يكون كل واحدة من زاويتى ط ب – اصغر من قائمة – فط ب – اعظم من – ق ط – ولان فى مثلث – ب ط ق – زاوية – ط – ليست اعظم من قائمة ولا ط ب – ط ق – ربعين و – ط ب – اعظمهما وقد فصلت منها – ط ك – ل م متساويتين واخرجت منها قسى تحيط مع – ب ج – بزوايا مساوية لزاوية ط ق ب – يكون – ق ز – اعظم من – ش ت – وهوا حد المطالب ومجموع ط ق – م ت – اصغر من مجموع – ك ز – ل ش – فيكون لذلك – ط ق ف ق – اصغر من – س ق – ع ق – ويكون لذلك – ف ع – اعظم من ط س – وذلك ما اردناه(١) .

اقول وهذا بيان ما ذكر فى الشكل السابع والثامن من المقالة الثالثة من الاكر وهو شكل – ك – فى نسخة ابى نصر اما الحكم الاول فهوبيان ماذكره فى الشكل الثامن واما الحكم الثانى فهوبيان ما ذكره فى الشكل السابع واذا اقيم – ب ج – مقام معدل النهار – وا ب – مقام دائرة البروج وموازية ا د ه – مدار احدى نقطتى الانقلاب والموازية الصغرى مقام اعظم الابدية الظهور اوالخفاء وكل واحد من عظام – ط ق – ك ز – ل ش – م ت – الافق

(١) الشكل الثالث والسبعون – ٧٣ – .

عند



كتاب مانالاؤس ص٦٨

عند كون نقط ـ ط ـ ك ـ ل ـ م ـ عليها تبين فى الهيئة من كون ـ ز ق اعظم من ـ ش ت ـ وهو الحكم الاول اختلاف مطالع القسى المتساوية من البروج التى يكون فيما بين اول الجدى واول السرطان فى الآفاق التى عروضها اقل من تمام الميل كله كون حصة الاقرب الى المنقلب اعظم من حصة الابعد ومن كون ـ ف ع ـ اعظم من ـ س ط ـ وهو الحكم الثانى ان سعة مشارقها ومغاربها مختلفة وحصة الاقرب من الاعتدال اعظم من حصة الابعد منه واما فى النصف الآخر فلاجل ان الشرائط اعنى ان كون زاوية ـ ط ـ ليست اعظم من قائمة وكون كل واحد من ـ ط ب ـ ط ق ـ اقل من ربع وميل زاوية ق ـ الى جهة زاوية ـ ب ـ لا يجب ان يجتمع فلا يطرد البرهان ولا يستمر الحكم وليكن لبيان تساوى زوايا ـ ق ـ ز ـ ش ـ ت ـ ا ـ قطب المتوازية ـ و ب ج ـ د ه ـ متوازيتين و ـ زح ـ اعظم المتوازية ولتماس عظيمة ـ ز ب ح ـ دائرة ـ ب ج ـ على ـ ب ـ ونخرج ـ ا ب ط ـ فهى لكونها مارة بقطب او بنقطة ـ ب ـ تمر بقطب دائرة ـ ز ب ح ـ ولكونها مارة بقطبى دائرتى ـ ز ب ح ـ ز ط ح ـ وهما يمران بقطبيها فنقطتا ـ ز ح ـ قطبا دائرة ـ ا ب ط وزاويتا ـ ز ب ط ـ ز ط ب ـ قائمتان ـ و ز ب ـ ز ط ـ ربعان و ـ ب ط هو مقدار زاوية ـ ب ز ط ـ وهو قدر ميل عظيمة ـ ز ب ح ـ على اعظم المتوازية ثم لتكن عظيمتا ـ ك د ـ م ه ـ مما ستين لموازية ـ د ه ـ على نقطة د ه ـ ونخرج ـ ا د ل ـ ا ه ن ـ فيكون بمثل ما ذكرنا زاويتا ـ ك د ل ك ل د ـ قائمتين و ـ ك د ـ ك ل ـ ربعين و ـ د ل ـ قدر ميل دائرة ـ ك د على اعظم المتوازية وكذلك ـ ه ن ـ فى مثلث ـ ه م ن ـ ولكون ـ ب ط اعظم من ـ د ل ـ تكون زاويتا ـ د ك ل ـ اصغر من زاوية ـ ب ز ط فيكون ميل كل عظيمة تماس متوازية على اعظم المتوازية اكثر من ميل عظيمة تماس متوازية اصغر منها ولكون ـ د ل ـ ه ن ـ متساويتين تكون زاويتا د ك ل ـ ه م ن ـ متساويتين وتكون ميول الدوائر العظام المماسة لموازية

بعينها على اعظم المتوازية متشابهة فلذلك كانت فى الشكل زوايا ـ ق ـ ز ـ ش ـ ت متساوية وزاوية ـ ا ب ق ـ اصغر منها (١) .

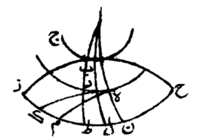
(كد) اذا ماست دائرة عظيمة فى كرة احدى المتوازية وفصلت منها قوسان متساويتان فيما بين نقطتى التماس وبين اعظم المتوازية (ورسمت دوائر تمر باطرافهما من المتوازية ومن العظام التى تماس دائرة من المتوازية هى اعظم من الاولى الموازية ـ ٢) وليس يجب ان يكون ميلها الى الجهة التى تميل اليها العظيمة الاولى فان المتوازية تفصل من العظام قسيا مختلفة اصغرها ما تقرب من اعظم المتوازية والعظام ايضا تفصل من اعظم المتوازية قسيا مختلفة اصغرها ما يقرب من التقاطع بين العظيمة الاولى واعظم المتوازية فلتكن عظيمة ـ ا ب ـ مماسة لموازية ـ ا د ه ـ واعظم المتوازية ـ ب ق وليفصل من ـ ا ب ـ ط ك ـ ل م ـ متساويين وليمر بها ـ ك س ـ ل ع ـ م ف من المتوازية و ـ ط ق ـ ك ز ـ ل ش ـ م ت ـ من العظام المماسة جميعا لدائرة من الموازية اعظم من دائرة ـ ا ه د ـ فنقول ان قوس ـ ف ع اصغر من ـ س ط ـ وان ـ ت ش ـ اصغر من ـ ز ق ـ فلأن فى مثلث ط ب ق ـ ضلع ـ ط ق ـ تماس دائرة اعظم من التى تماسها ـ ط ب ـ يكون ميلها على ـ ب ق ـ اعظم من ميل ـ ط ب ـ عليها فتكون زاوية ـ ط ب ق اعظم من زاوية ـ ط ق ب ـ و ـ ط ق ـ اعظم من ـ ط ب ـ وكل واحد منهما اصغر من ربع دائرة وفصلت ـ ط ك ـ ل م ـ مساويين واخرجت منهما قسى تحيط مع ـ ب ق ـ بزوايا مساوية لزاوية ـ ق ـ التى هى نظيرتها فقوس ق ز ـ اعظم من ـ ش ت ـ ويكون ـ ط ق ـ م ت ـ معا اعظم من ـ ك ز ـ ل ش ـ معا ـ فط ق ـ ق ف ـ اعظم من ـ س ق ـ ع ق ـ ويكون كذلك س ط ـ اعظم من ـ ع ف ـ وذلك ما اردناه (٣) .

اقول ان كان ميل الدوائر الى الجهة التى فيها ميل ـ ا ب ـ كان الامر

---

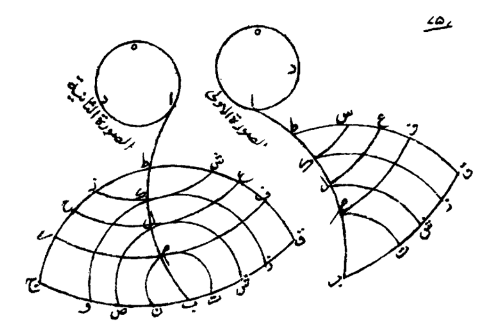
(١) الشكل الرابع والسبعون ـ ٧٤ ـ (٢) من صف ق (٣) الشكل الخامس والسبعون ـ ٧٥ .

مد



ج
ب
ز
ح
ه
ك
م
ط
ل
ن

مه



الصورة الثانية
الصورة الأولى
ه
د
ا
ط
س
ع
ف
ك
ل
م
ش
ر
ق
ج
و
ص
ن
ب
ت

على ما فى الصورة الاولى ويكون ـ ط ب ـ اقصر من ـ ط ق ـ وكل واحد منهما اقصر من ربع وزاوية ـ ق ـ اعظم من قائمة وزاوية ـ ط ـ اصغر منهما فتبين ان ـ ق ز ـ اعظم من ـ ش ت ـ لما مر فى شكلى ـ لط ـ ك ـ من هذه المقالة و ـ س ط ـ اعظم من ـ ع ف ـ لما مر فى شكل ـ ط ـ منها وان كان ميل الدوائر الى خلاف تلك الجهة كما فى الصورة الثانية وتكون زاوية ـ ق اقل من زاوية ـ ب ـ التى هى اصغر من نصف قائمة وتكون زاوية ـ ط اعظم من قائمة لوجوب كون زوايا المثلث اعظم من قائمتين وحينئذ اذا كان كل واحد من ضلعى ـ ط ب ـ ط ق ـ اقل من ربع واردنا ان نبين الحكم اخرجنا قوس ـ ق ب ـ وجعلنا ـ ط ج ـ مساويا ـ لط ق ـ و ـ ك ـ ولط ز ـ و ـ ل ص ـ لل ش ـ و ـ م ن ـ لم ت ـ واخرجنا الموازية الى نقط ـ ز ـ ح ى ـ حصل فى مثلث ـ ط ب ج ـ ضلع ـ ط ب ـ اقصر من ضلع ـ ط ج ـ وكل واحد منهما اقل من ربع وزاوية ـ ط ب ج ـ اعظم من قائمة وزاوية ب ط ج ـ اصغر منها ويتبين بشكل ـ ط ا ن ـ ط ز ـ اعظم من ـ ح ى اعنى ـ س ط ـ من ـ ع ف ـ و ـ ح ز ـ من ـ ص ن ـ بل ـ ق ز ـ من ش ت ـ ولذلك قال ما نالاوس ان ميل الدوائر لا يجب ان يكون الى الجهة التى اليها تميل العظيمة الاولى وهذا الشكل هو الحادى والعشرون فى نسخة ابى نصر وبه يعرف فى الهيئة اختلاف حصص مطالع القسى المتساوية من دائرة البروج فى الآفاق التى تزيد عروضها على تمام الميل كله واختلاف سعة مشارقها ومغاربها فان الموازية التى تماسها الافق فى هذه الصورة اعظم من التى تماسه نقطة الانقلاب ولأجل ذلك تكون زاوية ـ ق ـ اصغر ـ من زاوية ب ـ عند تخالف جهة الميلين .

قال ما نالاوس فى آخر الشكل ـ ويعلم مما قلنا ما يجب فى عكس ذلك كله يعنى به مايلزم عند فرض تساوى تطع القاعدة او مساواة مجموع الضلع الذى لم يفصل مع القوس الصغرى للوسيطيتين من الاختلاف فى تسى الدائرة

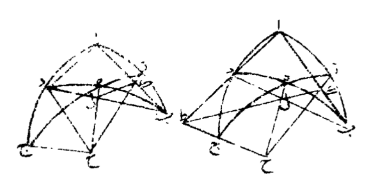
العظمى وغير ذلك مما اشتمل عليه الاشكال المتقدمة وهذا آخر المقالة الثانيه فى النسخة التى كتبنا اشكالها بالحمرة على الحواشى .

المقالة الثالثة

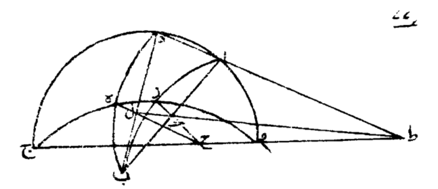
(١) ليقطع قوس ـ ب ه د ـ قوس ـ ج ه ز ـ فيما بين قوسى ـ ب ز ا ـ ج د ا ـ وكل واحدة منها اصغر من نصف دائرة نقول فنسبة وتر ضعف ـ ا ز الى وتر ضعف ـ ب ز ـ مؤلفة من نسبة وتر ضعف ـ ا ج ـ الى وتر ضعف د ج ـ ومن نسبة وتر ضعف ـ د ه ـ الى وتر ضعف ـ ب ه .

اقول وفى بعض النسخ يسمون وتر ضعف القوس بنظير القوس والمحدثون يستعملون النسب فى انصاف هذه الاوتار ويسمونها جيوبا والجيب نصف وتر ضعف القوس وهو العمود الخارج من احد طرفى القوس الواقع على القطر المار بطرفها الآخر ولايستثنون ما استثناه ما نالاوس بكون كل قوس اصغر من نصف دائرة وانا اجرى على عادتهم فتكون الدعوى ان نسبة جيب قوس ـ ا ز ـ الى جيب قوس ـ ز ب ـ مؤلفه من نسبة جيب قوس ـ ا ج ـ الى جيب قوس ـ د ج ـ ومن نسبة جيب قوس ـ د ه ـ الى جيب قوس ه ب ـ فنصل ـ ا ب ـ ب د ـ ا د ـ وليكن مركز الكرة ـ ح ـ ونصل ح ز ـ فيقطع ـ ا ب ـ على ـ ك ـ و ـ ح ه ـ يقطع ـ ب د ـ على ـ ل ـ و ح ج ـ يكون مع ـ ا د ـ فى سطح دائرة ـ ا د ج ـ واذا اخرجنا هما فاما ان يتلاقيا واما ان يكونا متوازيين وليتلاقيا اولاعلى ـ ط ـ وتكون نقط ـ ك ـ ل ط ـ لكونها فى سطح دائرة ـ ج ه ز ـ ومثلث ـ ا ب د ـ على خط مستقيم هو فصلهما المشترك وهو خط ـ ك ل ط ـ ويحدث شكل ـ ا ب ـ ط ل ـ من تقاطع خطى ـ ب د ـ ط ك ـ على ـ ل ـ فيما بين خطى ـ ب ا ـ ط ا ـ وتكون فيه نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك ب ـ مؤلفه من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط د ـ ومن نسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ز ـ كما سابينه ونسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك ب كنسبة جيب از ـ الى جيب ـ ز ب ـ ونسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط د ـ كنسبة جيب





٧٧



كتاب مانالاؤس تمّت

ـ ا ج ـ الى جيب ـ ج د ـ ونسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ب ـ كنسبة جيب د ه ـ الى جيب ـ ب ه ـ فاذا نسبة جيب ـ ا ز ه ـ الى ـ جيب ـ ز ب ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ا ج ـ الى جيب ـ ج د ـ ومن نسبة جيب ـ د ه ـ الى جيب ـ ه ب ـ وذلك ما اردناه .

ثم ليكن ـ ح ج ـ ا د ـ متوازين ويكون ـ ك ل ـ الذى هو مع ح ج ـ فى سطح دائرة ـ ز ه ج ـ ومع ا د ـ فى سطح مثلث ـ ا ب د ـ موازيا لكل واحد منهما لانه لو لقى ـ ح ج ـ على مثل نقطة ـ ط ـ لكانت نقطة ـ ط ـ مع نقطتى ـ ا د ـ فى سطح مثلث ـ ا ب د ـ ودائرة ـ ا د ج ولولقى ـ ا د ـ عليها لكانت مع نقطتى ـ ح ج ـ فى سطحى دائرتى ـ ا د ج ـ ز ه ج ـ وعلى التقديرين يتلاقى خطا ـ ح ج ـ ا د ـ عليها هذا خلف ولتوازى ا د ـ ك ل ـ تكون نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك ب ـ اعنى نسبة جيب ـ ا ز ـ الى جيب ز ب ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ب ـ اعنى نسبة جيب ـ د ه ـ الى ـ جيب ه ب ـ ولكون ـ ا د ـ موازيا ـ لح ج ـ يكون قوسا ـ ا ج ـ د ج ـ معا كنصف دائرة وجيبا هما متساويين ولكون كل نسبة مؤلفة من نسبة مثلها ومن نسبة المثل تكون نسبة جيب ـ ا ز ـ الى جيب ـ ز ب ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ا ج ـ الى جيب ـ ج د ـ التى هى نسبة المثل ومن نسبة جيب ـ د ه الى جيب ـ ه ب ـ التى هى مثلها وذلك ما اردناه (١) .

اقول ومن المحتمل ان يكون تلاقى ـ ح ج ـ و ا د ـ فى الجهة الاخرى كما فى هذه الصورة (٢) .

ونخرج ـ ج د ا ـ ج ه ز ـ الى تمام النصف فيتلاقيا عند نقطة م ـ من القطر ويتبين بمثل مامر كون ـ ل ك ط ـ على خط مستقيم ويكون فى شكل ـ د ط ـ ب ك ـ نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك ب ـ مؤلفة من نسبة ـ ا ط الى ـ ط د ـ ومن نسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ب ـ وتكون نسبة ـ ا ط ـ الى

(١) الشكل السادس والسبعون ـ ٧٦ ـ (٢) الشكل السابع والسبعون ـ ٧٧ ـ .

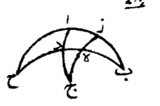
ط د ـ كنسبة جيب ـ ا م ـ الى جيب ـ م د ـ التى هى نسبة جيب ـ ا ج الى جيب ـ ج د ـ بعينها فاذا نسبة جيب ـ ا ز ـ الى جيب ـ ز ب ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ا ج ـ الى جيب ـ ج د ـ ومن نسبة جيب ـ د ه ـ الى جيب ـ ه ز ـ .

واعلم ان هذا الشكل يسمى بالقطاع والذى من القسى العظام كشكل ا ب ج ه ـ هو القطاع الكرى والذى من الخطوط المستقيمة كشكل ـ ا ب ط ل ـ هو القطاع السطحى وقد اورد فى الكتاب المجسطى لأن له فى علم النجوم عناء عظيما ويعرف هناك النسبة المذكورة وماشاكلها بالتفصيل واذا اخرج قوسا ـ ب ا ـ ب د ـ الى ان يتلاقيا على ـ ح ـ مثلا وكان جيبا قوسى ب ز ـ ز ح ـ واحدا وكذلك جيبا قوسى ـ ب ه ـ ه ح ـ صارت فى قطاع ج ز ـ ح د ـ نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ ز ح ـ مؤلفة من نسبة جيب ا ج ـ الى جيب ـ ج د ـ ومن نسبة جيب ـ د ه ـ الى جيب ـ ه ح ـ فتعرف هذه النسبة وماشاكلها بالتركيب(١) ولبيان النسبة المذكورة فى القطاع السطحى نعيد شكله مجردا عن سائر الخطوط ونخرج من ـ ا ـ ا ن ـ موازيا لب د ـ الى ان يلقى ـ ط ك ـ على ـ ن ـ فتكون لتشابه مثلثى ـ ا ك ن ـ ب ك ل ـ نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك ب ـ كنسبة ـ ا ن ـ الى ـ ب ل ـ التى هى نسبة مؤلفة من نسبة ـ ا ن ـ الى ـ د ل ـ اعنى نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط د ـ لكون مثلثى ـ ا ن ط ـ د ل ط ـ متشابهين ومن نسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ب فاذا نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك ب ـ مؤلفة من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط د ـ ومن نسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ب ـ (٢) وليكن ايضا لبيان ان نسب هذه الخطوط كنسب جيوب القسى من القطاع الكرى ـ ا ب ـ ا ج ـ قوسين من دائرة مركزها ـ د ـ وقد وصل ـ ب ج ـ واخرج ـ د ا ـ فلقيه على ـ ه ـ .

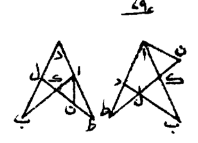
نقول فنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ب ـ كنسبة جيب قوس ـ ا ج ـ

(١) الشكل الثامن والسبعون ـ ٧٨ ـ (٢) الشكل التاسع والسبعون ـ ٧٩ ـ .

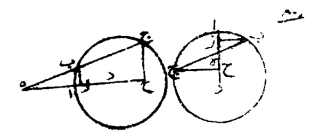
۷۸



۷۹



کتاب مانالاؤس صفحہ ۴۲



كتاب مانالاوس صح

الى جيب قوس ـ ا ب ـ وذلك لأنا نخرج من نقطتى ـ ب ج ـ عمودى ب ز ـ ج ح ـ على ـ ا د ـ فيكونان جيبين للقوسين المذكورتين ويكون لتشابه مثلثى ـ ب ز ه ـ ج ح ه ـ نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ب ـ .

ولبيان ان كل نسبة مؤلفة من نسبة مثلها ومن نسبة المثل تفرض نسبة ما كنسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ وليكن ـ ج ـ مساويا لب ـ فنسبة ـ ا ـ الى ب ـ مؤلفة ـ ومن نسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ التى هى مثل نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ومن نسبة ـ ج ـ الى ـ ب ـ التى هى نسبة ـ ا ج ب ـ المثل لأن ـ ج ـ مثل ب ـ ولأن كل نسبة مؤلفة من نسبتين كنسبة ـ ا ـ الى المؤلفة من نسبتى ـ ج الى ـ د ـ و ـ ه ـ الى ـ و ـ تكون احدى ثمانية عشرنسبة متلازمة مؤلفة من تلك الاركان بعينها (١) وذلك لأن نسبة سطح ـ ج ـ فى ـ ه ـ الى سطح ـ د ـ فى و ـ مؤلفة من نسبتى ـ ج ـ الى ـ د ـ و ـ ه ـ الى ـ و ـ واذا كانت نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ كنسبة ذينك السطحين كان المجسم الذى من ضرب ـ ا ـ فى سطح ـ د ـ فى ـ و ـ مساويا للمجسم الذى من ضرب ـ ب ـ فى سطح ـ ج فى ـ ه ـ و نسب ارتفاعات المجسمات المتساوية كنسب قواعدها على التكافؤ فكما جعل ـ ا ب ـ ارتفاعين حتى كانت نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ كنسبة سطح ـ ج ـ فى ـ ه ـ الى سطح ـ د ـ فى ـ و ـ التى هى مؤلفة بوجه من نسبتى ج ـ الى ـ د ـ و ـ ه ـ الى ـ و ـ وبوجه آخر من نسبتى ـ ج ـ الى ـ و ـ و ـ ه الى ـ د ـ كذلك امكن ان نجعل غيرهما ايضا ارتفاعين مثلا ان جعل ـ د ـ من المجسم الاول ـ و ـ ج ـ من المجسم الثانى ارتفاعين صارت نسبة ـ د ـ الى ـ ج كنسبة سطح ـ ب ـ فى ـ ه ـ الى سطح ـ ا ـ فى ـ و ـ التى هى مؤلفة بوجه من نسبتى ـ ب ـ الى ـ ا ـ و ـ ه ـ الى ـ ز ـ .

وبوجه آخر من نسبتى ـ ب ـ الى ـ و ـ و ـ ه ـ الى ـ ا ـ فاذا أخذ كل واحد من اقدار ـ ا ـ د ـ و ـ مع كل واحد من اقدار ـ ب ـ ج ـ ه ـ وجعل

(١) الشكل الثمانون ـ ٨٠ ـ .

ارتفاعين للجسمين المذكورين حصلت تسع نسب تتأليف كل واحدة منها من نسبتين على وجهين كما ذكرنا فى المثال فتصير ثمانى عشرة نسبة مؤلفة فى تلك الاركان بعينها (١).

وقد يمكن بذلك بيان جميع تلك النسب فى خطوط القطاع السطحى وجيوب قسى القطاع الكرى ثم ان تساوى قدرين من اقدار المجسمين المذكورين تساوى سطحا الاقدار الاربعة الباقية لأنا اذا جعلنا القدرين ارتفاعين صار السطحان قاعدتين وكانا مكافئين للارتفاعين وحينئذ تكون اضلاع السطحين ايضا متناسبة على التكافؤ وبالعكس ان تناسبت اقدار اربعة تكون اضلاع سطحين من المجسمين على التكافؤ تساوى الباقيان لكونهما ارتفاعين ومن هذا الموضع استحدث الامير ابو نصر شكلا يقوم مقام القطاع ولقبه بالمغنى يبين فيه ان كل مثلث من قسى دوائر عظام تكون فيه زاوية قائمة اخرى اصغر من قائمة فان نسبة جيب وتر القائمة الى جيب وتر الزاوية التى هى اصغر من قائمة كنسبة الجيب كله وهو جيب الزاوية القائمة الى جيب الزاوية المذكورة فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ والزاوية التى هى اصغر من قائمة زاوية ـ ا ـ والقائمة ـ ب ـ فنقول نسبة جيب ـ ج ا ـ الى جيب ـ ج ب كنسبة الجيب كله الى جيب زاوية ـ ا ـ ونخرج ـ ا ج ـ ا ب ـ الى تمام الربع عند نقطتى ـ د ه ـ ونصل ـ د ه ـ ونخرجها ونخرج ـ ج ب ـ الى ان يتلاقيا عند ـ ز ـ وهو قطب دائرة ـ ا ب د ـ ففى قطاع ـ ا د ز ج ـ التى من ارباع نسبة جيب ـ ج ا ـ الى جيب ـ ا ه ـ مؤلفة من نسبتى جيبى ج ب ـ ب ز ـ وجيبى ـ ز د ـ د ه ـ وقد تساوى من اقدار مجسم ـ ج ا ـ ب ز ـ د ه ـ ومجسم ـ، ه ـ ج ب ـ ز د ـ قدرا ـ ز ب ـ ز د ـ فصارت نسبة جيب ـ ج ا ـ الى جيب ـ ج ب ـ كنسبة جيب ـ ا ه ـ الى جيب ـ د ه ـ وهذا شكل عظيم الغناء وله تفاريع واشباه وتفصيل هذه المسائل يحتاج الى كلام ابسط يوجد فى مواضعها من الكتب وهذا الموضع لايحتمل اكثر

(١) الشكل الحادي والثمانون ـ ٨١ .

عام

ا | ج | ب

كتاب مانالاوس صح

شکل

ا ب

ج د ه و

کتاب مانالاؤس سے

ما ذكرنا ولى فيها وفيما يغنى عنها كتاب جامع سميته بكشف القناع عن اسرار الشكل القطاع (١).

(ب) كل مثلثين كانت زاويتان فيهما متساويتين وزاويتان اخريان اما متساويتين واما مساويتين لقائمتين كانت جيوب الاضلاع المحيطة بالزاويتين الباقيتين فيهما متناسبة النظير للنظير وبالعكس اذا كانت زاويتان متساويتين وجيوب الاضلاع المحيطة بأخريين متناسبة كانت الباقيتان اما متساويتين واما مساويتين لقائمتين فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ ولتكن زاويتا ـ ا ـ د ـ فيهما متساويتين وزاويتا ـ ج ـ ز ـ اما متساويتين واما مساويتين لقائمتين تقول فنسبة جيب قوس ـ ا ب ـ الى جيب قوس ـ ب ج ـ كنسبة جيب قوس ـ د ه ـ الى جيب قوس ـ ه ز ـ فلنخرج ـ ب ا ـ ج ا ـ ونجعل ـ ا ح ـ مثل ـ د ز ـ و ـ ا ط ـ مثل ـ د ه ـ ونخرج قوس ـ ط ح ـ وليتلاقى قوسا ـ ط ح ـ ج ب ـ على ـ ك ـ فلأن فى مثلثى ـ ح ا ط ـ ه د ز ـ ضلعى ح ا ـ ا ط ـ وزاوية ـ ا ـ مساوية لضلعى ـ ز د ـ د ه ـ وزاوية ـ د ـ يكون المثلثان متساويين وزاوية ـ اح ط ـ مساوية لزاوية ـ ز ـ فان كانت زاوية ـ ج ـ مساوية لزاوية ـ ز ـ كانت زاويتا ـ ج ا ـ ح ط ـ متساويتين ولذلك يكون ـ ج ك ـ ك ح ـ مساويين لنصف دائرة وان كانت زاوية ج ـ مع زاوية ـ ز ـ مساويتين لقائمتين كانت زاوية ـ ج ـ مساوية لزاوية ـ ج ح ك التى هى مع زاوية ـ ج ح ط ـ كقائمتين ولذلك يكون ـ ج ك ـ مساوية ـ لح ك ـ وعلى التقديرين يتساوى جيبا ـ ج ك ـ ك ح ـ وفى قطاع ـ ج ك ط ا ـ نسبة جيب ـ ج ك ـ الى جيب ـ ج ب ـ اعنى نسبة جيب ـ ك ح ـ الى جيب ـ ج ب ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ك ح ـ الى جيب ـ ح ط ـ ومن نسبة جيب ـ ط ا ـ الى جيب ـ ا ب ـ ولكون جيب ـ ك ح ـ فى النسبة المؤلفة ومقدم احد جزئيه شيئا واحدا تكون نسبة جيب ـ ح ط ـ

---

(١) الشكل الثانى والثمانون ـ ٨٢ ـ.

الى جيب ـ ب ج ـ اعنى نسبة جيب ـ ه ز ـ الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ ط ا ـ الى جيب ـ ا ب ـ اعنى نسبة جيب ـ د ه ـ الى جيب ـ ا ب واذا بدلنا كانت نسبة جيب ـ ه ز ـ الى جيب ـ ه ك ـ كنسبة جيب ـ ب ج الى جيب ـ ب ا ـ وايضا ان كانت زاويتا ـ ا ـ د ـ متساويتين ونسبة ـ جيب ـ اب الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ د ه ـ الى جيب ـ ه ز ـ نقول فتكون زاويتا ج ز ـ اما متساويتين واما مساويتين لقائمتين لأنا اذا عملنا مثل ماتقدم كانت نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ ا ط ـ الى جيب ـ ط ح ـ واذا بدلنا كانت نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ا ط ـ كنسبة جيب ـ ب ج الى جيب ـ ط ح ـ ولأن فى القطاع المذكور نسبة جيب ـ ك ج ـ الى جيب ج ب ـ مؤلفه من نسبة جيب ـ ك ح ـ الى جيب ـ ح ط ـ ومن نسبة جيب ـ ط ا ـ الى جيب ـ ا ب ـ وكان منها جيوب ـ ط ا ـ ا ب ـ ح ط ـ ج ب ـ الاربعة متساوية بقى ـ ك ج ـ ك ح ـ متساويتى الجيبين فان تساويا كانت زاوية ـ ج ـ مساوية لزاوية ـ ك ح ج ـ وكانت مع زاوية ـ اح ط ـ اعنى زاوية ـ ز ـ مساوية لقائمتين وان كانا كنصف دائرة كانت زاوية ـ ج ـ مساوية لزواية ـ اح ط ـ اعنى زاوية ـ ز ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول وعد العكس فى النسخة التى ارقام اعدادها بالسواد شكلا بانفرده ولهذا الشكل عكس آخر لم يذكر فى الكتاب وبنى عليه بعض المسائل كما يجيئ ذكره .

وليكن لبيانه فى مثلثى ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ زاويتا ـ ج ـ ز ـ غير متساويتين لكنهما مساويتان لقائمتين ونسبة حيبب ـ ا ب ـ الى حيبب ـ ب ج كنسبة حيبب ـ د ه ـ الى حيبب ـ ه ز ـ نقول فزاويتا ـ ا د ـ اما متساويتان واما مساويتان لقائمتين ونخرج ـ ا ج ـ ونجعل ـ ج ح ـ مساويا ـ ل د ونعمل عـلى ـ ح ـ زاوية ـ ج ح ط ـ مساوية لزاوية ـ د ـ ونخرج ـ

(١) الشكل الثالث والثمانون (م٣) .

ك٩



كتاب مانالاوس تمت

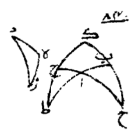
ح ط ـ الى ان تلقى ـ ج ب ـ علـى ـ ط ـ ويكون مثلثا ـ ه د ز ـ ج ح ط ـ متساويين لتساوى ضلعى ـ ج ح ـ ز د ـ وزاويتى ـ ب ج ح ـ ه ز د وزاويتى ـ ح ـ د ـ فتكون زاوية ـ ه ـ كزاوية ـ ط ـ وضلع ـ د ه ـ كضلع ح ط ـ وضلع ـ ه ز ـ كضلع ـ ط ج ـ ثم ان وقعت نقطة ـ ط ـ على نقطة ب ـ نفسها كما فى الصورة الاولى كانت لتساوى نسبتى جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ وجيب ـ ب ح ـ اعنى ـ ح د ـ الى جيب ـ ب ج ـ اعنى ه د ـ الى جيب ـ ب ج ـ قوسا ـ ب ح ـ ب ا ـ متساويتين وكانت زاوية ـ ا ـ مساوية لزاوية ـ ح ـ اعنى زاوية ـ د ـ وان لم تقع نقطة ـ ط علـى ـ ب ـ بل وقعت فيما بين ـ ب ج ـ ا وخارجا عنهما كما فى الصورتين الأخريين وليقطع ـ ب ا ـ على ـ ك ـ فيكون فى قطاع ـ ا ب ـ ط ح ـ نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ا ك ـ الى جيب ك ح ـ ومن نسبة جيب ـ ح ط ـ الى جيب ـ ط ج ـ اعنى نسبـة جيب د ه ـ الى جيب ـ ه ز ـ ولكون النسبة الثالثة مثل الاولى تكون النسبة الثانية وهى نسبة جيب ـ اك ـ الى جيب ـ ك ح ـ نسبة المثل فيكون جيب ـ ا ك ـ مساويا لجيب ـ ك ح ـ و ـ ا ك ـ ك ح ـ ان كانتا متساويتين كانت زاوية ا ـ مساوية لزاوية ـ ح ـ اعنى زاوية ـ د ـ وان كانتا معا كنصف دائرة كانت زاويتا ـ اح ـ اعنى زاويتى ـ ا ـ د ـ مساويتين لقائمتين .

(ج) كل مثلثين كانت زاويتان من زوايا قاعدتيهما قائمتين والأخريان منهما متساويتين غير قائمتين فنسبة جيب الضلع المحيط بالقائمة الى جيب القاعدة فى احد المثلثين مؤلفة من نسبة جيب الضلع المحيط بالقائمة الى جيب القاعدة فى المثلث الآخر ومن نسبة جيب تمام ذلك الضلع الى الربع من المثلث الاول الى جيب تمام هذا الضلع الى الربع من المثلث الآخر فليكن المثلثان ـ ا ب ج د ه ز ـ والقائمتان منهما زاويتى ـ ا ـ د ـ والمتساويتان غير القائمتين زاويتى ـ ج ـ ز ونخرج ـ ا ب د ه ـ الى نقطتى ـ ح ط ـ وهما قطبا القاعدتين نقول فنسبة

جيب ـ اب ـ الى جيب ـ اج ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ د ه ـ الى جيب د ز ـ ومن نسبة جيب ـ ب ح ـ الى جيب ـ ه ط ـ فليكن اعظم القاعدتين ج ا ـ فنفصل منها ـ ج ل ـ مثل ـ ز د ـ ونخرج ـ ح ك ل ـ فيكون مثلثا ك ج ل ـ ه ز د ـ متساويين لتساوى زاويتى ـ ج ز ـ وزاويتى ـ د ل القائمتين وضلعى ـ ج ل ـ ز د ـ ويبقى ـ ك ح ـ مساوية ـ له ط وفى قطاع ـ اح ج ك ـ تكون نسبة ـ اب ـ الى ـ اج ـ مؤلفة من نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ل ج ومن نسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ك ـ وك ل ـ يساوى ـ ه د ـ و ل ج ـ يساوى د ز ـ و ح ك ـ يساوى ـ ط ه ـ فنسبة ـ اب ـ الى ـ اج ـ مؤلفة من نسبة ه د ـ الى ـ د ز ـ ومن نسبة ـ ب ح ـ الى ـ ه ط ـ وذلك ما اردناه (١) .

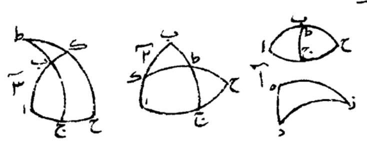
(د) كل مثلثين تساوت زوايا قاعدتيهما كل لنظيرتها ولم تكن زاوية منها بقائمة واخرجت قوسان من رؤسهما قائمتين على قواعدهما على قوائم فان جيوب القسى التى يكون بين موقع العمود وزوايا القاعدة من القاعدة متناسبة النظائر للنظائر فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ والمتساوية زاويتى ـ ا د ـ وزاويتى ج ز ـ ولا واحدة منهما بقائمة ولنخرج من نقطتى ـ ب ه ـ قوسى ـ ب ح ه ط ـ قائمتين على قاعدتى ـ ا ج ـ د ز ـ على قوائم نقول فنسبة جيب ـ اح الى جيب ـ ح ج ـ كنسبة جيب ـ د ط ـ الى جيب ـ ط ز ـ ولنخرج ح ب ـ ط ه ـ الى قطبى ـ ا ج ـ د ز ـ وهما ـ ك ل ـ فلكون زاويتى ح ط ـ قائمتين وزاويتى ـ ا د ـ متساويتين تكون نسبة جيب ـ ب ح ـ الى جيب ـ ح ا ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ه ط ـ الى جيب ـ ط د ـ ومن نسبة جيب ـ ب ك ـ الى جيب ـ ه ل ـ وايضا لكون زاويتى ـ ح ط ـ قائمتين وزاويتى ـ ج ز ـ متساويتين تكون نسبة جيب ـ ب ح ـ الى جيب ح ج ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ه ط ـ الى جيب ـ ط ز ـ ومن نسبة جيب ب ك ـ الى جيب ـ ه ل ـ واذا كان ذلك كذلك كانت نسبة جيب ـ ب ك ـ الى جيب ـ ل ه ـ مؤلفة تارة من نسبة جيب ـ ب ح ـ الى ـ ح ط ـ

(١) الشكل الرابع والثمانون ـ ٨٤ ـ .



كتاب مانالاوس صنه

ص٨



كتاب مانالاوس ص١٨

ومن نسبة جيب ـ ط د ـ الى ـ ح ا ـ وتارة من نسبة جيب ـ ب ح ـ الى ه ط ـ ايضا ومن نسبة جيب ـ ط ز ـ الى ـ ح ج ـ ونلقى المشتركة بقيت نسبة جيب ـ ط د ـ الى ـ ح ا ـ كنسبة جيب ـ ط ز ـ الى ـ ح ج ـ ويكون بالتبديل نسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ج ح ـ كنسبة جيب ـ د ط ـ الى جيب ـ ط ز ـ وذلك ما اردناه (١).

اقول ومن امثلة هذا الشكل فى علم الهيئة ان نسبة جيب مطالع القسى المتساوية المبتدئة من نقطة الاعتدال فى الافق المستقيم الى جيب تعديل نهار تلك المطالع فى جميع الآفاق واحدة وذلك اذا جعلت ـ ا ج ـ ب ج ـ منطقتى معدل النهار وفلك البروج ـ و ـ ا ب ـ افق ما ـ و ـ ب ج ـ من دائرة الميل وكذلك نظائرها فى المثلث الآخر.

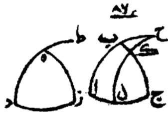
(ه) كل مثلثين كانت فيهما زاويتان قائمتان ـ وزاويتان متساويتان كل واحدة منهما اصغر من قائمة وكان كل واحد من وترى الزاويتين الباقيتين اصغر من ربع فان نسبة جيب مجموع الضلعين المحيطين بالزاوية الحادة الى جيب الفضل بينهما فى احد المثلثين كنسبة جيب مجموع الضلعين المحيطين بالزاوية الحادة الى جيب الفضل بينهما فى المثلث الآخر فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ والقائمتان منهما زاويتى ـ ب ا ج ـ ه د ز ـ والزاويتان المتساويتان زاويتى ـ ا ج ب ـ د ز ه ـ وكل منهما اصغر من قائمة وكل واحد من ضلعى ا ج ـ د ز ـ اصغر من ربع فنقول ان نسبة جيب مجموع ـ ا ج ـ ج ب ـ الى جيب الفضل بينهما كنسبة جيب مجموع ـ د ز ـ ز ه ـ الى جيب الفضل بينهما فلنخرج ـ ب ج ـ ونجعل ـ ج ل ـ مثل ج ا ـ ونفصل من ـ ج ب ـ ج ك ـ ايضا مثلها ونرسم على قطب ـ ج ـ وببعد ضلع المربع قوس ـ ح ن ـ ونخرج ـ ا ب ح ـ ا ك م ـ ا ج س ـ ا ل ن ـ نخرج ـ ج م ـ ج ن ـ فهما ينصفان زاويتى ـ ك ج س ـ ل ج س ـ ونعمل مثل ذلك فى مثلث ـ د ه ز ـ فلأن زاويتى ـ ح ا س ـ ح س ا ـ قائمتان يكون ـ ح ـ قطبا لدائرة

(١) الشكل الخامس والثمانون ـ ٨٥ ـ.

اج س ــ وح س ــ ربعا وايضا يكون ــ ط ــ قطبا لدائرة ــ د ز ش ــ و ط ش ــ ربعا ولأن زاويتى ــ ك ج س ــ ل ج س ــ كقائمتين ومجموع زاوية م ج ن ــ نصفها فهى قائمة وكذلك زاوية ــ ق زت ــ ولأن ــ ج ــ قطب ــ ح ن ــ تكون زاوية ــ ج ن م ــ ايضا قائمة ويكون ــ م ــ قطب ــ ج ن ــ وكذلك يكون ــ ق ــ قطب ــ زت ــ فكل واحد من ــ ح س ــ م ن ــ ط ش ــ ق ت ــ ربع ــ وح م ــ س ن ــ متساويتان وكذلك ــ ط ق ــ ش ت ــ ولكون زاويتى ــ ل ج س ــ ف ز ش ــ اعنى زاويتى ــ اج ب ــ د ز ه ــ متساويتين تكون انصافهما اعنى قوسى ــ ن س ــ ت ش ــ متساويين وكذلك ــ م س ــ ق ش ــ متساويتان ــ وح م ــ ط ق ــ متساويتان قال فبحسب ما قدمنا تكون نسبة جيب ــ ل ب ــ الى جيب ــ ب ك ــ كنسبة جيب ــ ف ه ــ الى جيب ــ ه ع (١) .

اقول هكذا وجدت فى النسخة التى ارقامها بالسواد واما فى النسخة التى ارقامها بالحمرة فهكذا ــ ولأنه قدخرج من نقطة ــ ا ــ الى قوسى ــ ب ج ل ــ ح س ز ــ قسى ــ اح ــ ام ــ اس ــ ان ــ تكون نسبة جيب قوس ــ ل ب ــ الى جيب قوس ــ ب ك ــ مؤلفة من نسبة جيب قوس ــ ل ب ــ الى جيب قوس ل ج ــ ومن نسبة جيب قوس ــ ل ج ــ الى جيب قوس ــ ج ك ــ ومن نسبة جيب قوس ج ك ــ الى جيب قوس ــ ك ب ــ وهذه النسبة مثل نسبة المؤلفة من نسبة جيب قوس ــ ل ب ــ الى جيب قوس ــ ل ج ــ ومن نسبة جيب قوس ــ ج ك ــ الى جيب قوس ــ ك ب ــ وذلك ان جيب قوس ــ ل ب ــ مساو لجيب قوس ــ ج ك ــ وهذه النسبة مثل النسبة المؤلفة من نسبة جيب قوس ــ ن ح ــ الى جيب قوس ــ ن س ــ ومن نسبة جيب قوس ــ م س ــ الى جيب قوس ــ م ح ــ كذلك ايضا تبين ان نسبة جيب قوس ــ ف ه ــ الى جيب قوس ــ ه ع ــ مؤلفة من نسبة جيب قوس ــ ط ت ــ الى جيب قوس ت ش ــ ومن نسبة جيب قوس ــ ق ش ــ الى جيب قوس ــ ط ق ــ وقد تبين

(١) الشكل السادس والثمانون ــ ٨٦ ــ .



كتاب مانالاوس تمت

ان قسى ـ ح م ـ م س ـ س ن ـ مساوية لقسى ـ ط ق ـ ق ش ـ ش ت فتكون اذ ذلك نسبة جيب قوس ـ ل ب ـ الى جيب قوس ـ ب ك ـ كنسبة جيب قوس ـ ف ه ـ الى جيب قوس ـ ه ع ـ وذلك ما اردناه فهذا ما وجدته فى هاتين النسختين .

ولنقدم لبيان هذا البرهان مقدمة هى ان نسبة ضلع جيب كل مثلث الى جيب ضلع آخر منه كنسبة جيب الزاوية المؤترة بالضلع الاول الى جيب الزاوية المؤترة بالضلع الآخر فليكن مثلث ـ ا ب ج ـ ونخرج ـ ب ج ـ فى الجهتين الى ان يصير كل واحد من ـ ب ه ـ ج ح ـ ربعا ونرسم على قطبى ب ج ـ ببعد الرابع قوسى ـ ه د ـ ه ز ـ ونخرج ـ ب ا ـ ج ا ـ الى ـ د ز ـ ليكون ـ د ه ـ مقدار زاوية ـ ب ـ و ـ ز ح ـ مقدار زاوية ـ ج ـ ونقول نسبة جيب ـ ب ا ـ الى جيب ـ ا ج ـ كنسبة جيب ـ ح ز ـ الى جيب ـ ز ح ـ ونخرج ـ ه د ـ ح ز ـ الى ان يلتقيا عند ـ ط ـ فيكون ـ ط ـ قطبا لقوس ـ ه ج ـ ب ح ـ ونصل ـ ط ا ـ ونخرجه الى ـ ك ـ فهو يقع على ه ح ـ على زوايا قائمة وفى قطاع ـ ط ح ـ ج ا ـ نسبة جيب ـ ط ك ـ الى جيب ـ ك ا ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ط ح ـ الى جيب ـ ح ز ـ ومن نسبة جيب ـ ز ج ـ الى جيب ـ ج ا ـ واذا جعلنا جيبى ـ ط ك ـ ط ح ارتفاعى الجسمين وهما متساويان صار سطح جيب ـ ح ز ـ فى جيب ـ ج ا كسطح جيب ـ ز ج ـ فى جيب ـ ا ك ـ وايضا فى قطاع ـ ط ه ـ ب ا نسبة جيب ـ ط ك ـ الى جيب ـ ك ا ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ط ه ـ الى جيب ـ ه د ـ ومن نسبة جيب ـ د ب ـ الى جيب ـ ب ا ـ واذا جعلنا جيبى ط ك ـ ط ه ـ ارتفاعى الجسمين وهما متساويان بقى سطح جيب ـ ه د ـ فى جيب ـ ب ا ـ كسطح جيب ـ د ب ـ فى جيب ـ ك ا ـ ولكن ـ ز ج ـ مساو لد ب فسطح جيب ـ ز ج ـ فى جيب ـ ك ا ـ وسطح جيب ـ د ب ـ فى جيب(١) ـ ك ا ـ شئ واحد ولهذا صار سطح جيب ـ ح ز ـ فى جيب ـ ج ا

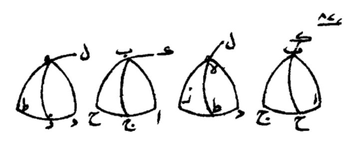
(١) صف ـ سطح .

كسطح جيب ـ د ه ـ فى جيب ـ ب ا ـ فاذا نسبة جيب ـ ب ا ـ الى جيب ا ج ـ كنسبة جيب ـ ح ز ـ الى جيب ـ ه د ـ وذلك ما اردناه (١) .

ويتبين من ذلك انه اذا تساوت زاويتان من مثلث زاويتين من مثلث آخر كل لنظيره تناسبت جيوب اوتارها لكونها على نسب جيوب الزوايا الموترة وهى اقدار باعيانها فى المثلثين وهذا الحكم من تفاريع الشكل المغنى .

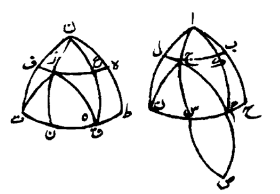
ثم نعيد الشكلين المقدمين ونقول نسبة جيب ـ ب ل ـ الى جيب ا ل ـ فى مثلث ـ ب ا ل ـ كنسبة جيب زاوية ـ ب ا ل ـ الى جيب زاوية ا ب ل ـ ونسبة جيب ـ ا ل ـ الى جيب ـ ج ل ـ فى مثلث ـ ج ا ل ـ كنسبة جيب زاوية ـ ا ج ب ـ الى جيب زاوية ـ ج ا ل ـ فالنسبة المؤلفة من جيب ب ل ـ الى جيب ـ ا ل ـ ومن جيب ـ ا ل ـ الى جيب ـ ج ل ـ مؤلفة من نسبة جيب زاوية ـ ب ال ـ الى جيب زاوية ـ ا ب ل ـ ومن نسبة جيب زاوية ا ج ل ـ الى جيب زاوية ـ ج ا ل ـ وبتبادل التاليين تكون مؤلفة من نسبة جيب زاوية ـ ب ا ل ـ الى جيب زاوية ـ ج ا ل ـ ومن نسبة جيب زاوية ا ج ل ـ الى جيب زاوية ـ ا ب ل ـ وايضا نسبة جيب ـ ك ج ـ الى جيب ك ا ـ فى مثلث ـ ك ا ج ـ كنسبة جيب زاوية ـ ك ا ج ـ الى جيب زاوية ك ج ا ـ ونسبة جيب ـ ك ا ـ الى جيب ـ ب ك ـ فى مثلث ـ ب ا ك ـ كنسبة جيب زاوية ـ ك ب ا ـ الى جيب زاوية ـ ك ا ب ـ فالنسبة المؤلفة من نسبة جيب ـ ك ج ـ الى جيب ـ ك ا ـ من نسبة جيب ـ ك ا ـ الى جيب ـ ك ب ـ مؤلفة من نسبة جيب زاوية ـ ك ا ج ـ الى جيب زاوية ـ ك ج ا ـ ومن نسبة جيب زاوية ـ ك ب ا ـ الى جيب زاوية ـ ك ا ب ـ وبتبادل التاليين تكون مؤلفة من نسبة جيب زاوية ـ ك ا ج ـ الى جيب زاوية ـ ك ا ب ـ ومن نسبة جيب زاوية ـ ك ب ا ـ الى جيب زاوية ـ ك ج ا ـ فنسبة جيب ـ ب ل الى جيب ـ ب ك ـ المؤلفة من نسبة جيب ـ ب ل ـ الى جيب ـ ا ل ـ و ـ جيب ـ ا ل ـ الى جيب ـ ل ج ـ وجيب ـ ج ك ـ الى جيب ـ ك ا ـ الى

(١) الشكل السابع والثلاثون ـ ٨٧ .



كتاب مانالاوس ص ٨٤

٨٨



كتاب مانالاوش ص٥

جيب ـ ب ك ـ الاربع مؤلفة من نسب اربع هى نسبة جيب زاوية ـ ب ا ل الى جيب زاوية ـ ج ا ل ـ ونسبة جيب زاوية ـ ا ج ل ـ الى جيب زاوية ا ب ل ـ ونسبة جيب زاوية ـ ك ا ج ـ الى جيب زاوية ـ ك ا ب ـ ونسبة جيب زاوية ـ ك ب ا ـ الى جيب زاوية ـ ك ج ا ـ ولكون مقدم الثانية هو تالى الرابعة وتالى الثانية مقدم الرابعة تكافأت الثانية والرابعة وسقطتا وبقى معنا نسبة جيب ـ ب ل ـ الى ـ جيب ـ ب ك ـ مؤلفة من نسبة جيب زاوية ب ا ل ـ الى جيب زاوية ـ ج ا ل ـ الاولى ومن نسبة جيب زاويه ـ ك ا ج الى جيب زاوية ـ ك ا ب الثالثة .

وبهذه السياقة بعينها تبين ان نسبة جيب ـ ح ن ـ الى جيب ـ ح م مؤلفة من هاتين النسبتين بعينهما فاذا نسبة جيب ـ ب ل ـ الى جيب ـ ب ك كنسبة جيب ـ ح ن ـ الى جيب ـ ح م ـ ولكون كل واحد من ـ ح م م س ـ س ن ـ مساولنظيره من ـ ط ق ـ ق ش ـ ش ت ـ تكون نسبة جيب ـ ب ل ـ الى جيب ـ ب ك ـ كنسبة جيب ـ ط ت ـ الى جيب ط ق ـ ثم تبين بهذه السياقة ان نسبة جيب ـ ه ف ـ الى جيب ـ ه ع ـ كنسبة جيب ـ ط ت ـ الى جيب ـ ط ق ـ ويجب من ذلك ضرورة ان تكون نسبة جيب ـ ب ل ـ الى جيب ـ ب ك ـ كنسبة جيب ـ ح ف ـ الى جيب ـ ه ع وذلك ما اردناه (١) .

وظاهر مما مر أن جيبى ـ ح ن ـ م س ـ واحد لكونهما معا كنصف دائرة وجيبى ـ س ن ـ ح م ـ واحد لتساويهما .

واعلم ان اكثر الناظرين فى هذا الكتاب قد تحيروا فى هذا الشكل اما الماهانى الذى حاول اصلاح الكتاب فلتحيره فيه لم يتجاوز هذا الموضع ولم يتمم اصلاح الكتاب وأما ابو الفضل احمد بن سعد الهروى فأورد فيه برهانا ناقصا وذكر فيه مقدمة هى هذه .

دوائر ـ ب ج ز ـ ب اح ـ ب د ط ـ ب ه ك ـ تتقاطع على نقطة

(١) الشكل الثامن والثمانون ـ ٨٨ .

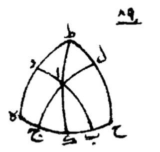
ب ـ و قد قطعت بسطحين متوازيين هما ـ ب ج د ـ زح ط ك ـ ومركز الكرة نقطة ـ ل ـ وقسي ـ ا ب ـ ا ج ـ ا د ـ متساوية ولأن ـ ا ـ قطب دائرتي ـ ب ج د ـ ز ح ط ك ـ فال ـ عمود على سطحيهما والفصول المشتركة للدوائر المتقاطعة ولهاتين الدائرتين متوازية وهي في سطح دائرة ـ زح ط ك ـ اقطارها المخرجة من نقط . ز ـ ح ـ ط ـ ك ـ وفي سطح دائرة ـ ب ج د ـ خطوط ـ ب ج ب ص ـ ب د ـ ب م ـ كل واحد منها موازلاحد الاقطار المذكورة ـ ب ج الى ـ ز ـ و ـ ب ص ـ الى ـ ح ـ و ـ ب د ـ الى ـ ط ـ و ـ ب م ـ الى ـ ك ـ فزاوية ج ب م ـ مساوية لزاوية ـ ز ل ك ـ وزاوية ـ ج ب ص ـ لزاوية ـ ز ل ح ـ وزاوية ـ ص ب د ـ لزاوية ـ ح ل ط ـ وزاوية ـ د ب م ـ لزاوية ط ل ك ـ ونصل ـ ج د ـ وننفذه لتلقى ـ ب م ـ على ـ م ـ وانما يلقاه لكون ـ ب م ـ ايضا في سطح دائرة ـ ب ج د ـ ولكون زاوية ـ ب ا د اصغر من قائمة ونخرج ـ ل ه ـ وهو فصل مشترك لدائرتي ـ ج ا ه ـ ب ه ك ويقع اذا اخرج على نقطة ـ م ـ لا غير لأنها في سطوح دوائر ـ ب ج د ج ا ه ـ ب ه ك ـ لا غير .

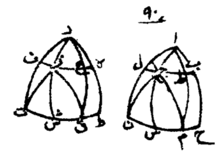
قال ونفصل ـ ل ن ـ مساويا ـ لب ج ـ و ـ ل س ـ لب م ـ ونصل ن س ـ فمثلث ـ ن ل س ـ شبيه بمثلث ـ ج ب م ـ ونسبة ـ ج م ـ الى م د ـ كنسبة ـ ن س ـ الى ـ س ع ـ لكن نسبة ـ ج م ـ الى ـ م د ـ هي كنسبة جيب ـ ج ه ـ الى جيب ـ ه د ـ فنسبة ـ ن س ـ الى ـ س ع ـ كنسبة جيب ـ ج ه ـ الى ـ جيب ـ ه د ـ .

اقول انما يتم برهانه بأن نبين ان نسبة جيب ـ ج ه ـ الى جيب ـ د ه كنسبة جيب ـ ز ك ـ الى جيب ـ ك ط ـ حتى اذا بين ان في المثلث الآخر نسبة جيبي نظيري ـ ز ك (١) ـ ك ط ـ كهذه النسبة وكنسبة جيبي نظيري ج ه ـ ج د ـ فتبين ان نسبة جيبي ـ ه ج ـ ه د ـ كنسبة جيبي نظائرهما ومن هذا الذي قال لايتبين ان نسبة ـ ن س ـ س ع ـ كنسبة الجيبين

(١) صف ق ـ ب ك .

المذكورين





كتاب مانالاوس تم

المذكورين فلايحصل الا نتفاع با لعلم بها اصلا (١) .

وبعد تقديم هذه المقدمة قال فى بيان المطلوب بعد الدعوى ليكن مثلثا ـ اب ه ـ م ل ع ـ فيهما زاويتا ـ ب م ـ قائمتان وزاويتا ـ ا ل ـ حادتان ومتساويتان .

نقول فنسبة مجموع ـ ب ا ـ ا ه ـ الى زيادة ـ ا ه ـ على ـ ب ا ـ كنسبة مجموع ـ م ل ـ ل ع ـ الى زيادة ـ ل ع ـ على ـ ل م ـ ولم يذكر الجيوب وتمم الشكل وقال فاذا جعلنا ـ ا ـ التى هى قطب دائرة ـ زح ك ـ قطبا لدائرة ببعد ـ ا ج ـ كانت موازية لدائرة ـ زح ك ـ واشتغل ببيان تنصيف زاويتى ـ ج ا ح ـ د ا ح ـ بخطى ـ ا ز ـ ا ط ـ وبين ان زاوية ز ا ط ـ قائمة وبين ان ـ ك ـ قطب دائرة ـ ب ا ح ـ وان ـ ك ح ـ ربع مثل ـ ط ز ـ عمل بمثلث ـ م ل ع ـ ماعمل بمثلث ـ ب ا ه ـ وقال فزاوية ف ل ق ـ قائمة وقوس ـ ف ق ـ ربع وكذلك ـ ش ص ـ و ـ ح ز ـ مثل ف ص ـ وجميع ـ ف ش مثل جميع ـ ز ك ـ فبحسب ماقدمنا تكون نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه د ـ كنسبة ـ ن ع ـ الى ـ ع س (٢) .

اقول هذا الذى اورده فى موضع البرهان ليس بمنتج لهذه الدعوى اصلا .

ثم قال هذا هو البرهان الذى عملته لهذا الشكل والذى يؤمى اليه ما نا لاوس يتبين بمقدمات اكثر من هذا فانه قال ان ـ ز ا ـ ا ط ـ اذا اخرجا قسما زاويتى ـ د ا ح ـ ج ا ح ـ بنصفين نصفين ولم يبين ذلك ثم ذكر تساوى قوسى ـ ز ك ـ ف ش ـ و ـ زح ـ ف ص ـ و ـ ح ط ـ ص ق ـ ثم قال نسبة ج ه ـ الى ـ ه د ـ اذا جعلنا ـ ا د ـ وسطا مؤلفة من نسبة ـ ه ج ـ الى ج ا ـ ومن نسبة ـ ج ا ـ الى ـ ه د ـ اعنى ـ د ا ـ الى ـ ه د ـ قال ونسبة ه ج ـ الى ـ ج ا ـ كنسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ح ـ ونسبة ـ د ا ـ الى ـ د ه ـ

(١) الشكل التاسع والثمانون ـ ٨٩ (٢) الشكل التسعون ـ ٩٠ .

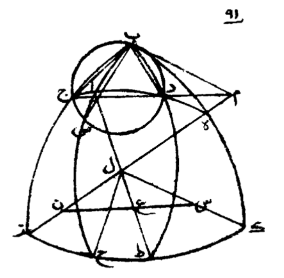
كنسبة ـ ط ح ـ الى ـ ط ك ـ ونسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ح ط الى ـ ط ك ـ ويلزم فى الشكل الثانى ذلك من نسبة ـ ع ن ـ الى ـ ن ل ـ ونسبة ـ ل س ـ الى ـ س ع ـ وذلك يحتاج الى مقدمات كثيرة فهذا ملخص ما اورده هذا الرجل الذى ضمن اصلاح هذا الكتاب بعد تشنيعه على الماهانى بتركه ما عجز عنه .

اقول اما قوله ان ما نالاوس لم يبين كيف ينصف خطا ـ ز ا ـ ا ط زاويتى ـ د ا ح ـ ج ا ح ـ فجوابه ان ما نالاوس اعتمد على حدس المتعلم عكس ما اورده فى الشكل التاسع والعشرين من المقالة الاولى وهو ما ذكرته فى هذا الكتاب (١) (واما ان مقدمات برهانه اكثر فليس مما يعاب به البراهين اذا كانت منتجة للطالب يقنيا فهذا ماوجدته فى هذا الموضع ـ ٢) وانا ماوقفت على برهان هذا الشكل الا بعد ان ظفرت بشرح الامير ابى نصر بن عراق جزاه الله عن طلبة العلم خير الجزاء .

ومن امثلة هذا الحكم فى الهيئة اذا جعلت قوس ـ ج ا ـ من معدل النهار وقوس ـ ج ل ـ من دائرة البروج ان نسبة جيب مجموع قوس السواد وقوس المطالع فى الفلك المستقيم الى جيب الفضل بينهما كنسبة جيب نصف تمام الميل كله الى جيب ـ ج ب ـ نصف الميل كله ـ اويكون ـ م س ـ على ذلك التقدير نصف تمام الميل كله لكون زاوية ـ ج ـ الحادة الميل الكلى وزاوية ك ج س ـ تمامها ـ فم س ـ نصف تمام الميل كله و ـ ن س ـ نصف الميل كله وهو المراد .

(و) كل مثلث نصفت احدى زواياه بقوس يقع على وترها فان نسبة جيب احد ضلعى تلك الزاوية الى جيب الضلع الآخر كنسبة جيب القسم من الوتر الذى يلى ذلك الضلع الى جيب القسم الذى يلى هذا الضلع وبالعكس اذا كانت النسبة كذلك كانت القوس منصفة للزاوية فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ ولننصف زاوية ـ ب ـ منها بخط ـ ب د ـ نقول فنسبة جيب ـ ا ب ـ

(١) صف ف ـ الموضع (٢) سقط من صف



كتاب مانالاوس سه

الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ ا د ـ الى ـ جيب ـ د ج ـ وذلك لأن مثلثى ـ ا ب د ـ ج ب د ـ زاويتا ـ ب ـ فيهما متساويتان وزاويتا ـ د مساويتان لقائمتين فلذلك تكون فيهما نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ا د ـ كنسبة جيب ـ ج ب ـ الى جيب ـ ج د ـ وبالابدال نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ د ج ـ وايضا ان كانت نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ ج د ـ كانت زاوية ـ ا ب ج ـ منصفة بقوس ـ ب د ـ وذلك لأن فى مثلثى ـ ا ب د ـ ج ب د ـ زاويتى ـ د ـ مساويتان لقائمتين ونسبة جيب ا ب ـ الى ـ جيب ـ ا د ـ كنسبة جيب ـ ب ج ـ الى جيب ـ ج د ـ وليست زاويتا ـ ا ب د ـ ج ب د ـ كقائمتين فاذا هما متساويتان .

اقول هذا الحكم لم يتبين فيما مضى فى المتن وهو الذى ذكرته فى عكس الشكل الثانى فى هذه المقالة (١).

(ز) كل مثلث نصفت زاويته الخارجة بعد اخراج احد اضلاعه بقوس تقع على وترها فان نسبة جيب الضلع المخرج الى جيب المضلع الآخر المحيط بتلك الزاوية كنسبة حيب الضلع الثالث مع القوس الموترة لنصف الزاوية الخارجة (الى جيب القوس المؤترة لنصف الزاوية الخارجة وحده ـ ٢) وبالعكس فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ ولنخرج ـ ا ب ـ الى ـ ه ـ ولننصف زاوية ـ ج ب ه بقوس ـ ب د ـ الواقعة على نقطة ـ د ـ من ـ ا ج ـ بعد اخراجها تقول فنسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ اد ـ الى جيب ـ د ج ـ وذلك لأن فى مثلثى ـ ا ب د ـ ج ب د ـ زاوية ـ د ـ مشتركة وزاوية ـ ا ب د ـ مع زاوية ـ ج ب د ـ اعنى مع زاوية ـ د ب ه ـ كقائمتين فتكون لذلك نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ا د ـ كنسبة جيب ـ ب ج ـ الى جيب ـ ج د ـ وبالابدال نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب

---

(١) الشكل الحادى والتسعون ـ ٩١ ـ (٢) سقط من صف ق .

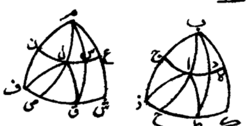
ا د ـ الى جيب ـ د ج ـ وايضا بالعكس اذا اخرجت من نقطة ـ ب ـ قوس ب د ـ الى ـ ا ج ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ وصارت نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ د ج ـ كنسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ فقد نصفت تلك القوس زاوية ـ ج ب ه ـ وذلك لأن فى مثلثى ـ ا ب د ج ب د ـ تكون زاوية ـ د ـ مشتركة ونسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ا د ـ كنسبة جيب ج ب ـ الى جيب ـ ج د ـ فلذلك تكون زاويتا ـ ا ب د ـ ج ب د ـ اللتان ليستا متساويتين كزاويتين قائمتين فاذا تكون زاوية ـ ج ب د ـ مساوية لزاوية ـ د ب ه ـ وذلك ما اردناه (١)

اقول وهذا ايضا العكس الشكل الثانى من هذه المقالة الذى ذكرته.

(ح) كل مثلث اخرجت من نقطة رأسه قوسان الى قاعدته يحيطان مع الضلعين بزاويتين متساويتين فان نسبة مربع جيب احد الضلعين الى مربع جيب الضلع الآخر مؤلفة من نسبة جيوب اقسام القاعدة فليكن المثلث ـ ا ب ج ولنخرج من نقطة ـ ب ـ قوسا ـ ب د ـ ب ه ـ الى القاعدة وهى ـ ا ج وكانت زاويتا ـ ا ب د ـ ج ب ه ـ متساويتين.

نقول فنسبة مربع جيب ـ ا ب ـ الى مربع جيب ـ ب ج ـ مولفة من نسبة جيب ـ ا ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ ومن نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب د ج ـ اعنى مساوية لنسبة سطح ـ ا ه ـ فى ـ ا د ـ الى سطح ـ ه ج ـ فى د ج ـ فلنخرج قوسى ـ ب ه ـ ب د ـ ونخرج من ـ ج ـ اليهما قوسى ـ ج ز ج ح ـ اخراجا تكون به زاوية ـ ج ز ب ـ مساوية لزاوية ـ ا ب ه ـ وزاوية ـ ج ح ب ـ مساوية لزاوية ـ ا ب د ـ فلأن فى مثلثى ـ ا ب ه ـ ـ ج ز ه ـ زاويتى ـ ج ز ه ـ ا ب ه ـ متساويتان وزاويتى ـ ا ب ه ـ ـ ج ز ه ـ متساويتان تكون نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ج ز ـ كنسبة جيب ـ ا ه ـ الى جيب ـ ج ه ـ ولأن فى مثلثى ـ اب د ـ د ج ح ـ زاويتى اب د ـ ج ح د ـ متساويتان وزاويتى ـ ا د ب ـ ج د ح ـ متساويتان

(١) الشكل الثانى والتسعون ـ ٩٢ .



كتاب مانالاوس ص٩٠



كتاب مانالاوس صـ٩١

تكون نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ج ح ـ كنسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ ج د ـ والنسبة المؤلفة من نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ج ز ـ و من نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ج ح ـ اعنى نسبة مربع جيب ـ ا ب ـ الى سطح جيب ـ ج ز ـ فى جيب ـ ج ح ـ كالنسبة المؤلفة من نسبة جيب ا ه ـ الى جيب ـ ج ه ـ و من نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ ج د ـ اعنى نسبة سطح جيب ـ ا ه ـ فى جيب ـ ا د ـ الى سطح جيب ـ ج ه ـ فى جيب ج د ـ ولكون زاويتى ـ ا ب د ـ ج ب ه ـ متساويتين تكون زاويتا ا ب ه ـ ج ب د ـ متساويتين وفى مثلثى ـ ج ب ح ـ ج ز ب ـ زاويتا ج ب ح ـ ج ز ب ـ متساويتان وكذلك زاويتا ـ ج ح ب ـ ج ب ز ـ فلذلك تكون نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ ج ب ـ كنسبة جيب ـ ج ب الى جيب ـ ج ز ـ وسطح جيب ـ ج ح ـ فى جيب ـ ج ز ـ مساويا لمربع جيب ـ ب ج ـ فكانت نسبة مربع جيب ـ ا ب ـ الى سطح جيب ـ ج ز فى جيب ـ ج ح ـ كنسبة سطح جيب ـ ا ه ـ فى جيب ـ ا د ـ الى سطح جيب ـ ج ه ـ فى جيب ـ ج د ـ فنسبة مربع جيب ـ ا ب ـ الى مربع جيب ب ج ـ كنسبة سطح جيب ـ ا ه ـ فى ـ ا د ـ الى سطح جيب ـ ج ه ـ فى ج د ـ التى هى مؤلفة من نسبة جيب ـ ا ه ـ الى جيب ـ ج ه ـ و من نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ ج د ـ وذلك ما اردناه (١).

اقول فى بيان كيفية اخراج قوسى ـ ج ز ـ ج ح ـ على الوجه المذكور نجعل نسبة جيب ـ ه ا ـ الى جيب ـ ا ب ـ كنسبة جيب ـ ه ج الى جيب قوس ما فتصير تلك القوس معلومة ونرسم على قطب ـ ج ـ ببعد وتر تلك القوس دائرة فان قطعت تلك الدائرة قوس ـ ب ه ـ فى موضعين مثلا على نقطتى ـ ز ط ـ اخرجنا قوسى ـ ج ز ـ ج ط ـ من العظام وكانت احدى زاويتى ـ ج ز ب ـ ج ط ب ـ مساوية لزاوية ـ ا ب ه ـ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة فى عكس الحكم الاول وان لم تقطعها الدائرة بل

---

(١) الشكل الثالث والتسعون ـ ٩٣

ماستها على نقطة ـ ز ـ مثلا اخرجنا قوس ـ ج ز ـ فقامت على ـ ب ز ـ على قوائم وكانت زاوية ـ اب ه ـ ايضا قائمة وان لم يقطعها ولم يماسها رسمنا الدائرة ببعد وتر تمام القوس التى استخرجناها من نصف دائرة فهى تقطع دائرة ب ز ج ـ لامحالة فى موضعين ونتمم العمل والبيان(١) وبمثله تبين الوجه فى اخراج قوس ـ ج ح ـ ويظهر من ذلك اختلاف وقوعات هذا الشكل .

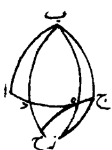
قال الامير ابونصر بن عراق البرهان الذى اورده مانالاوس يصح اذا لم يكن ـ ب ج ـ ربعا فاما اذا كان ربعا فلا يخرج من ـ ج ـ قوس الى ب د ـ يحيط معه بزاوية اصغر من زاوية ـ ج ب د ـ ولم يفرض مانالاوس ب ج ـ اقل من ربع واذا كان ـ ب ج ـ ربعا فلا يصير جيبه وسطا بين جيبى قوسين اصلا الا ان يكون الجميع هو الجيب كله والبرهان العام سواء كان ب ج ـ ربعا او اقل او اكثر ان نقول زاوية ـ ج ب د ـ مساوية لزاوية اب ه ـ لكون زاويتى ـ ج ب ه ـ اب د ـ متساويتين واذا جعلنا نسبة جيبى ـ اب ـ ب ج ـ وسطا بين جيبى ـ اه ـ ج د ـ صارت نسبة جيب ـ اه الى جيب ـ ج د ـ مؤلفة من نسبة جيبى زاوية ـ اب ه ـ وزاوية ـ ه ومن نسبة جيبى ـ اب ـ ب ج ـ ومن نسبة جيبى زاوية ـ د ـ وزاوية ج ب د ـ ولكون زاويتى ـ اب ه ـ ج ب د ـ متساويتين تكون النسبة المؤلفة من النسبتين الثالثة والاولى من هذه الثلاثة نسبة جيب زاوية ـ د ـ الى جيب زاوية ـ ه ـ وتصير النسبة مؤلفة منها ومن نسبة جيبى ـ اب ـ ب ج ـ وايضا اذا جعلنا نسبة جيبى ـ اب ـ ب ج ـ وسطا بين جيبى ـ اد ـ ج ه ـ صارت نسبة جيبى ـ اد ـ ج ه ـ مؤلفة من نسبة جيبى زاوية ـ اب د ـ وزاوية د ـ ونسبة جيبى ـ اب ـ ب ج ـ ونسبة جيبى زاوية ـ ه ـ وزاوية ـ ج ب ه ـ ولكون زاويتى ـ اب د ـ ج ب ه ـ متساويتين تكون النسبة المؤلفة من النسبتين الثالثة والاولى من هذه الثلاثة نسبة جيب زاوية ـ ه ـ الى جيب زاوية ـ د ـ وتصير النسبة مؤلفة منها ومن نسبة جيبى ـ اب ـ ب ج

(١) الشكل الرابع والتسعون ـ ٩٤

فالنسب

٩٤

٩٥ظ



كتاب مانالاوس ص ٩٣

فالنسب الاربع التي تألفت منها نسبة جيبي ـ ا ه ـ ج د ـ ونسبة جيب ـ ا د ج ه ـ اذا اجتمعت تكافأت منها نسبتا جيبي زاوية ـ د ـ وزاوية ـ ه ـ وجيبي زاوية ـ ه ـ وزاوية ـ د ـ وبقيت نسبة جيبي ـ اب ـ ب ج ـ مثناة فاذا نسبتا سطح جيب ـ ا ه ـ في جيب ـ ا د ـ وسطح جيب ـ ج ه ـ في جيب ج د كنسبة جيبي ـ ا ب ـ ب ج ـ مثناة وهو المطلوب (١) .

(ط) وبالعكس اذا كانت نسبة مربع جيب احد الضلعين في المثلث المذكور في الشكل المتقدم الى مربع جيب الضلع الآخر مؤلفة من نسب جيوب اقسام القاعدة كانت الزاويتان اللتان بين القوسين المخرجتين وبين الضلعين متساويتين .

ونعيد المثلث ولتكن نسبة مربع جيب ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب ج ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ا ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ ومن نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ د ج ـ اعني مساوية لنسبة سطح جيب ـ ا ه ـ في جيب ـ ا د ـ الى سطح جيب ـ ه ج ـ في جيب ـ د ج ـ .

نقول فتكون زاويتا ـ ا ب د ـ ج ب ه ـ متساويتين ولنخرج ا ب ـ ج ب ـ ونجعل ـ ب ح ـ مثل ـ ب ا ـ وـ ب ط ـ مثل ـ ب ج ونخرج ـ ح ط ـ وـ د ب ـ الى ـ ك ـ ونعمل علـى ـ ب ـ من ـ ب ط زاوية ـ ط ب ل مساوية لزاوية ـ ك ب ح ـ فلأن في مثلثي ـ ا ب ج ـ ح ب ط ـ ضلعي ـ ا ب ـ ب ج ـ والزاويـة التي بينهما مساوية لضلعي ح ب ـ ب ط ـ والزاوية التي بينهما كل لنظيره تكون مثلثا ـ ب ا ج ـ ب ح ط ـ متساويتين وكذلك مثلثا ـ ب ا د ـ ب ح ك ـ فيكون للشكل المتقدم نسبة مربع جيب ـ ب ح ـ الى مربع جيب ـ ب ط ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ح ك ـ الى جيب ـ ك ط ـ ومن نسبة جيب ـ ح ل ـ الى جيب ـ ل ط ـ وكانت لكون ـ ب ح ـ ب ط ـ متساوين ـ لب ا ـ ب ج ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ د ج ـ ومن نسبة جيب ـ ا ه ـ الى

(١) الشكل الخامس والتسعون ـ ٩٥ .

جيب ـ ج ه ـ فالنسبة المؤلفة من نسبتي جيبي ـ ح ك ـ ك ط ـ وجيبي ـ ح ل ل ط ـ كالنسبة المؤلفة من نسبتي جيبي ـ ا د ـ د ج ـ وجيبي ـ ا ه ـ ه ج ـ و ـ ا د ـ د ج ـ مساويان ـ لح ك ـ ك ط ـ فتبقى نسبة جيب ـ ا ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ كنسبة جيب ـ ح ل ـ الى جيب ـ ل ط ـ وكان ـ ا ج ـ مساويا ـ لح ط ـ فا ه ـ مساو ـ لح ل ـ و ـ ل ط ـ مساو ـ له ج ـ وكان ب ط ـ مساويا ـ لب ج ـ وزاوية ـ ط ـ لزاوية ـ ج ـ فزاوية ل ب ط ـ مساوية لزاوية ـ ه ب ج ـ وكانت مساوية لزاوية ـ ك ب ح اعني لزاوية ـ د ب ا ـ فاذا زاوية ـ ه ب ح ـ مساوية لزاوية ـ د ب ا ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول في بيان انه لما كانت قوسا ـ ا ج ـ ح ط ـ متساويتين ونسبة جيبي ـ ا ه ـ ه ج ـ كنسبة جيبي ـ ح ل ـ ل ط ـ كانت ـ ا ه ـ مساوية لح ل ـ

ليكن مركز الكرة ـ ز ـ ونصل ـ ا ج ـ ح ط ـ ز م ـ ل ز ـ ن ه ـ ز ط ـ ز ج ـ فيكون لما ذكرته في بيان الشكل الاول من هذه المقالة نسبة جيب ا ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ كنسبة ـ ا ن ـ الى ـ ن ج ـ ونسبة جيب ـ ح ل ـ الى جيب ـ ل ط ـ كنسبة ـ ح م ـ الى ـ م ط ـ وبالتركيب نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ن ـ كنسبة ـ ح ط ـ الى ـ ط م ـ و ـ ا ج ـ ح ط ـ متساويان فج ن ـ ط م ـ متساويان ونخرج عمودي ـ ز ع ـ ز س ـ على ـ ا ج ـ ح ط ـ فيكونان متساويين و ـ ن ع ـ س م ـ متساويان فيكون ـ ز ع ـ ز م ـ متساويين ومثلثا ـ ز ع ج ـ ز م ط ـ متساويا لاضلاع النظائر فزاويتا ه ز ج ـ ل ز ط متساويتان وقوسا ـ ج ه ـ ل ط ـ متساويتان (٢) .

قال الامير ابو نصر ويقوم البرهان على دعوى هذا الشكل بعكس البرهان المذكور في الشكل المتقدم وهو هكذ .

---

(١) الشكل السادس والتسعون ـ ٩٦ . (٢) الشكل السابع والتسعون ـ ٩٧

اذا

٩٦



٩٧

ب
ا ح ه ج

اذا كانت نسبة جيبي ـ اب ـ ب ج ـ مثناة كالمؤلفة من نسبتى جيبي ـ اه ـ ج د ـ و جيبي ـ اد ـ ج ه ـ كانت زاويتا ـ اب د ـ ج ب ه ـ متساويتين وذلك لانا اذا جعلنا بينهما تارة نسبة جيبي ـ ح ا ـ ج د ـ وتارة نسبة جيبي ـ اد ـ ج ه ـ وسطا صارت نسبة جيبي ـ اب ـ ب ج مثناة كالمؤلفة من ست نسب نسبة جيبي زاوية ـ ه ـ وزاوية ـ اب ه ـ ونسبة جيبي ـ اه ـ ج د ـ ونسبة جيبي زاوية ـ ج ب د ـ ونسبة جيبي زاوية ـ د ـ وزاوية ـ اب د ـ ونسبة جيبي ـ اد ـ ج ه ـ ونسبة جيبي زاوية ج ب ه ـ وزاوية ـ ه ـ ولكون المؤلفة من الثانية والخامسة فقط مساوية للمثناة المذكورة بحسب ما وضع يجب ان تكون المؤلفة من الثالثة والاولى مكافئة للمؤلفة من الرابعة والسادسة وذلك لا يكون الا اذا كان تالى الاولى وهو جيب زاوية ـ اب ه ـ ومقدم الثالثة (١) وهو جيب زاوية ـ ج ب د ـ شيئا واحدا وكذلك تالى الرابعة ومقدم السادسة وهما جيبا زاوية ـ اب د ـ وزاوية ـ ج ب ه ـ ومن اتحاد (كل اثنين منها يجب ان تكون الزاويتان اما معا كنصفين او متساويتين ـ ٢) ومع اتحاد الاخيرين لايمكن كونهما كنصف دائرة فاذا هما متساويتان ضرورة .

(ى) كل مثلث قائم الزاوية اخرجت من زاويته القائمة الى وترها قوسان يحيطان مع احد ضلعيها بزاويتين متساويتين فان نسبة جيب مجموع الوتر مع وتر الزاوية الحادثة خارج المثلث الى جيب الوتر وحده كنسبة جيب القسم من الوتر الذى يلى الضلع الآخر الى جيب القسم الذى يلى الضلع الاولى منه وبالعكس اذا كانت النسبة كذلك والزاويتان المذكورتان متساويتين كانت الزاوية قائمة فليكن المثلث ـ اب ج ـ والقائمة زاوية ـ ب ـ ولنخرج منها قوسا ـ ب د ـ ب ه ـ الى وتر ـ ج ا ـ وقد احاطتا مع ـ اب ـ بزاوية ـ د ب ا ـ ه ب ا المتساويتين .

---

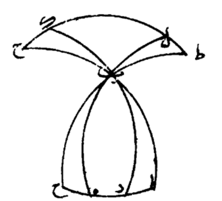
(١) صف ق ـ الثانية (٢) سقط من صف .

نقول فنسبة جيب ـ ج ه ـ الى جيب ـ ه ا ـ كنسبة جيب ـ ج د ـ الى حيب ـ دا ـ وذلك لأن زاويتى ـ ه با ـ د با ـ لما كانتا متساويتين واحداهما مع زاوية ـ د ب ج ـ كقائمة تكون الزاوية الخارجة من مثلث ه ب د ـ بعد اخراج ـ ه ب ـ التى هى تمـام قائمتين لزاوية ـ ه ب ج ـ مساوية لزاوية ـ د ب ج ـ ولأن مثلث ـ ه د ب ـ قد نصفت زاويته الخارجة بقوس ـ ب ج ـ تكون نسبة جيب قوس ـ ه ب ـ الى جيب قوس ب د ـ كنسبة جيب قوس ـ ه ج ـ الى جيب قوس ـ ج د ـ ولأن مثلث ه ب د ـ نصفت زاوية ـ ب ـ منه بقوس ـ ب ا ـ تكون نسبة جيب قوس ه ج ـ الى جيب قوس ـ ج د ـ كنسبة جيب قوس ـ ه ا ـ الى جيب قوس ا د ـ فاذا نسبة جيب قوس ـ ه ج ـ الى جيب قوس ـ ج د ـ كنسبة جيب قوس ـ ه ا ـ الى جيب قوس ـ ا د ـ وبالا بدال نسبة جيب ـ ه ج ـ الى جيب ـ ه ا ـ كنسبة جيب قوس ـ ج د ـ الى جيب قوس ـ د ا ـ .

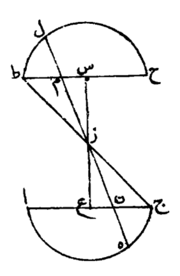
وبوجه آخر لابى نصر ـ اذا جعلنا جيب ـ ه ب ـ وسطا بين جيبى ج ه ـ ه ا ـ وجيب ـ د ب ـ وسطا بين جيبى ـ ج د ـ د ا ـ صارت الاولى بعد تبادل التالين مؤلفة من نسبتى جيبى زاويتى ـ ج ب ه ـ ا ب ه ـ وجيبى زاويتى ـ ا ج ـ والثانية بعد تبادل التالين مؤلفة من نسبتى جيبى زاويتى ـ ج ب د ا ب د ـ وجيبى زاويتى ـ ا ج ـ فلكون ركنى الاولى من المؤلفـة الاولى كركنى الاولى من المؤلفة الاخيرة والنسبتان الثانيتان منهما نسبة واحدة بعينها يجب تساوى نسبة جيبى ـ ه ج ـ ه ا ـ ونسبة جيبى ـ د ج ـ د ا ـ .

وايضا لتكن النسبة هكذا وزاويتا ـ ه ب ا ـ ا ب د ـ متساويتين نقول فزاوية ـ ا ب ج ـ قائمة وذلك لأنا اذا ابدلنا النسبة كانت نسبة حبيب ه ج ـ الى جيب ـ ح د ـ كنسبة جيب ـ ه ا ـ الى جيب ـ ا د ـ ولأن زاوية ه ب د ـ منصفة ـ لقوس ـ ب ا ـ فنسبة جيب ـ ه ا ـ الى جيب ـ ا د ـ كنسبة جيب ـ ه ب ـ الى جيب ـ ب د ـ فنسبة جيب ـ ه ز ـ الى جيب

ع٩٨



ع٩٩



ب د ـ كنسبة جيب ـ ه ج ـ الى جيب ـ ج د ـ ولذلك تكون زاوية ـ ج ب د ـ نصف الزاوية الخارجة من مثلث ـ ه ب د ـ بعد اخراج ـ ه ب ـ ولكون الزاوية الخارجة مع زاوية ـ ه ب ج ـ كقائمتين وزاوية ـ ا ب ج ـ نصف الجميع تكون زاوية ـ ا ب ج ـ قائمة وذلك ما اردناه (١) .

(يا) وله عكس آخر ولتكن النسبة كما ذكرنا وزاوية ـ ا ب ج ـ قائمة نقول فزاويتا ـ ا ب د ـ ا ب ه ـ متساويتان ونخرج ـ ج ب ـ ونجعل ـ ب ح ـ مثلها و ـ ا ب ـ ونجعل ـ ب ز ـ مثلها ونخرج ـ ز ح ـ و ـ د ب ـ الى ط ـ فتكون زاوية ـ ز ب ح ـ قائمة و ـ ز ح ـ مثل ـ ا ج ـ و ـ ز ط مثل ـ د ا ـ و ـ ط ح ـ مثل ـ ج د ـ ونعمل على ـ ب ـ زاوية ـ ز ب ك مثل زاوية ـ ز ب ط ـ ونخرج ـ ح ز ـ الى ـ ك ـ فتكون لما تقدم نسبة حبيب ـ ح ك ـ الى حبيب ـ ك ز ـ كنسبة حبيب ـ ح ط ـ الى حبيب ـ ط ز ـ (٢) اعنى كنسبة حبيب ـ ج د ـ الى حبيب ـ د ا ـ التى هى بالفرض كنسبة حبيب ـ ج ه ـ الى ـ حبيب ـ ه ا ـ ولكون نسبة حبيب ـ ح ك ـ الى حبيب ك ز ـ كنسبة حبيب ـ ج ه ـ الى حبيب ـ ه ا ـ و ـ ح ز ـ مساويا لج ا يكون ـ ك ز ـ مساويا ـ له ا ـ كما سأبينه وكان ـ ز ب ـ مساويا ـ لا ب وزاوية ـ ك ز ب ـ لزاوية ـ ه ا ب ـ فزاوية ـ ك ب ز ـ المساوية لزاوية ز ب ط ـ اعنى زاوية ـ د ب ا ـ مساوية لزاوية ـ ا ب ه ـ وذلك ما اردناه .

(٣) اقول فى بيان انه اذا كانت نسبة حبيب ـ ح ك ـ الى حبيب ـ ك ز كنسبة حبيب ـ ج ه ـ الى حبيب ـ ه ا ـ و ـ ح ز ـ مساوية ـ لج ا ـ كانت ك ز ـ مساوية ـ لا ه ـ ولنرسم القوسين ونخرج ـ ج ا ـ ح ز ـ ومن مركز الكرة وهو ـ ل ـ ل ه ـ ل ك ـ الى ان يلتقيا ـ ج ا ـ ح ز ـ على ن م ـ ونخرج ـ ل ا ـ ل ز ـ ومنه عمودى ـ ل س ـ ل ع ـ على ـ ج ا ح ز ـ فلأن نسبتى حبيى ـ ح ك ـ ك ز ـ كنسبة حبيى ـ ج ه ـ ه ا ـ تكون

---

(١) الشكل الثامن والتسعون ـ ٩٨ ـ (٢) صف ـ ط د ـ (٣) الشكل التاسع والتسعون ٩٩ ـ .

نسبة خط ـ ح م ـ الى ـ م ز ـ كنسبة خط ـ ج ن ـ الى ـ ن ا ـ وبالتفصيل نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز م ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ان ـ و ـ ح ز ـ مساو ـ لج ا ـ فزم ـ مساو لأن ـ ولكون خطي ـ ع ل ـ ل ز ـ مساويين لخطي ـ ل س ل ا ـ وزوايتا ـ ع ـ س ـ قائمتان يكون ـ ل ع ـ ل س ـ متساوتين و ـ ع م ـ مساو ـ لس ن ـ فم ل ـ مساو ال ن .

ولتساوى اضلاع مثلثي ـ ل م ز ـ ل ن ا ـ النظائر تكون زاويتا ز ل م ـ ا ل ن ـ متساويتين فقوسا ـ ز ك ـ ه ا ـ متساويتان (١) .

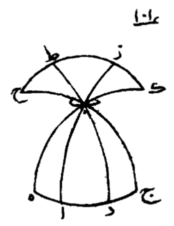
وبوجه آخر اذا كانت نسبة جيبي ـ ج ه ـ ه ا ـ كنسبة جيبي ج د ـ د ا ـ وزاوية ـ ا ب ج ـ قائمة ـ كانت زاويتا ـ ا ب د ـ اب ه ـ متساويتين وذلك لانا نبين بالتدبير الذى ذكر فى آخر الشكل العاشر من هذه المقالة ان نسبة جيبى زاويتى ـ ج ب ه ـ ا ب ه ـ كنسبة جيبى زاويتى ـ ج ب د ـ ا ب د ـ ولكون زاوية ـ ا ب ج ـ قائمة يكون جيب تمام زاوية ـ ج ب ه ـ من قائمتين هوجيب زاوية ـ ج ب ه ـ بعينه وتكون نسبة حيبب تمام زاوية ـ ج ب ه ـ الى جيب زاوية ـ اب ه ـ كنسبة جيب قوس ما الى حيبب تمامها من الربع وهكذا جيبا زاويتى ـ ج ب د ـ د ب ا ـ واذا قسم الربع بقسمين بحيث تكون نسبة جيب قوس من القسمة الاولى الى حيبب تمامها كنسبه حيبب قوس من القسمة الثانية الى حيبب تمامها كانت القوسان متساويتين وكذلك تماماهماوذلك لما ذكرت فى آخر الشكل التاسع .

وايضا لأن نسبة مربع حيبب القوس الاولى الى مربع حيبب تمامها تكون كنسبة مربع جيب القوس الثانية الى مربع جيب تمامها وبالتركيب نسبة مجموع مربعى جيبى القوسين الاولى وتمامها الى مربع جيب تمام القوس الاولى كنسبة مجموع مربعى جيبى القوس الثانية وتمامها الى مربع جيب تمام القوس الثانية ونسبته جذر المجموع الاول الى جيب تمام القوس الاولى

(١) الشكل المؤفى المائة ـ ١٠٠



كتاب مانالاوس ص٩٥


ط
ز
ح
ه
ا
د
ج

كنسبة جذر المجموع الثانى الى جيب تمام القوس الثانية والجذران متساويان لأن كل واحد منهما هو نصف القطر لجيبا التمامين متساويان وكذلك جيبا القوسين فالقوسان متساويتان وكذلك التمامان فالزاويتان المؤترتان بالقوسين متساويتان وهما تمام زاوية ـ ج ب ه ـ الى قائمتين وزاوية ـ ج ب د ـ والزاويتان المؤترتان بتماميهما الى الربع متساويتان وهما زاويتا ـ ا ب ه ـ ا ب د ـ وهو المطلوب .

(يب) كل مثلث نصفت زاويتان منه بقوسين واخرجت من الزاوية الباقية قوس الى ملتقاهما فان تلك القوس تنصف الزاوية الباقية فليكن المثلث ا ب ج ـ ولتنصف زاويتا ـ ا ـ ج ـ بقوسى ـ ا د ـ ج د ـ الملتقيين على ـ د واخرجت ـ ب د ـ .

فأقول انها تنصف زاوية ـ ب ـ فلنخرج ـ ب د ـ الى ـ ه ـ ولأن زاوية ـ ا ـ من مثلث ـ ا ب ه ـ نصفت با د ـ تكون نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ا ه ـ كنسبة جيب ـ ب د ـ الى جيب ـ د ه ولمثل ذلك نسبة جيب ب ج ـ الى جيب ـ ج ه كنسبة جيب ـ ب د ـ ايضا الى جيب ـ د ه ـ ونسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ا ه ـ كنسبة جيب ـ ج ب ـ الى جيب ـ ج ه ـ وبالابدال نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ كنسبة جيب ـ ا ه ـ الى جيب ـ ج ه فلذلك اذا زاوية ـ ا ب ج ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ منصفة بقوس ـ ب د وذلك ما اردناه (١) .

قال ابو نصر وبوجه آخر فلان نسبة جيب ـ ج د ـ الى جيب ـ ب د كنسبة جيب زاوية ـ ج ب د ـ الى جيب زاوية ـ د ج ب ـ ونسبة جيب ب د ـ الى جيب ـ ا د ـ كنسبة جيب زاوية ـ ب ا د ـ الى جيب زاوية ـ ا ب د ـ تكون نسبة جيب ـ ج د ـ الى جيب ـ ا د ـ مؤلفة بتبادل التالين من نسبة جيبى زاويتى ـ ج ب د ـ ا ب د ـ ومن نسبة جيبى زاويتى ـ ب ا د ـ ب ج د ـ لكن نسبة جيبى ـ ج د ـ ا د ـ كنسبة جيبى زاويتى ـ ب ا د ـ

(١) الشكل الواحد والمائة ـ ١٠١

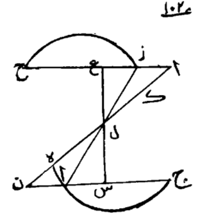
ب ج د ـ وذلك لكون قوسى ـ ج د ـ ا د ـ نصفتا زاويتى ـ ج ـ ا ـ فاذا نسبة جيبى زاويتى ـ ج ب د ـ ا ب د ـ نسبة المساواة وتكون الزاويتان اما متساويتين او معادلتين لقائمتين وهاهنا ليستا معادلتين لكون مجموع زاوية ا ب ج ـ اصغر من قائمتين فاذا هما متساويتان .

(يج) كل مثلث اخرجت من زاويتين من زواياه قوسان يقومان على وترى الزاويتين على قوائم فالقوس الخارجة من الزاوية الباقية الى ملتقاهما تقوم على وتر تلك الزاوته ايضا على قوائم .

وليكن المثلث ـ ا ب ج ـ ولنخرج من زاويتى ـ ا ـ ج ـ قوسا ا د ـ ج ه ـ المتلاقيين على ـ ز ـ وليقوما على ـ ب ج ـ ب ا ـ على نقطتى ه د ـ على قوائم ونخرج ـ ب ز ـ الى ـ ح ـ .

فنقول انها ايضا قائمة على ـ اج ـ على قوائم فنصل ـ ه د ـ ونخرجها الى ان يلاقى ـ ا ج ـ على ـ ط ـ ونخرج ـ د ح ـ ه ح ـ ففى قطاع ـ ا ط ه ز ـ نسبة جيب ـ ا ط ـ الى جيب ـ ط ج ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ ا د ـ الى جيب ـ د ز ـ ونسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ وفى قطاع ـ أ ج ـ ب ز ـ نسبة جيب ـ اح ـ الى جيب ـ ح ج ـ مؤلفة من نسبة جيب ا ز ـ الى جيب ـ ز د ـ ومن نسبة جيب ـ د ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ وهذه النسبة الاخيرة اعنى نسبة جيب ـ د ب ـ الى جيب ـ ب ج ـ فى قطاع ـ ج ب ـ ا ز ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ د ا ـ الى جيب ـ ا ز ـ ومن نسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ فنسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ح ج ـ مؤلفة من ثلاث نسب نسبة جيب ـ ا ز ـ الى جيب ـ ز د ـ ونسبة جيب ـ د ا ـ الى جيب ـ ا ز ـ ونسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ والاوليان من هذه الثلاثة تنطوى فى نسبة جيب ـ د ا ـ الى جيب ـ ز د ـ فنسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ح ج ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ د ا ـ الى جيب ـ ز د ـ ونسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب ـ ه ج ـ وكانت نسبة جيب

ع١٠٢



كتاب مانالاوس ص١٠١

ا ط ـ الى جيب ـ ط ج ـ فى القطاع الاول ايضا مؤلفه منهما فلذلك تكون نسبة جيب ـ ا ط ـ الى جيب ـ ط ج ـ كنسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ح ج ـ وكانت فى مثلث ـ ا د ج ـ زاوية ـ ا د ج ـ قائمة فلذلك تكون زاوية ـ ط د ج ـ مساوية لزاوية ـ ج د ح ـ ولكون زاويتى ـ ط د ج ا ه د ـ كقائمة تكون زاوية ـ ط د ج ـ مساوية لزاوية ـ ا د ح ـ وايضا لان فى مثلث ـ ا ه ج ـ زاوية ـ ا ه ج ـ قائمة تكون زاوية ـ د ه ج ـ مثل زاوية ـ ج ه ح ـ ولان فى مثلث ـ د ه ح ـ نصفت زاويتان بقوسى ـ د ز ه ز ـ واخرجت ـ ح ز ـ فهى تنصف زاوية ـ د ه ح ـ ولان فى مثلثى ط د ح ـ ط ه ح ـ زاويتى ـ د ه ـ منصفة بقوسى ـ د ج ـ ه ج ـ تكون كل واحدة من نسبة جيب ـ ط د ـ الى جيب ـ د ح ـ ونسبة جيب ـ ط ه الى جيب ـ ه ح ـ كنسبة جيب ـ ط ج ـ الى جيب ـ ح ج .

وبالابدال نسبة جيب ـ ط ه ـ الى جيب ـ ط د ـ كنسبة جيب ه ح ـ الى جيب ـ ح د ـ اعنى كنسبة جيب ـ ه ك ـ الى جيب ـ ك د اذ كانت زاوية ـ د ح ه ايضا منصفة بقوس ـ ح ك ـ ولذلك تكون زاوية ك ح ط ـ قائمة وذلك ما اردناه (١) (فى النسخه التى اصلحها الهروى) .

هذا آخر المقالة الثانية والترتيب على وفق الذى كتبت ارقامها بالسواد .

ومن ها هنا نبتدئ المقالة الثالثة وهى احد عشر شكلا كتبت ارقامها بالهندية بالسواد .

(يد) كل مثلث ليس اعظم ساقيه باعظم من ربع وفصلت من ساقه العظمى قوسان واخرجت من اطرافهما قسى الى القاعدة يحيط معها بزاوية مساوية للزاوية التى على وضعها من زاويتى القاعدة فان القوسين المفصولتين ان كانتا متساويتين كان فصلا ما بين القسى المخرجة غير متساويين واصغرهما هو الفصل بين الساق الذى لم يفصل وقرينها وان كان الفصلان متساويين كانت القوسان المفصولتان غير متساويتين واعظمهما التى تلى رأس المثلث وان كان مجموع احدى

---

(١) الشكل الثانى والمائة ـ ١٠٢

القوسين المفصولتين مع الفصل بين قوسيها المخرجتين من طرفيها مساويا لمجموع الاخرى مع الفصل بين قوسيها كانت ايضا المفصولتان غير متساويتين واعظمها التى تلى رأس المثلث وان كان الفضل الذى بين احدى المفصولتين وبين الفصل بين قوسيها مساويا للفضل الذى بين الاخرى وبين فضل قوسها كان اصغر المفصولتين التى تلى رأس المثلث .

وبالجملة فنسبة اقرب المفصولتين من رأس المثلث الى ابعدها اعظم من نسبة فضل قوسى الاقرب الى فضل قوسى الابعد فليكن المثلث ـ ا ب ج واعظم ساقيه ـ ب ج ـ وليس اعظم من ربع ولنفصل منه قوسا ـ ب د ـ ه ز ولنخرج قسى ـ د ح ـ ه ط ـ ز ك ـ على ان يحيط مع القاعدة بزوايا مساوية لزاوية ـ ا ـ نقول ـ فب د ـ ان كانت مثل ـ ه ز ـ كان فضل ـ ب ا ـ على د ح ـ اصغر من فضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ وان كان فضل ـ ا ب ـ على د ح ـ مثل فضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ كان ـ ب د ـ اعظم من ـ ه ز وان كان مجموع ـ ب د ـ وفضل ـ ب ا ـ على ـ د ح ـ مساويا لمجموع ه ز ـ وفضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ كان ـ ب د ـ اعظم من ـ ه د ـ وان كان الفضل بين ـ ب د ـ وبين فضل ـ ب ا ـ على ـ د ح ـ مساويا للفضل بين ه ز ـ وبين فضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ كان ـ ب د ـ اصغر من ـ ه ز (١).

وبالجملة نسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز ـ دائما اعظم من نسبة فضل ـ ب ا على ـ د ح ـ الى فضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ فلان مثلثات ـ ا ب ج ـ ح د ج ط ه ج ـ ك ز ج ـ تشترك فى زاوية ـ ج ـ وتساوى منها زوايا ـ ا ـ ح ـ ط ك ـ تكون نسبة جيب ـ ب ج ـ الى جيب ـ د ج ـ كنسبة جيب ـ ب ا ـ الى جيب ـ د ح ـ لما نبينه فى آخر شكل ـ ه ـ من هذه المقالة بعد الابدال ونسبة جيب ـ د ج ـ الى جيب ـ ج ه ـ كنسبة جيب ـ د ح ـ الى جيب ـ ه ط ـ ونسبة جيب ـ ه ج ـ الى جيب ـ ز ج ـ كنسبة جيب ـ ه ط ـ الى جيب ز ك ـ وقوس ـ ب ج ـ اعظم من قوس ـ ب ا ـ وليس باعظم من ربع

فلذلك

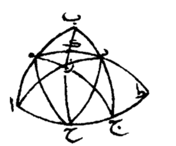
(١) الشكل الثالث والمائة ـ ١٠٣ .

ع ۱۰۳



کتاب مانالاؤس ص ۱۰۲

١٠٤



كتاب مانالاوس ص١٠٢

فلذلك يلزم جميع ما ادعينا كما بينا فى المقالة الاولى من كتاب الاشكال القياسية وذلك ما اردناه .

اقول اذا كانت زاوية ـ ا ـ قائمة واخرجنا ـ دل ـ ه م ـ ز ن ـ موازية لج ا ـ كان فضل ـ ب ا ـ على ـ د ح ـ هو ـ ب ل ـ وفضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ هو ـ م ن ـ واذا كانت نسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز ـ اعظم من نسبة ـ ب ل ـ الى ـ م ن ـ فظاهر انه ان كانت ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتين كانت ـ ب ل ـ اصغر من ـ م ن ـ وان كانت ـ ب ل ـ م ن ـ متساويتين كانت ـ ب د اعظم من ـ ه ز ـ وان كان مجموع ـ ب د ـ ب ل ـ مساويا لمجموع ـ ه ز ـ م ن ـ كانت ـ ب د ـ اعظم من ـ ه ز ـ لأنا اذا بدلنا كانت نسبة ـ ب د ـ الى ـ ب ل ـ اعظم من نسبة ـ ه ز ـ الى ـ م ن ـ واذا جمعنا كانت نسبة ـ ب د ـ ب ل ـ معا الى ـ ب د ـ اصغر من نسبة ـ ه ز ـ م ن ـ معا الى ـ ه ز ـ والمجموعان متساويان ـ فب د ـ اعظم من ـ ه ز ـ وان كان فضل ـ ب د ـ على ـ ب ل مساويا لفضل ـ ه ز ـ على ـ م ن ـ كانت ـ ب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ لانا اذا قلبنا بعد الابدال كانت نسبة ـ ب د ـ الى فضلها على ـ ب ل ـ كنسبة ـ ه ز ـ الى فضلها على ـ م ن ـ والفضلان متساويان ـ فب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ فقد تبين انا اذا بينا ان نسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز ـ اعظم من نسبة ـ ب ل ـ الى ـ م ن ـ ثبتت هذه الاحكام كلها فمن الواجب ان نبين هذه المقدمة فلنبينه اولا على تقدير كون زوايا ـ ا ـ ح ـ ط ـ ك ـ قوائم ثم نبينه عما هو اعم من ذلك (١) ولنقدم على بيان ذلك مقدمتين نحتاج اليهما فيه .

اولاهما ان كل مثلثين ليس اطول اضلاعهما اطول من ربع تساوى فيهما زاويتان حادتان وكانت اخريان قائمتين واختلف وترا القائمتين كانت نسبة الوتر الاقصر للقائمة من احد المثلثين الى الضلع الذى يكون بين الزاوية المساوية والقائمة منه اعظم من نسبة الوتر الاطول من المثلث الآخر الى نظير ذلك الضلع منه .

---

(١) الشكل الرابع والمائة ـ ١٠٤ .

مثاله ليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ ا د ه ـ زاويتا ـ ا ـ الحادتان فيهما متساويتان وزاويتا ـ ب د ـ قائمتان ـ و ـ ا د ـ ليست بأطول من ربع نقول ـ فنسبة ـ قوس ـ ا ج ـ الى ـ قوس ـ ا ب ـ اعظم من نسبة قوس ـ ا ه ـ الى قوس ـ ا د ـ وذلك لأن ثاوذوسيوس بين فى الشكل العاشر من المقالة الثالثة من كتابه ان نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ب د ـ كيف كانتا متساويتين اومختلفتين فى مثل هذا الموضع تكون كنسبة ـ ا ج ـ الى قوس اصغر من ـ ا ب فلذلك تكون نسبة ـ ج ه ـ الى قوس اعظم من ـ ب د ـ مثلا الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ا ب ـ وبالتركيب نسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ب ـ وبالابدال نسبة ـ ه ا ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ا ب ـ فاذا نسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ب ـ اعظم من نسبة ـ ه ا ـ الى ا د ـ .

وثانيهما ان كل مقادير نسبة كل واحد منها الى مقدار اعظم من نسبة ما بعينها فنسبة مجموعها الى مجموع تواليها اعظم من تلك النسبة وذلك واضح فانه اذا كانت نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ج د ـ اعظم من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ ونسبة ـ ب ح ـ الى ـ د ط ـ ايضا اعظم من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ كانت نسبة مجموع ـ ا ح ـ الى مجموع ـ ج ط ـ ايضا اعظم من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ ولتكن نسبة ـ ك ب ـ الى ـ ج د ـ كنسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ ونسبة ـ ل ح الى ـ د ط ـ ايضا كذلك فتكون نسبة مجموع ـ ك ب ـ ل ح ـ الى مجموع ج ط ـ كنسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ ومجموع ـ ا ح ـ اعظم من مجموع ـ ك ب ـ ل ح ـ فنسبته الى مجموع ـ ج ط ـ اعظم من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ فهاتان هما المقدمتان المذكورتان .

ولنعد لبيان المطلوب الشكل المورد فى الكتاب ولتكن زوايا ـ ا ح ـ ط ك ـ اولا قوائم ونخرج قسى ـ ا ب ـ ح د ـ ط ه ـ ك ز ـ الى ان يتلاقى عند القطب وهو ـ و ـ ونخرج من موازية دائرة ـ ج ا ـ قسى ـ ب ى ـ د ل ـ ه م ـ ز ن ـ فب ل ـ المساوية لدى ـ هى الفضل بين ـ ا ب ـ د ح

و ـ ل م ـ هى الفضل بين ـ د ح ـ ه ط ـ و ـ م ن ـ هى الفضل بين ـ ه ط ـ ز ك ـ ونقول نسبة ـ ب د ـ الى ـ ب ل ـ اعظم من كل واحدة من نسبتى ط ح ـ د ه ـ الى ـ ل م ـ و ـ ه ز ـ الى ـ م ن ـ ولنخرج من ـ ب ـ عمود ب س ـ القوسى على ـ و ح ـ فيقع بين ـ و ى ـ لوجوب كون ـ و ب ـ وتر القائمة فى مثلث ـ و ب س ـ الذى كل واحد من اضلاعه اقصر من ربع اطول من ـ و س ـ وتر الحادة و ـ و ب ـ مساوية ـ لوى ـ فوى ـ اطول من ـ و س ـ ونخرج من ـ ه ـ عمود ـ ه ع ـ ومن ـ ز ـ عمود ـ ز ف ـ وتبين انهما يقعان على قوسى ـ و ح ـ و ط ـ فيما بين ـ و ص ـ و ق ـ ففى مثلثى د ب س ـ د ه ع ـ زاويتا ـ د ـ المتقابلتان متساويتان وزاويتا ـ س ع ـ قائمتان وان كان ـ ب د ـ مساوية ـ لد ه ـ كانت ـ د ع ـ مساوية ـ لد س ـ ونسبة ـ ب د ـ الى ـ د س ـ كنسبة ـ ه د ـ الى ـ د ع ـ ونسبة ـ ب د ـ الى ـ د ى ـ اعظم من نسبة ـ ب د ـ الى ـ د س ـ اعنى نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ع ـ التى هى اعظم من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ص ـ فنسبة ـ ب د ـ الى د ى ـ اعنى ـ ب ل ـ اعظم من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ص ـ اعنى ـ ل م ـ وكذلك الحكم فى كل قوسين متتاليتين متساويتين من القسى التى تقع فى ربع ج ب ـ اعنى تكون نسبة القوس التى هى اقرب من ـ ب ـ الى الفضل بين قوسى حديها يكون اعظم من نسبة القوس التى هى ابعد الى الفضل بين قوسى حديها .

وايضا قدتبين ان زاوية ـ ج ه ط ـ اصغر من زاوية ـ ج د ح ـ اعنى زاوية ـ ب د و ـ ونعمل على ـ ب د ـ زاوية ـ ب د ز ـ مثل زاوية ج ه ط ـ فيقع قوس ـ د ز ـ على قوس ـ ب س ـ وليقع على نقطة ـ ز ـ فيمابين نقطتى ـ ب س ـ وتكون زاوية ـ د ز س ـ فى مثلث ـ د س ز ـ القائم الزاوية الذى اضلاعه اقل من الأرباع حادة فلذلك اذا اخرجنا عموديا قوسيا من نقطة ب ـ على قوس ـ د ز ـ وقع خارج المثلث فليقع على نقطة ـ ت ـ ويكون

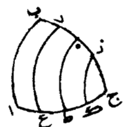
في مثلثي ـ د ت ب ـ ه ز ف ـ زاويتا ـ د ه ـ متساويتين وزاويتا ـ ت ف ـ قائمتين واذا كان ضلعا ـ ب د ـ ه ز ـ متساويين كان ـ د ت ـ مساوية له ف و ـ ت د ـ اطول من ـ ز د ـ التي هي اطول من ـ د س ـ لكونها وتر القائمة و ـ س د ـ اطول من ـ ى د ـ فنسبة ـ ب د ـ الى ـ ى د ـ اعظم من نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ت ـ اعنى نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ه ف ـ التي هي اعظم من نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ه ق ـ فنسبة ـ ب د ـ الى ـ ى د ـ اعنى ـ ب ل ـ اعظم من نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ه ق ـ اعنى ـ م ن ـ (١) وكذلك الحكم في كل قوسين متساويتين غير متتاليتين من القسى التي تقع في ربع ـ ج ب ـ اعنى تكون نسبة القوس القريبة من ـ ب ـ الى فضل مابين قوسى حديها اعظم من نسبة القوس البعيدة الى فضل مابين قوسى حديها فان لم تكن القوسان متساويتين كان الحكم ايضا ثابتا على ماذكرنا وليكن اولا ـ ب د ـ اقصر من ـ د ه ـ اومن ـ ه ز ـ ولندبر فيه كما دبرنا .

ونقول نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ى ـ اعظم من نسبته الى كل واحدة من قوسى ـ د س ـ د ت ـ ونسبة ـ ب د ـ الى كل واحدة من قوسى ـ د س د ت ـ اعظم من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ع ـ اومن نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ه ف ـ لما تقدم في المقدمة الاولى ونسبة ـ ه د ـ الى ـ د ع ـ اعظم من نسبة ـ د ه ـ الى د ص ـ ونسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ف ـ اعظم من نسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ق ـ فاذا نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ى ـ اعنى ـ ب ل ـ اعظم من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ص اعنى ـ ل م ـ ومن نسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ق ـ اعنى ـ م ن ـ فاذا الحكم المذكور ثابت على تقدير كون ـ ب د ـ اقصر من اى قوس كانت سواء كانت جارتها او بعيدة من جوارها وليكن ايضا ـ ب د ـ اطول من ـ د ه ـ اومن ـ ه ز ونفصل من ـ ب د ـ امثال القوس اقصر مثل ـ د ه ـ حتى لا يبقى منها شيء او يبقى ما هو اقل من ـ د ه ـ ولتكن الامثال ـ د ش ـ ش خ ـ والباقية

(١) الشكل الخامس والمائة ـ ١٠٥ ـ

التى

١٠٥



كتاب مانالاوس ص ١٠٦

التى هى اقصر من – د ه – خ ب – ونخرج موازيتى – خ ذ – ش ض وعمودى – ش ظ – خ غ – ونبين بمثل ما بينا ان نسبة – خ ب – الى – ب ذ اعظم من نسبة – ه د – الى – ل م – ونسبة – ش خ – الى – ذ ض – اعظم من نسبة – ه د – الى – ل م – ايضا ونسبة – د ش – الى – ض ل – اعظم من نسبة – ه د – الى – ل م – ايضا فتكون نسبة مجموع – ب د – الى مجموع – ب ل اعظم من نسبة – د ه – الى – ل م – لما تقدم فى المقدمة الثانية .

وبمثل ذلك تبين ان كانت – ب د – اعظم من – ه ز – أن نسبة ب د – الى – ب ل – اعظم من نسبة – ه ز – الى – م ن – فاذا ثبت الحكم على جميع التقديرات عندكون زوايا – ا ح – ط ك – توائم اما اذالم تكن تلك الزوايا توائم فلنعد لبيانه الشكل المورد فى الكتاب ونفرض زاوية نسبتها الى قائمة نسبة زاوية – ج – الى زاوية – ا – ولتكن هى زاوية – ن ونخرج ضلعيها حتى تصير – ن م – مساوية – لج ب – ونفصل منها – ن ف مساوية – لج ز – وف ع – لج ه – ون س – لج ح – ونخرج قسى – م ل – س ص – ع ق – ف ز – الى قوس – ن ل – بحيث تكون اعمدة عليها فلكون نسبة جيب – ج ب – الى جيب – ب ا – كنسبة جيب زاوية – ا – الى جيب زاوية – ج – اعنى كنسبة جيب القائمة وهى – ل – الى جيب زاوية – ن – بل كنسبة جيب – ن م – الى جيب – م ل – وجيبا – ج ب – ن م – متساويان فجيبا – ب ا – م ل – متساويان ولكون – ج ب – ليس بأعظم من ربع يكون كل واحد من – ب ا – م ل – اقل من ربع فيكونان متساويين .

وبمثل ذلك تبين ان – د ح – مساوية – لس ص – و – ه ط – لع ق – و – ز ك – لف ز – وقدتبين ان نسبة – س م – الى الفضل بين – س ص – م ل – اعظم من نسبة كل قوس من القسى الواقعة فى قوس – ن م – الى الفضل بين قوسى حديها فاذا نسبة – ب د – الى الفضل بين – د ح – ب ا – اعظم من نسبة كل قوس من القسى الواقعة فى قوس – ج ب – مساوية لنظيرها التى

كانت من قسى ـ م ن ـ الى الفضل بين حديها وثبت فى الشكل المورد فى الكتاب كيف كانت زواياه جميع ما ثبت فى نظيره القائم الزوايا وحينئذ صح ما ادعى ما نالاوس فى الشكل من غير استثناء او الحاق شرط .

ومن امثلة الشكل الذى زواياه قوائم فى الهيئة ان نسبة الاقرب من قسى فلك البروج الى الاعتدال الكائنة فى ربع واحد الى الابعد اصغر من نسبة حصة الاقرب من الميل الى حصة الابعد منه وذلك اذا فرض ـ ج ا من معدل النهار ـ و ج ب ـ من فلك البروج (١) .

(يه) كل مثلث كانت احدى زاويتى قاعدته اصغر من قائمة والاخرى منها قائمة ولم يكن وتر القائمة اعظم من ربع وفصلت منه قوسان واخرجت من اطرافهما قسى الى القاعدة على قوائم فان كانت القوسان المفصولتان متساويتين كانت القوسان الواقعتان بينهما مختلفتين اعظمهما التى تلى القائمة ونفرض ايضا سائر ماتقدم فى الشكل المتقدم فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وزاوية ا ـ منه قائمة وزاوية ـ ج ـ اصغر من قائمة ـ وب ج ـ ليست اعظم من ربع ونفصل منها ـ ب د ـ ه ز ـ ونخرج ـ د ح ـ ه ط ـ ز ك ـ كل واحدة منها على ـ ا ج ـ على قوائم نقول فان كانت ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتين كانت ـ ا ح اعظم من ـ ط ك ـ ومن ها هنا تختلف النسخ ففى بعضها يوجد هكذا ـ وان كانت ـ ا ح ـ ط ك ـ متساويتين كانت ـ ب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ وان كانت ـ ا ح ـ ب د ـ معا متساويين ـ لط ك ـ ه ز ـ معا ـ فب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ وان كان فضل ما بين ـ ا ب ـ ح د ـ مساويا لفضل ما بين ط ه ـ ك ز ـ كان ـ ب د ـ اعظم من ـ ه ز ـ .

وبالجملة فنسبة ـ ا ح ـ الى ـ ط ك ـ اعظم من نسبة ـ ب د ـ الى ه ز ـ هكذا فى النسخة التى ارقامها بالحمرة وهو اصح ـ واما فى النسخة الاخرى فهكذا يوجد بعد قوله كانت ـ ا ح ـ اعظم من ـ ط ك ـ وفضل ـ ب ا ـ على ـ د ح ـ اصغر من فضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ وان كان فضل ـ ب ا

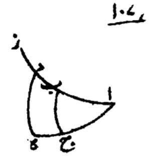
(١) الشكل السادس والمائة ـ ١٠٦ ـ .

على

١٠٦



كتاب مانالاوس تمّ



كتاب مانالاوُس ص ١٠٩

على ـ د ح ـ كفضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ كانت ـ ب د ـ اعظم من ـ ه ز وان كانت ـ ب د ـ مع فضل ـ ا ب ـ على ـ د ح ـ ك ز ـ مع فضل ـ ه ط على ـ ز ك ـ فب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ وان كان فضل ـ ب د ـ على الفضل بين ـ ب ا ـ د ح ـ كفضل ـ ه ز ـ على الفضل بين ـ ه ط ـ ز ك ـ فب د اصغر من ـ ه ز ـ ـ وبالجملة نسبة ـ ب د ـ الى ـ ز ه ـ دائما اعظم من نسبة فضل ـ ا ب ـ على ـ د ح ـ الى فضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ وهكذا فى النسخة التى ارقامها بالسواد وفى بعض احكامها نظر (١) .

ونرجع الى المتن قال فلأن مثلثات ـ ا ب ج ـ ح د ج ـ ط ه ج ـ ك ز ج ـ تشترك فى زاوية ـ ج ـ وفى ان زوايا ـ ا ـ ح ـ ط ك ـ فيها قوائم ـ وج ـ اصغر من قائمة فنسبة جيب مجموع ـ ا ج ـ ج ب الى جيب الفضل بينهما كنسبة جيب مجموع ـ ح ج ـ ج د ـ الى جيب الفضل بينهما وكنسبة جيب مجموع ـ ط ج ـ ج ه ـ الى جيب الفضل بينهما وكنسبة جيب مجموع ـ ك ج ـ ج ز ـ الى جيب الفضل بينهما ولهذا السبب يعرض جميع ماذكرنا كما بينا فى المقالة الاولى من كتاب الاشكال القياسية .

وايضا ان كانت قوس ـ ب ج ـ ربعا وقوس ـ ا ج ـ مساوية لها فانه يعرض ايضا جميع ما ذكرنا .

اقول اذا كانت نسبة ـ ا ح ـ الى ـ ط ك ـ اعظم ومن نسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز ـ كما ذكره فى النسخة الاولى عند قوله وبالجملة لزمت الاحكام المذكورة فى تلك النسخة وهى اربعة .

اولها قوله فان كانت ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتين كانت ـ ا ح ـ اعظم من ـ ط ك ـ وذلك لأن مقدم الدعوى يوجب ان تكون نسبة ما هو اقل من ـ ا ح ـ الى ـ ط ك ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز ـ واذا تساوى التاليان تساوى المقدمان فالمساوى ـ لط ك ـ ماهو اقل من ـ ا ح ـ فا ح ـ اعظم من ـ ط ك .

---

(١) الشكل السابع والمائة ـ ١٠٧ ـ

وثانيها قوله وان كانت ـ اح ـ ط ك ـ متساويين كانت ـ ب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ وذلك لأنه لما كان ما هو اعظم من المقدم من اربعة متناسبة تساوى التالى فيجب ان يكون ما هو اعظم من ـ ب د ـ تساوى تاليه الذى هو ـ ه ز .

وثالثها قوله وان كان مجموع ـ اح ـ ب د ـ مساويا لمجموع ـ ط ك ـ ه ز ـ كان ـ ب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ لأنه يوجب ان يكون ما هو اقل من ـ اح ـ مع ـ ب د ـ اقل من ـ ط ك ـ مع ـ ه ز ـ وبالابدال يكون مجموع مقدمين من اربعة متناسبة اصغر من مجموع تاليها ويلزم منه كون كل مقدم اصغر من تاليه فيكون ـ ب د ـ اصغر من ـ ه ز .

ورابعها قوله وان كان فضل مابين ـ اب ـ حد ـ مساويا لفضل مابين ط ه ـ ك ز ـ كان ـ ب د ـ اعظم من ـ ه ز ـ وذلك لأن تساوى ـ ب د ـ ه ز ـ يستلزم نقصان الفضل الاول من الفضل الثانى فتساوى الفضلين يستلزم زيادة ـ ب د ـ على ـ ه ز ـ .

واما ما ذكره فى النسخة الاخرى وهو ايضا اربعة .

اولها قوله ان كانت ـ ب د ـ ه ز ـ متساويتين كانت ـ اح ـ اعظم من ـ ط ك ـ وفضل ـ اب ـ على ـ د ح ـ اصغر من فضل ـ ه ط ـ على ز ك ـ فأول الحكمين ما ذكره .

وثانيها ما ذكره فى الشكل المتقدم وفيما قبله

وثانيها قوله وان كان فضل ـ ب ا ـ على ـ د ح ـ كفضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ كانت ـ ب د ـ اعظم من ـ ه ز ـ وهو رابع الاحكام المذكورة فى النسخة الاولى

وثالثها قوله وان كان مجموع ـ ب د ـ والفضل الاول كمجموع ه ز ـ والفضل الثانى ـ فب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ وفيه نظر والصواب ان يقال ـ فب د ـ اعظم من ـ ه ز ـ وذلك لأن الفضل الاول اقل من الثانى على تقدير تساوى القوسين المفصولتين ويزداد بحسب اقترانهما الى نقطة ـ ج ـ فعلى ذلك

ذلك التقدير يكون المجموع الاول اقل من المجموع الثانى ويمتنع ان يزداد المجموع الاول حتى تصير مساويا للمجموع الثانى الابازدياد ـ ب د ـ فاذا عند تساوى المجموعين وجب كون ـ ب د ـ اطول مما كانت عند مساواتها ـ له ز ـ

ورابعها قوله وان كان فضل ـ ب د ـ على فضل مابين ـ ب ا ـ د ح كفضل ـ ه ز ـ على فضل ما بين ـ ه ط ـ ز ك ـ فب د ـ اصغر من ـ ه ز ـ وفيه ايضا نظر .

والصواب ان يقال ـ فب د ـ اعظم من ـ ه ز ـ لأن فضل ـ ب ا د ح ـ على تقدير تساوى ـ ب د ـ ه ز ـ يكون اعظم من فضل ـ ه ز ـ على فضل ـ ه ط ـ ز ك ـ ومالم ينتقص لا ينتهى الى حد التساوى ولا ينتقص الابازديا د ـ ب د ـ على ـ ه ز ـ فهذه هى الدعاوى الاربع .

قوله وبالجملة فنسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز ـ دائما اعظم من نسبة فضل اب ـ على ـ د ح ـ الى فضل ـ ه ط ـ على ـ ز ك ـ هو تكرار للحكم المذكور فى الشكل المتقدم على هذا الشكل بعينه وهو الحكم الذى انشعبت عنه دعاوى ذلك الشكل وقد ظهر من ذلك ان النسخة الثانية ليست بمحصلة والاصل هو الذى فى النسخة الاولى وحكمه الذى تنشعب منه دعاويها الاربع وهو قوله .

وبالجملة نسبة ـ ا ح ـ الى ـ ط ك ـ اعظم من نسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز ـ يبين مما ذكره ثاوذوسيوس فى الشكل العاشر من المقالة الثالثة من كتابه وهو أن نسبة ـ ا ح ـ فى مثل هذا الشكل الى ـ ب د ـ كنسبة ح ط ـ الى قوس اصغر من قوس ـ د ه ـ ويلزم منه ان تكون نسبة ـ ا ح الى ـ ب د ـ اعظم من نسبة ـ ه ط ـ الى ـ د ه ـ .

وبمثله تبين ان نسبة ـ ح ط ـ الى ـ د ه ـ اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ اح ـ الى ـ ب د ـ اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ه ز
وبالابدال نسبة ـ اح ـ الى ـ ط ك ـ اعظم من نسبة ـ ب د ـ الى ـ ه ز
وأما قول مانالاوس فى موضع البرهان ان مثلثات ـ ا ب ج ـ ح د ج ـ ط

ه ج ـ ك ز ج ـ تشترك فى زاوية ـ ج ـ وفى ان زوايا ـ ا ـ ح ـ ط ـ ك منها قوائم و ـ ج ـ اصغر من قائمة فنسبة جيب مجموع ـ ا ج ـ ج ب ـ الى جيب الفضل بينهما كنسبة جيب مجموع ـ ح ج ـ ج د ـ الى جيب الفضل بينهما وكذلك فى الباقية فهذا الحكم مما بينه فى الشكل الخامس من هذه المقالة الا انه فى صدر الشكل اشترط فيه كون وتر القائمة ليس اعظم من الربع واشترط فى الشكل الخامس ان لا يكون وتر الزاوية الباقية من المثلثات اعظم من الربع وهما متلازمان وكان على المصلحين والشارحين ان يبينوا ان تساوى هذه النسب حاصل فى جميع هذه المثلثات الموجودة فى هذا الموضع ثم بينوا كيفية تأدى وجود هذه النسب فيها الى ثبوت الدعوى المذكورة فى صدر الشكل ولم يتعرضوا لذلك الا ان الامير ابا نصر بن عراق بين ان هذه النسب لاتوجد فى جميع هذه المثلثات بل فى بعضها واشترط شرطا يعمم هذا الحكم وهو أن لا يكون مجموع ـ ا ج ـ ج ب ـ اعظم من ربع واورد مقدمتين لبيان ذلك وتلك المقدمتان نافعتان فيما بعد من هذا الكتاب فلذلك اوردناهما وحكينا بيانه وان لم يكن العلم بذلك نافعا لمن اثبت دعوى الشكل بما اثبتناه فى بيانه ذلك .

فالمقدمة الاولى ان كل مثلث فيه زاوية حادة وأخرى قائمة ولم يكن وتر القائمة اعظم من ربع وقد خرج من قطب القوس التى بين الزاويتين قوسان اليها كيف اتفقتا كانت نسبة جيب ما يقع بينهما من القوس التى بين الزاويتين الى جيب ما يقع بينهما من وتر القائمة كنسبة جيب كل واحدة من الحادثتين على وتر القائمة الى جيب وتر تلك الواحدة فليكن المثلث ا ب ج ـ والحادة من زوايا ـ ه ج ـ والقائمة ـ اوليس ـ ب ج ـ اعظم من ربع والقطب ـ ز ـ والقوسان الخارجتان منها الى ـ ا ج ـ هما ز د ح ـ ز ه ط .

نقول فنسبة جيب ـ ح ط ـ الى جيب ـ ه د ـ كنسبة جيب زاوية د ـ الى جيب ـ ز ه ـ وكنسبة جيب زاوية ـ ه ـ الى جيب ـ ز د ـ وذلك لأنا اذا اخرجنا من ـ ه ـ على ـ ز ح ـ عمود ـ ه ك ـ القوسى لبيان لزوم الحكم

الاول

شـ ۱۰۸

ج ب ك د ه ز ل ط ح

كتاب مانالاوس ص ۱۱۳

الاول كانت نسبة جيب ــ ه ط ــ الى جيب ــ ه ك ــ كنسبة جيب ــ ط ز ــ الربع الى جيب ــ ه ز ــ ونسبة جيب ــ ه ك ــ الى جيب ــ ه د ــ كنسبة جيب زاوية د ــ الى جيب زاوية ــ ك ــ وهو ايضا جيب الربع فنسبة جيب ــ ح ط ــ الى جيب ــ ه د ــ المؤلفة من نسبتى جيبى ــ ح ط ــ ه ك ــ و ــ جيبى ــ ه ك ــ ه د مؤلفة بعد تبادل التاليين من نسبة المساواة اعنى نسبة جيب الربع الى نفسه ومن نسبة جيب زاوية ــ د ــ الى جيب ــ ه د ــ والاول ساقط فاذا المطلوب ثابت(١) وايضا نخرج من ــ د ــ عمودا ــ على ــ ز ط ــ وتبين به لزوم الحكم الثانى بمثل هذا البيان .

والثانية انا اذا اخرجنا من القطب المذكور فى المثلث المذكور قوسا الى القوس التى بين الحادة والقائمة بحيث يكون ما يقع بين القطب ووتر القائمة منها مساويا بقدر الحادة من الزوايا الحادثة على وتر القائمة وسيجئى بيان وجود مثل هذا العمود فى شكل (كج) من هذه المقالة ثم اخرجنا من القطب فى كل واحد من جنبتى هذه القوس قوسين سواء كانت احداهما هى تلك القوس اولم تكن كانت المفصولة فيما بينهما من وتر القائمة فى الجنبة التى تلى الزاوية الحادثة من المثلث الاول اعظم من المفصولة فيما بينهما من الضلع الذى بين القائمة والحادة وفى الجنبة الاخرى اصغر ولتكن القوس الموصوفة فى هذا المثلث ز د ح ــ واللتان فى احدى الجنبتين التى تلى زاوية ــ ج ــ قوسى ــ ز ح ــ ز ط واللتان التى فى الجنبة الاخرى ــ ز ح ــ ز م ــ نقول ــ فده ــ اعظم من ــ ح ط و ــ د ل ــ اصغر من ــ ح م ــ وذلك لأن نسبة جيب ــ ح ط ــ الى جيب د ه ــ كنسبة جيب زاوية ــ د ــ اعنى جيب ــ ز د ــ الى جيب ــ ز ه ــ و ــ ز د اصغر من ــ ز ه ــ وهما اقل من ربعين لجيب ــ ز د ــ اصغر من جيب ــ ز ه وجيب ــ ح ط ــ اصغر من ــ د ه ــ وهما اقل من ربعين ــ فح ط ــ اصغر من ــ د ه ــ وايضا جيب ــ ح م ــ الى جيب ــ د ل ــ كجيب زاوية ــ د ــ اعنى جيب ــ ز د ــ الى جيب ــ ز ل ــ و ــ ز د ــ اعظم من ــ ز ل ــ فم ح ــ اعظم من ــ د ل ــ ثم ان ــ ج ب ــ ج ا ــ اذا كان ربعين كانت نسبة جيب

(١) الشكل الثامن والمائة ــ ١٠٨ .

ج د - الى جيب - ج ح - كنسبة جيب - ح - القائمة الى جيب زاوية - د - ونسبة جيب - اح - الى جيب - ب د - كنسبة جيب - ح ز - المساوى لجيب القائمة الى جيب - د ز - المساوى لجيب زاوية - د - .

وتبين ذلك بالشكل المغني ويظهر باخراج - اب - الى - ز - فاذا نسبة جيب د ج - الى جيب - ج ح - كنسبة جيب - اح - الى جيب - ب د - فلذلك يكون - د ج - مثل - اح - ويبقى - ب د - مثل - ج ح -(١).

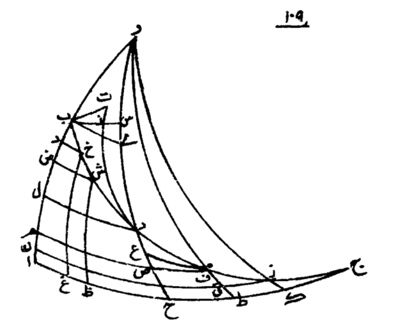
اقول لبيان ذلك وجهان خاص وعام اما الخاص فليكن مربع - ى ن مثل مربعي جيبي - ج د - د ب - قسمي الربع وهو مربع نصف القطر - ى س منه مثلا كمربع - ج د - و - ع ن - كمربع - د ب - ويكون مربعا - ج ح ح ا - قسمي ربع آخر مثل ذلك الربع ايضا مثل - ى ن - وليكن - ى ف - مثل مربع - ج ح - و - ص ن - مثل مربع - ح ا - وكانت نسبة جيب ج د - الى جيب - ج ح - كنسبة جيب - اح - الى جيب - ب د - ونسبة مربع جيب - ج د - الى مربع جيب - ج ح - اعنى نسبة - ى س - الى - ى ف - بل نسبة - ق س - الى - ق ف - كنسبة مربع جيب - اح - الى مربع جيب - ب د - اعنى نسبة - ص ن - الى - ع ن - بل نسبة - ن ف - الى ن س - فنسبة - ق س - الى - ق ف - كنسبة - ن ف - الى - ن س - وبالتفصيل نسبتا - ق س - ن ف - الى - س ف - واحدة فهما متساويان فسطحا - ى س - ص ن - بل مربعا جيبي - ج د - ح ا - متساويان فجيبا ج د - ح ا - متساويان وهما اقل من ربعين فقوسا - ج ح - ح ا - متساويتان وتماماهما اعنى - ج ح - ب د - متساويتان(٢) .

واما العام فهو أن تقول اذا كان مقدمان وتاليان لأربعة مقادير متناسبة كيف كانت وتكون نسبة المقدم الاول منها الى تاليه كنسبة المقدم الآخر الى تاليه وكان مجموع كل مقدم مع تالى الآخر متساويين كان المقدمان

(١) الشكل التاسع والمائة - ١٠٩ . (٢) الشكل العاشر بعد المائة . ١١٠ .

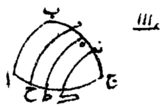
متساويين

١٠٩



١١٠





كتاب مانالاوس ص١١٥

متساويين وكذلك التاليان فليكن المقدم الاول ـ ا ـ وتاليه ـ ب ـ والمقدم الآخر ـ ه ـ وتاليه ـ د ـ فا ـ مساو ـ لب ـ اما مع زيادة الفضل بينهما او بعد نقصان الفضل بينهما وكذلك ـ ج ـ مساو ـ لد ـ اما مع زيادة الفضل بينهما او بعد نقصانه اما مع زيادة الفضل فاذا كان ـ ا ـ ايضا مع زيادة الفضل وأما بعد نقصانه فاذا كان ـ ا ـ ايضا كذلك واذا القينا مجموع ـ ا ج ـ المقدمين وهو المشترك من مجموعين فرض تساويهما اعني من مجموعي ـ ا د ـ ب ج ـ بقي من الاول اما زيادة فضل ـ ا ـ على ـ ب ـ واما نقصانه ومن الثاني اما زيادة فضل ـ ج ـ على ـ د ـ وذلك عند الزيادة الاولى واما نقصانه وذلك مع النقصان الاول ولكون المجموعين متساويين يكون الباقيان متساويان وكانت نسبة المقدم الاول الى الفضل الاول كنسبة المقدم الثاني الى الفضل الثاني فلتساوي الفضلين يكون المقدمان متساويين وكذلك تاليا هما وهو المطلوب (١) .

ولنعد الى بيان ابي نصر لالحاق الشرط المذكور بالمثلثات الواقعة في شكل ماناَلاوس اعني لا يكون مجموع ـ ا ج ـ ج ب ـ اعظم من ربع حتى يصح ان تكون نسبة جيب مجموع ـ ا ج ـ ج ب ـ الى جيب الفضل بينهما كنسبة جيب مجموع ـ ح ج ـ ج د ـ الى جيب الفضل بينهما وكنسبة جيب مجموع ـ ط ج ـ ج ه ـ الى جيب الفضل بينهما وكنسبة جيب مجموع ـ ك ج ـ ج ز ـ الى جيب الفضل بينهما .

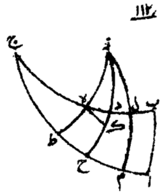
ولنعد لذلك الشكل المورد في الكتاب ونتمم ـ ه ب ـ ج ا ـ ربعين الى ـ ج و ـ ج ى ـ وليكن مجموع ـ ا ج ـ ج ب ـ ربعا واحدا ونفصل من ـ ب و ـ قوسين هما ـ ب ش ـ ت ث ـ ونخرج اعمدة ـ ش خ ـ ت ذ ـ ث ض ـ وى ـ ونفرض زاوية ـ ل ـ بقدر فضل ـ ب ج ـ على ـ ج ا ـ ونخرج ضلعيها الى ان تلاقيا بعد تمام نصفي القوسين على ـ ظ ـ وليكن

(١) الشكل الحادي عشر بعد المائة ـ ١١١ .

ـ ل م ـ ربعا ونفصل ـ م س ـ بقدر مجموع ـ ب د ـ ا ح ـ و ـ س ف ـ بقدر مجموع ـ د ه ـ ح ط ـ و ـ ف ق ـ بقدر مجموع ـ ه ز ـ ط ك ـ وايضا ـ م غ بقدر مجموع ـ ب ش ـ ا خ ـ و ـ ع كـ بقدر مجموع ـ ش ت ـ خ ذ ـ و كالا ـ بقدر مجموع ـ ت ث ـ ذ ض ـ ونخرج اعمدة ـ م ن ـ س ع ـ ف ص ـ ق ز ـ غ ما ـ كاسا ـ لا عا ـ فتكون نسبة جيب مجموع ـ ا ج ـ ج ب ـ الى جيب الفضل بينهما اعنى جيب ـ ل م ـ يكون الربع الى جيب ـ م ن ـ التى هى قدر زاوية ـ ل ـ كنسبة جيب مجموع ـ ح ج ـ ج د ـ الى جيب الفضل بينهما وهى كنسبة جيب ـ ل س ـ المساوية ـ لح ج ـ ج د ـ الى جيب ـ س ع ـ تكون ـ س ع ـ متساوية للفضل بين ـ ج د ـ ج ح ـ ولمثل ذلك يكون ـ ف ص ـ بقدر الفضل بين ـ ه ج ـ ج ط ـ وكذلك فى سائر الاعمدة التى بين النصفين ويكون الفضل بين ـ ب د ـ ا ح كالفضل بين ـ م ن ـ س ع ـ وذلك لأنه لوكان ـ ب د ـ ا ح ـ متساويين لكان الفضل بين ـ ب ج ـ ج ا ـ وبين ـ د ج ـ ج ح ـ شيئا واحدا وكان ـ م ن ـ س ع ـ متساويين وبقدر ما يزيد ـ د ب ـ على ـ ح ا ـ يزيد م ن ـ على ـ س ع ـ وكذلك فى امثالهما وقد تبين ان الفضل فى القسى التى بين ـ ج ب ـ على نظائرها التى بين ـ ج ا ـ وللقسى التى بين ـ ا ى ـ على التى بين ـ ب و ـ وذلك فى الاعمدة التى بين النصفين ظاهر فان الفضل لم ن ـ على ـ س ع ـ ولم ن ـ فى الجنبة الاخرى ايضا على ـ غ ما ـ وكذلك فى سائرها (١) .

واذ تقدم جميع ذلك نقول فلأن نسبة ـ م س ـ الى ـ ف ق ـ اعظم من نسبة فضل ـ م ن ـ على ـ س ع ـ الى فضل ـ ف ص ـ على ـ ق ز ـ تكون نسبة مجموع ـ ب د ـ ح ا ـ الى مجموع ـ ه ز ـ ط ك ـ اعظم من نسبة فضل ـ ب د ـ على ـ ح ا ـ الى فضل ـ ه ز ـ على ـ ك ط ـ وهذا فى

(١) الشكل الثانى عشر بعد المائة – ١١٢ –



كتاب مانالاؤس س١١٦

القسى التى بين نقطتى ــ ج ب ــ واما فى القسى التى بين نقطتى ــ و ب ــ يكون الامر بالعكس اعنى تكون نسبة ــ ب ش ــ الى ــ ت ث ــ اعظم من نسبة فضل ــ ا خ ــ على ــ ب ش ــ الى فضل ــ ذ ض ــ على ــ ت ث ــ وذلك لأن نسبة ــ م غ ــ الى ــ كالا ــ اعظم من نسبة فضل ــ م ن ــ على ــ غ ما ــ الى فضل ــ كا سا ــ على ــ لاعا ــ وهنالك لا تكون نسبة جميع ــ خ ج ــ ج ش الى جميع ــ ا ج ــ ج ب ــ كنسبة فضل ما بين ــ خ ج ــ ج ش ــ الى فضل ما بين ــ ا ج ــ ج ب ــ لأن جميع ــ خ ج ــ ج ش ــ اعظم من جميع ــ ا ج ــ ج ب ــ وفضل ما بين ــ خ ج ــ ج ش ــ اصغر من فضل ما بين ــ ا ج ــ ج ب اما ما ذكره بعد قوله وبالجملة اعنى الحكم الذى تنشعب منه جميع الدعاوى الاربع المذكورة فى صدر الشكل وهو ان نسبة كل قوس يكون فيما بين ــ ج ى ــ مما هو اقرب الى ــ ى ــ الى قوس آخر فيما بينهما مما هو ابعد من ــ ى ــ اعظم من نسبة نظير القوس الاولى مما يقع بين ــ ج و ــ الى نظير القوس الثانية من ذلك فهو ثابت فى جميع قسى الربع التى بين ــ ج و ــ و ــ ج ى ــ من غير استثناء ولا احتياج الى زيادة شرط وبه يتم البرهان على تلك الدعاوى وهذا البيان وان طال الكلام فيه فانما اوردناه لاشتماله على فوائد كثيرة .

واما بيان كيفية التوصل من هذا الحكم الى اثبات الدعاوى فمما لم يتعرض له احد منهم وانا ما وقفت عليه الى الآن .

(يو) وقد تبين ذلك بوجه آخر ولنخرج قسى ــ ا ب ــ ح د ــ ط ه ــ ك ز ــ الى ان يلتقى عند القطب .

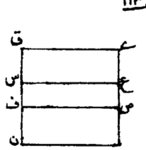
وليكن ــ ل ــ فتكون فى قطاع ــ ل ا ــ ج د ــ نسبة جيب ــ ا ج ــ الى جيب ــ ح ج ــ مؤلفة من نسبة جيب ــ ا ب ــ الى جيب ــ د ح ــ اعنى نسبة جيب ــ ب ج ــ الى جيب ــ ج د ــ ومن نسبة جيب ــ ل د ــ الى جيب ل ب ــ وتكون لذلك نسبة جيب ــ ا ج ــ الى جيب ــ ج ح ــ اعظم من نسبة جيب ــ ب ج ــ الى جيب ــ ج د ــ وكذلك تبين ايضا ان نسبة جيب

ح ج – الى جيب – ج ط – اعظم من نسبة جيب – د ج – الى جيب – ج ه – ونسبة جيب – ط ج – الى جيب – ج ك – اعظم من نسبة جيب – ه ج – الى جيب ج ز – ويتبين من ذلك فى البقايا ان نسبة جيب – ح ك – الى جيب ك ا – اصغر من نسبة جيب – د ز – الى جيب – ز ب – ونسبة جيب – ك ا – الى جيب – ح ك – اعظم من نسبة جيب – ز ب – الى جيب – د ز – ونسبة جيب – ح ك – الى جيب – ك ط – اعظم من نسبة جيب – ذ ز – الى جيب ز ه – وايضا لكون نسبة جيب – ج ط – الى جيب – ج ك – اعظم من نسبة جيب – ه ج – الى جيب ج ز – تكون نسبة جيب – ك ا – الى جيب ا ط – اصغر من نسبة جيب – ز ب – الى جيب – ب ه – ونسبة جيب – ط ا – الى – جيب – ا ح – اصغر من نسبة جيب – ب ه – الى جيب – ب د – واذا كان هذا هكذا فقد يعرض جميع ما ادعينا وتكون نسبة قوس – ا ح – الى قوس ط ك – اعظم من نسبة – قوس – ب د – الى قوس – ه ز – وذلك ما اردناه(١).

اقول حدث من هذا الشكل ست قطاعات (ا) قطاع – ل ا ج د (ب) قطاع – ل ح ج ه – (ج) قطاع – ل ط ج ز (د) – قطاع – ل ا ج ه – (ه) قطاع – ل ح ج ز (و) قطاع – ل ا ج ز – واستعمل منها ما نالاوس الثلاثة الاولى وبين فى كل واحدة نسبة مؤلفة من نسبتين واخذ بدل واحدة منهما مساويتها بحكم الشكل المغنى مكانها وحذف الاخرى فانتج ان المؤلفة تكون اعظم من المأخوذة بسبب حذف جزء منه فحصل له من ذلك ان نسبة جيب ا ج – الى جيب – ج ح – اعظم من نسبة جيب – ب ج – الى جيب – ج د – ونسبة جيب – ج ح – الى جيب – ج ط – اعظم من نسبة جيب – ج د – الى جيب – ج ه – ونسبة جيب – ج ط – الى جيب – ج ك – اعظم من نسبة جيب – ج ه – الى جيب – ه ز – هكذا على الترتيب وينتج ذلك ان نسبة جيب ا ج – الى جيب – ج ك – يكون اعظم كثيرا من نسبة جيب – ب ج – الى جيب ج ز – ثم انه فرع على الحكم الحاصل من كل قطاع فرعين آخرين احدهما انه اخذ

(١) الشكل الثالث عشر بعد المائة – ١١٣

مكان



کتاب ما نالاؤس ص۲۱۱

مكان كل ركن نسبة وهو جيب قوس جيب تمام ذلك القوس الى تمام الضلع الذى كانت تلك القوس جزءا منه فحصل مما كانت نسبته اعظم من نسبه نسبة اصغر من نظيرتها وبقلب الاركان اى جعل التالى مقدما والمقدم تاليا يرجع الى النظم وذلك لم يتأت فى القطاع الاول لأنه لم يكن لمقدم النسبة الاولى وهو ـ ا ج ـ الضلع كله تمام واما فى القطاع الثانى فيلزم من حكمنا بان نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ج ط ـ اعظم من نسبة جيب ـ د ج ـ الى جيب ـ ج ه ـ الحكم بأن نسبة جيب ـ ط ا ـ الى جيب ـ ا ح ـ تمامى النسبة الاولى اصغر من نسبة جيب ـ ه ب الى جيب ـ ب د ـ تمامى النسبة الثانية واذا قلبنا الاركان صارت نسبة جيب ا ح ـ الى جيب ـ ا ط ـ اعظم من نسبة جيب ـ ب د ـ الى جيب ـ ب ه وعلى هذا القياس لزم من حكم القطاع الثالث ان نسبة جيب ـ ا ط ـ الى جيب ـ ك ا ـ اعظم من نسبة جيب ـ ب ه ـ الى جيب ـ ز ب ـ والفرع الثانى انه اسقط من كل ركنى نسبتين احداهما اعظم من الاخرى مقدارا واحدا بعينه فبقيت نسبتا ن نظيرة العظمى اعظم من نظيرة الصغرى كما كانتا اولا وقد حصل له من القطاع الاول بعد حذف ـ ج ك ـ من ركنى النسبة العظمى وهما جيب ـ ا ج ـ و جيب ـ ج ح ـ ومن ركنى النسبة الصغرى نظيرة ج ك ـ وهو ـ ج ز ـ فحصل من البقايا ان نسبة جيب ـ ا ك ـ الى جيب ـ ك ح اعظم من نسبة جيب ـ ب ز ـ الى جيب ـ ز د ـ وعلى هذا القياس حصل من بقايا نسبتى القطاع الثانى بعد حذف ما حذف فى القطاع الاول بعينه ان نسبة جيب ح ك ـ الى جيب ـ ك ط ـ اعظم من نسبة جيب ـ د ز ـ الى جيب ـ ز ه ـ ولم يتأت هذا فى القطاع الثالث لأن احد المحذوفين هو ركن ـ ك ج ـ كله وانتج مما حصل من الفرعين على الترتيب المذكور ان نسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ك ط ـ اعظم من نسبة جيب ـ ب د ـ الى جيب ـ ه ز ـ وهو المطلوب فى هذا البيان وبقى بيان استلزام كل قطاع فرعيه المذكورين.

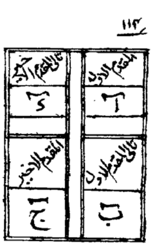
وتلخيص ذلك بان تقول اذا كانت فى مثلثى ـ ا ب ج ـ زاويـة

ج ـ حادة وزاوية ـ ا ـ اقائمة و ـ ج ب ـ ليس اعظم من ربع وخرج من نقطتى د ه ـ د ح ـ ه ط ـ الى ـ ج ا ـ على قوائم فاذا صح انه اذا كانت نسبة جيب ج ح ـ الى جيب ـ ج د ـ اعظم من نسبة جيب ـ ج ط ـ الى جيب ـ ج ه ـ كانت نسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ب د ـ اعظم من نسبة جيب ـ ا ط ـ الى جيب ـ ب ه ـ ثبت الفرع الاول واذا صح انه اذا كانت نسبة جيب ـ ا ج ـ الى جيب ـ ب ج ـ اعظم من نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ ج د ـ كانت نسبة جيب ـ ا ط ـ الى جيب ـ ب ه ـ اعظم من نسبة جيب ـ ط ح ـ الى جيب ـ ه د ـ ثبت الفرع الثانى . (١)

وقد ظهر مما مر ان زوايا ـ ه د ب ـ التى تلى جهة ـ ج ـ حواد وكل ماهى اقرب من ـ ج ـ اصغر مما هى ابعد وثبت ان نسب جيوب الزوايا فى المثلثات كنسب جيوب اوتارها فاذا لما كانت نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ ج د ـ اعظم من نسبة جيب ـ ج ط ـ الى جيب ـ ج ه ـ لكون جيب زاوية ـ د ـ اعظم من جيب زاوية ـ ه ـ فانهما على نسبتهما الى القائمة وكانت نسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ب د ـ اعظم من نسبة جيب ـ ا ط الى جيب ـ ب ه ـ لكونهما على نسبتهما الى جيب تمام ـ ا ب ـ كما بينه ابو نصر فى مقدمته الاولى يلازم هذان الحكمان لاتحاد علتهما وهو كون زاوية ـ د اعظم من زاوية ـ ه ـ وايضا لما كانت نسبة جيب ـ ا ج ـ الى جيب ـ ب ج اعظم من نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ ج د ـ لكون جيب زاوية ـ ب اعظم من جيب زاوية ـ د ـ فانهما على نسبتهما الى القائمة وكانت نسبة جيب ا ط ـ الى جيب ـ ب ه ـ اعظم من نسبة جيب ـ ط ح ـ الى جيب ـ ه د لكونهما على نسبتهما الى جيب تمام ـ ط ه ـ يلازم ايضا هذان الحكمان لاتحاد علتهما وهو كون زاوية ـ ب ـ اعظم من زاوية ـ د ـ وقد ظهر بذلك جميع ماذكره ما نالاوس .

وبطريقة ابى نصر التى قال انها احسن وايسر بناء على مقدمته الاولى

(١) الشكل الرابع عشر بعد المائة ١١٤



کتاب مانالاوس ص ۱۲۰

الذكورة فيما مر نسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ب د ـ كنسبة جيب زاوية د ـ الى جيب ـ ا ب ـ و نسبة جيب ـ ح ط ـ الى جيب ـ ه د ـ كنسبة جيب زاوية ـ د ـ الى جيب ـ ل ه ـ و ل ب ـ اصغر من ـ ل ه ـ فنسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ب د ـ اعظم من نسبة جيب ـ ح ط ـ الى جيب ه د ـ وبالابدال نسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ح ط ـ اعظم من نسبة جيب ب د ـ الى جيب ـ ه د ـ وايضا نسبة جيب ـ ح ط ـ الى جيب ـ ه د ـ كنسبة جيب زاوية ـ ه ـ الى جيب ـ ل د ـ ونسبة جيب ـ ك ط ـ الى جيب ـ ز ه ـ كنسبة جيب زاوية ـ ه ـ الى جيب ـ ل ز ـ و ـ ل ه ـ اصغر من ـ ل ز ـ فنسبة جيب ـ ح ط ـ الى جيب ـ ه د ـ اعظم من نسبة جيب ـ ك ط ـ الى جيب ـ ز ه ـ وبالابدال نسبة جيب ـ ح ط ـ الى جيب ـ ك ط ـ اعظم من نسبة جيب ـ ه د ـ الى جيب ـ ه ز ـ فبالمساواة نسبة جيب ـ ا ح ـ الى جيب ـ ك ط ـ اعظم من نسبة جيب ـ ب د ـ الى جيب ـ ز ه ـ وهو المطلوب .

وبطريقة اخرى له بناء على ما بينه فى آخر الشكل الخامس نسبة جيب د ب ـ الى جيب ـ ح ا ـ اعنى زاوية ـ د ل ب ـ كنسبة ـ ل ب ـ الى جيب زاوية ـ د ـ ونسبة جيب ـ ه د ـ الى جيب ـ ح ط ـ اعنى زاوية ه ل د ـ كنسبة جيب ـ ل ه ـ الى جيب زاوية ـ د ـ و ـ ل ب ـ اصغر من ل ه ـ فنسبة جيب ـ د ب ـ الى جيب ـ ح ا ـ اصغر من نسبة جيب ـ ه د الى جيب ـ ط ه ـ وايضا نسبة جيب ـ ه د ـ الى جيب ـ ح ط ـ اعنى جيب زاوية ـ د ل ه ـ كنسبة جيب ـ ل د ـ الى جيب زاوية ـ ه ـ ونسبة جيب ز ه ـ الى جيب ـ ك ط ـ اعنى جيب زاوية ـ ز ل ه ـ كنسبة جيب ـ ل ز الى جيب زاوية ـ ه ـ و ـ ل د ـ اصغر من ـ ل ز ـ فنسبة جيب ـ ه د ـ الى جيب ـ ط ح ـ اصغر من نسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب ـ ك ط ـ فنسبة جيب ب د ـ الى جيب ـ ح ا ـ اصغر كثيرا من نسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب

ك ط – ونسبة جيب – ح ا – الى جيب – د ب – اعظم من نسبة جيب – ك ط الى جيب – د ه – وبالابدال نسبة جيب – ا ح – الى جيب – ط ك – اعظم من نسبة جيب – ب د – الى جيب – ه ز – وهو المطلوب .

ومن امثلة هذا الشكل فى الهيئة ان نسبة القوس الاقرب من الاعتدال من قسى فلك البروج الى مطالعها فى الافق المستقيم اعظم من نسبة القوس الابعد من الاعتدال الى مطالعها ايضا فى ذلك الافق .

(يز) كل مثلث غير متساوى الساقين ليس اعظم ساقيه بأعظم من ربع وفصلت من اقصر ساقيه قوسان واخرجت من اطرافهما قسى الى القاعدة يحيط معها بزوايا مساوية للزاوية التى على وضعها من زاويتى القاعدة وقسى اخر تقوم على القاعدة على قوائم فان كانت القوسان من القاعدة اللتان بين القسى الاول متساويتين كانت اللتان بين القسى القائمة غير متساويتين واعظمهما التى تلى الساق الصغرى وان كانت اللتان بين القسى القائمة متساويتين كانت اللتان بين القسى الاول غير متساويتين واعظمهما التى تلى الساق العظمى ويعرض ايضا سائر الاعراض المقدمة على شبيه ما مر فليكن المثلث – ا ب ج – و ا ج – اعظم من – ب ج – وليست اعظم من ربع ونفصل من – ب ج – قوسى – ج د – د ز – ونخرج – د ه – ز ح – على ان يحيط مع القاعدة بزوايا متساوية كزاوية ا – ونخرج ايضا – ج ط – ك ز – د ل – على قوائم على القاعدة فيقع فى احدى الصورتين خارج المثلث وفى الاخرى داخله فنقول فان كانت – ا ه – ه ح – متساويتين كانت – ط ك – اصغر من – ك ل – وان كانت – ط ك – ك ل – متساويتين كانت – ا ه – اعظم من – ه ح – ويعرض سائر ما قدمنا (١) .

وبالجملة تكون نسبة – ا ه – الى – ه ح – اعظم من نسبة – ط ك الى – ك ل – فلان فى مثلثات – ا ج ب – ه د ب – ح ز ب – واحدة من زوايا القواعد النظائر متساوية وواحدة مشتركة وخرجت من نقطة الرؤس قسى الى القواعد على قوائم تكون نسبة جيب – ا ط – الى جيب – ط ب

(١) الشكل الخامس عشر بعد المائة – ١١٥ – .

كنسبة

115

کتاب مانالاؤس ص ۱۲۱

كنسبة جيب ـ ه ك ـ الى جيب ـ ك ب ـ وكنسبة جيب ـ ح ل ـ الى جيب ـ ل ب ـ و بالابدال نسبة جيب ـ ا ط ـ الى جيب ـ ه ك ـ ثم الى جيب ـ ح ل ـ كنسبة جيب ـ ط ب ـ الى جيب ـ ك ب ـ ثم الى جيب ـ ل ب ـ و ـ ا ط ـ اعظم من ـ ط ب ـ لأن ـ اج ـ اعظم من جيب ـ ج ب ـ فان كانت ـ ط ك ـ مساوية ـ لك ل ـ كان فضل ـ ا ط على ـ ه ك ـ اعنى مجموع ـ ا ه ـ ط ك ـ اعظم من فضل ـ ه ك ـ على ـ ح ل اعنى ـ ه ح ـ ل ك ـ فى الصورة الاولى واما فى الصورة الثانية فيكون مجموع ا ه ـ ط ك ـ اعظم من مجموع ـ ه ح ـ ك ل ـ فيبقى فى الصورتين ـ ا ه اعظم من ـ ه ح ـ واما ان كانت ـ ا ه ـ مساوية ـ له ح ـ ففى الصورة الاولى قوسا ـ ا ه ـ ط ك ـ اللتان هما فضل ـ ا ط ـ على ـ ه ك ـ اصغر من ـ ه ح ـ ك ل ـ اللتان هما فضل ـ ه ك ـ على ـ ح ل ـ وفى الصورة الثانية يكون مجموع ـ ا ه ـ ط ك ـ اصغر من مجموع ـ ه ح ـ ك ل ـ فيكون لذلك فى الصورتين ـ ك ط ـ اصغر من ـ ك ل .

وبالجملة فنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ح ـ اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ك ل ـ ويتبين من ذلك ومما تقدم ان نسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ح ـ ايضا اعظم من نسبة ـ ج د ـ الى د ز ـ وذلك ما اردناه .

اقول من تقرير ابى نصر لبيان هذا الحكم ليحط ـ م ن ـ م ع بزاوية ـ م ـ الحادة ولتكن نسبة جيب زاوية ـ م ـ الى الجيب كله كنسبة جيب ب ط ـ الى جيب ـ ا ط ـ ونجعل ـ م ن ـ مساويا ـ لا ط ـ ولنخرج عمود ـ ن ع ـ الى ـ م ع ـ ففى مثلث ـ م ن ع ـ نسبة جيب زاوية ـ م الى الجيب كله كنسبة جيب ـ ب ط ـ الى جيب ـ ا ط ـ وجعلنا ـ م ن مساويا ـ لا ط ـ ونسبة جيب ـ م ن ـ الى جيب ـ ن ع ـ كنسبة جيب ع ـ القائمة الى جيب زاوية ـ م ـ فلذلك يكون ـ ن ع ـ مساويا ـ لب ط ونفصل من ـ م ن ـ م ف ـ مساوية ـ له ك ـ و ـ م ص ـ مساوية ـ لح ل

حتى تكون ـ ف ن ـ مساوية لمجموع ـ ا ه ـ ط ك ـ فى الصورة الاولى و ـ ف ص ـ مساوية لمجموع ـ ه ح ـ ك ل ـ وأما فى الصورة الثانية فيكون ف ن ـ فضل ما بين ـ ا ه ـ ط ك ـ وص ف ـ فضل ما بين ـ ه ح ـ ك ل ونخرج ـ ف ق ـ ص س ـ فيكون ـ ف ق ـ مثل ـ ب ك ـ و ـ ص س مثل ـ ب ل ـ و فضل ما بين ـ ن ع ـ ف ق ـ مثل ـ ك ط ـ و فضل ما بين ـ ف ق ـ ص س ـ مثل ـ ك ل ـ فنسبة ـ ف ن ـ الى فضل ما بين ن ع ـ ف ق ـ اعظم من نسبة ـ ف ص ـ الى فضل ما بين ـ ف ق ـ ص س لما مر بيانه فنسبة مجموع ـ ا ه ـ ك ط ـ فى الصورة الاولى الى ـ ط ك ـ اعظم من نسبة مجموع ـ ه ح ـ ل ك ـ الى ـ ل ك ـ .

وبالتفصيل نسبة ـ ا ه ـ الى ـ ط ك ـ اعظم من نسبة ـ ه ح ـ الى ك ل ـ وفى الصورة الثانية نسبة فضل ما بين قوسى ـ ا ه ـ ك ط ـ الى ـ ك ط ـ اعظم من نسبة فضل ما بين ـ ه ح ـ ك ل ـ الى ـ ك ل ـ وبالتركيب نسبة ـ ا ه ـ الى ـ ط ك ـ اعظم من ـ ه ح ـ الى ـ ك ل ـ فبالابدال نسبة ا ه ـ الى ـ ه ح ـ اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ وهو المطلوب (١).

قال ومن امثلة الهيئة لهذا الشكل ان نسبة مطالع القسى الى المنقلب فى الأكر المائلة الى مطالع القسى الى نقطة الاعتدال فيها اعظم من نسبة تعديل مطالع القسى الاولى الى تعديل مطالع القسى الأخرى وذلك اذا جعلنا ـ ا ج ـ من فلك البروج و ـ ا ب ـ من معدل النهار و ـ ج ب ـ من الافق المائل و ـ ج ـ نقطة المنقلب ونقطة ـ ا ـ فى الصورة الاولى رأس الميزان تحت الارض وفى الصورة الثانية رأس الحمل فوقها ـ و ـ ا ب ـ المطالع فى الكرة المائلة و ـ ا ط ـ المطالع فى الكرة المستقيمة ـ وب ط ـ تعديل النهار فى افق ـ ج ب و ـ ه ب ـ مطالع ـ د ه ـ وب ك ـ تعديلها و ـ ح ب ـ مطالع ـ ز ح و ـ ب ل ـ تعديلها فيبقى ـ ا ه ـ مطالع ما بين ـ ا ج ـ د ه ـ و ـ ط ك ـ تعديلها و ـ ه ح ـ مطالع ما بين ـ د ه ـ ز ح ـ و ـ ل ك ـ تعديلها وقد بان ان نسبة

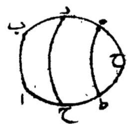
(١) الشكل السادس عشر بعد المائة ـ ١١٦ .

١١٦



كتاب مانالاوس ص ١٢٤

١١٧



کتاب مانالاوس صـ ١٢٥

اه ـ الى ـ ه ح ـ اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ

(يح) وكذلك ايضا تبين اذا كانت زاوية ـ ا ـ اعظم من قائمة وزاوية ـ ب اصغر من قائمة وقوس ـ ب ج ـ العظمى ليست بأعظم من ربع وقد فصلت من ب ج ـ قوسا ـ ج د ـ د ز ـ وأخرجت منها ـ د ه ـ ز ح ـ محيطان مع ا ب ـ بزوايا مساوية لزاوية ـ ا ـ وتسى ج ط ـ د ك ـ ز ل ـ قوائم على القاعدة فانه يعرض ما ذكرنا بعينه وتكون بالجملة نسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ح ـ اعظم من نسبة ط ك ـ الى ـ ك ل ـ ومن ذلك ايضا تبين ان نسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ح ـ اعظم من نسبة ـ ج د ـ الى ـ د ز ـ وذلك ما اردناه (١)

اقول قال ابو نصر بن عراق انا جعلنا ـ م ن ـ فى الشكل المتقدم مساويا ـ لا ط ـ وجعلنا نسبة جيب زاوية ـ م ـ الى الجيب كله كنسبة جيب ب ط ـ من شكل (يز) الى جيب ـ اط ـ فلتكن هاهنا نسبة جيب زاوية ـ م ـ الى الجيب كله كنسبة جيب ـ اط ـ الى جيب ـ ب ط ـ فان هاهنا ـ ب ط ـ اعظم من ـ ا ط ـ فيكون هاهنا ـ م ن ـ مثل ـ ب ط ـ و ـ ن ع ـ مثل ـ ا ط ـ و ـ م ف ـ مثل ـ ب ك ـ و ف ق ـ مثل ـ ه ك ـ و ـ م ص ـ مثل ـ ب ل ـ و ـ ص س ـ مثل ـ ح ل ـ و ـ ف ن ـ مثل ـ ط ك ـ و ـ ف ص ـ مثل ـ ك ل ـ وفضل ما بين ـ ن ع ـ ف ق ـ هو فضل ما بين ـ ا ه ـ ط ك ـ وفضل ما بين ـ ف ق ـ ص س ـ هو فضل ما بين ـ ه ح ـ ك ل ـ و نبين كما بينا هناك ان نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ اعظم من نسبة فضل ما بين ـ ا ه ـ ط ك ـ الى فضل ما بين ـ ه ح ـ ك ل ـ ولأن فى مثلثى ـ ا ج ط ـ ه د ك ـ زاويتى ـ ط ـ ك ـ قائمتان وزاويتى ـ ا ـ ه ـ الحادتين متساويتان وزاوية ـ د ـ اصغر من زاوية ـ ج ـ تكون قاعدة ـ ه ك ـ اصغر من قاعدة ـ اط ـ فاه ـ اصغر من ـ ط ك ـ و ـ ه ح ـ اصغر من ـ ك ل ـ ونسبة فضل ـ ط ك ـ على ـ ا ه ـ الى فضل ـ ك ل ـ على ـ ه ح ـ

---

(١) الشكل السابع عشر بعد المائة ـ ١١٧ ·

اصغر من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ فنسبة ـ ا ه ـ الباقى الى ـ ه ح ـ الباقى اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل (١) .

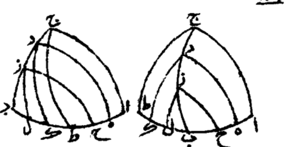
قال ومن امثلته فى الهيئة ان القسى التى فى النصف الحملى من المنقلب الى المنقلب نسبة مطالعها فى الآفاق المائلة الى مطالعها فى الافق المستقيم اذا كانت تلى المنقلب اعظم من نسبة مطالعها فى الآفاق المائلة الى مطالعها فى الافق المستقيم اذا كانت تلى الاعتدال .

(يط) كل مثلث غير متساوى الساقين ليس اعظم ساقيه بأعظم من ربع واخرجت من رأسه قوس الى قاعدته فى داخل المثلث ليست بأصغر من ساقه الاصغر وفصلت من اصغر ساقيه قوسان واخرجت من اطرافهما قسى الى القاعدة يحيط معها بزوايا مساوية لزاوية المثلث التى تلى الساق الاعظم وقسى أخراليها يحيط معها بزوايا مساوية للزاوية التى حدثت من القوس المخرجة اولا وعلى وضعها فانه يعرض فيه مثل ما تقدم وتكون بالجملة نسب القسى الواقعة بين القسى المخرجة الأول اعظم من نسب القسى الواقعة بين القسى المخرجة الأخر اذا جعلت المقدمات فى جميعها القسى التى تلى الساق الاعظم فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ وليكن ـ ا ج ـ اعظم من ـ ب ج ـ وليست بأعظم من ربع ونخرج من ـ ج ـ قوس ـ ج د ـ الى القاعدة وهى ليست بأصغر من ـ ب ج ـ ونفصل من ـ ب ج ـ قوسى ـ ج ه ـ ه ز ـ ونخرج من اطرافهما قوسا ـ ه ح ز ك ـ يحيطان مع ـ ا ب ـ بزوايا كزاوية ـ ا ـ وقوسا ـ ه ك ـ ز ل يحيطان معها بزوايا كزاوية ـ ج د ب .

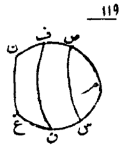
نقول فنسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة ـ د ك ـ الى ك ل ـ ولتكن اولا زاوية ـ ب ـ قائمة فتكون نسبة جيب ـ ا ب ـ الى جيب ب ح ـ كنسبة جيب ـ د ب ـ الى جيب ـ ب ك ـ ونسبة جيب ـ ح ب الى جيب ـ ب ط ـ كنسبة جيب ـ ب ك ـ الى جيب ـ ب ل ـ فتبين من ذلك سائر ما ذكرناه وتكون نسبة ـ اح ـ الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة

(١) الشكل الثامن عشر بعد المائة ـ ١١٨ ـ

١١٨



كتاب مانالاوس ص١٢٦



كتاب مانالاوس ص ١٢٧

زك ـ الى ـ ك ل ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول انما فرض ـ ا ج ـ فى هذا الشكل والذى يجئ بعده ليس بأعظم من ربع لئلا يكون ـ ا ب ـ ها هنا ـ و ا م ـ فيما يجئ بعده اعظم من ربع ولنرسم لبيان ما ذكر زاوية ـ م ـ عا، ان يكون ـ ن م ـ ف م ـ ص م مثل ـ ا ب ـ ح ب ـ ط ب ـ كل واحد لنظيره ونخرج اعمدة ـ ن ع ـ ف ق ـ ص س ـ مثل ـ ب د ـ ب ك ـ ب ل ـ كل لنظيره والشكل كما فى آخر الشكل السابع (٢) عشر فتبين المطلوب كما مر غير مرة .

ومن امثلته من الهيئة ان نسبة مطالع القسى التى تلى المنقلب الى مطالع القسى التى تلى نقطة الاعتدال فى الافق المستقيم اعظم من نسبة تعديل مطالع القسى الاولى الى تعديل مطالع القسى الاخرى .

(ك) ثم لتكن زاوية ـ ب ـ ليست بقائمة ونخرج من ـ ج ه ز ـ اعمدة ج م ـ ه ن ـ ز س ـ فلأن ـ ج د ـ ليست بأصغر من ـ ج ب ـ يكون د م ـ ليست بأصغر من ـ ب م ـ وتبين كما مر ان نسبة جيب ـ ا م ـ الى جيب م ب ـ كنسبة جيب ـ ح ن الى جيب ـ ن ب ـ وكنسبة جيب ـ ط س الى جيب ـ س ب ـ وتكون نسبة جيب ـ د م ـ الى جيب ـ ب م ـ كنسبة جيب ـ ك ن ـ الى جيب ـ ن ب ـ وكنسبة جيب ـ ل س ـ الى جيب س ب ـ ولكن قوس ـ ا م ـ اعظم من قوس ـ م ب ـ وقوس ـ د م ليست بأصغر من قوس ـ ب م ـ كل واحد من ـ ا م ـ ا ج ـ ليست بأعظم من ربع فيكون لذلك نسبة فضل ما بين ـ ا ب ـ ب ح ـ الى فضل ما بين ح ب ـ ب ط ـ اعظم من نسبة فضل ما بين ـ د ب ـ ب ك ـ الى فضل ما بين ـ ك ب ـ ب ل ـ وكذلك ايضا تبين ان نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ب اعظم من نسبة ـ ح ك ـ الى ـ ك ب ـ وانها اعظم من نسبة ـ ط ل ـ الى ل ب ـ فتبين ان نسبة ـ ا ح الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة ـ د ك ـ الى

(١) الشكل التاسع عشر بعد المائة ـ ١١٩ ـ (٢) صف ق ـ التاسع .

ك ل – وذلك ما اردناه(١) .

اقول لما تناسبت الجيوب المذكورة كانت نسبة جيوب – ا م – ح ن ط س – الى جيوب – د م – ك ن – ل س – كل الى نظيره متساوية لمساواة كل نظيرين منها لجيوب – م ب – ن ب – س ب – كل اثنين لنظيرها فنجعل هاهنا نسبة زاوية – م – الى الجيب كله نسبة – د م – الى – ا م – ويكون م ن – مثل – ا م – وم ف – مثل – ح ن – وم ص – مثل – ط س – و – ن ع مثل – د م – و ف ق – مثل – ك ن – و ص س – مثل – ل س – ولما تبين فى الشكل الرابع عشر من هذه المقالة تكون نسبة فضل ما بين – ا م – ح ن وهو فضل ما بين – ا ح – م ن – الى فضل ما بين – ح ن – س ط – وهو فضل ما بين – ح ط – ن س – اعظم من نسبة فضل ما بين – د م – ك ن – وهو فضل ما بين – د ك – م ن – الى فضل ما بين – ك ن – ل س – وهو فضل ما بين – ك ل – س ن – فتكون لذلك نسبة – ا ح – وهو مجموع الفضل مع م ن – الى – ح ط – وهو مجموع الفضل مع – ن س – اعظم من نسبة – د ك – وهو مجموع الفضل الذى هو اقل نسبة الى تاليه مع – م ن – الى – ك ز وهو مجموع الفضل الذى مع – ن س – قوله وكذلك ايضا تبين ان نسبتا د – الى – د ب – اعظم من نسبة – ح ك – الى – ك ب – وانها اعظم من نسبة – ط ل – الى – ل ب .

اقول بيانه بالخلف سهل فانها ان تساوت صارتا بالتركيب ثم بالابدال ثم التفصيل ثم الابدال نسبة – ا ح – الى – ح ط – كنسبة – د ك – الى ك ل – وان كانت اصغر صارت نسبة – ا ح – الى – ح ط – اصغر من نسبة د ك – الى – ك ل – (٢) .

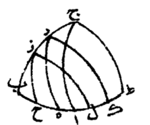
(كا) فان كانت زاوية – ا – اصغر من قائمة وزاوية – ب – اعظم من

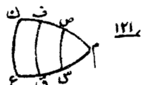
---

(١) الشكل العشرون بعد المائة – ١٢٠ – (٢) الشكل الحادى والعشرون بعد المائة – ١٢١ – .

قائمة


١٢٠


ج
د
ز
ب
ط
ح ه ا ل ك


ن ف ص
١٢١
م
ع ق س



كتاب مانالاوس ص ١٢٩

قائمة ــ و ــ اج ــ ليست بأعظم من ربع واخرجت ــ ج د ــ وفصلت من ــ ا ج ــ قوسا ــ ج ه ــ ه ز ــ واخرجت قسى ــ ه ح ــ ز ط ــ وأحدثنا مع القاعدتين زاويتين كزاوية ــ ب ــ وقسى ــ ه ك ــ ز ل ــ وأحدثنا زاويتين كزاوية ــ ه ــ نقول فتكون نسبة ــ د ك ــ الى ــ ك ل ــ اعظم من نسبة ــ ب ح ــ الى ــ ح ط ــ وانخرج اعمدة ــ ج م ــ ه ن ــ ز س ــ كما تقدم فتكون نسبة جيب ــ ا م ــ الى جيب ــ م ب ــ كنسبة جيب ــ ان ــ الى جيب ن ح ــ وكنسبة جيب ــ ا س ــ الى جيب ــ س ط ــ ونسبة جيب ــ ا م ــ الى جيب ــ م د ــ ونسبة جيب ــ ا ن ــ الى جيب ــ ن ك ــ ونسبة جيب ــ ا س الى جيب ــ س ل ــ فتكون لذلك نسبة فضل ما بين قوسى ــ د ا ــ ا ك ــ الى فضل ما بين قوسى ــ ك ا ــ ا ل ــ اعظم من نسبة فضل ما بين قوسى ــ ب ا ــ ا ح ــ الى فضل ما بين قوسى ــ ح ا ــ ا ط ــ وذلك ما اردناه (١) .

وكذلك تبين ان نسبة ــ ا د ــ الى ــ د ب ــ اعظم من نسبة ــ ا ك الى ــ ك ب ــ وان نسبة ــ ا ك ــ الى ــ ك ب ــ اعظم من نسبة ــ ا ل ــ الى ل ب ــ فى مثل هذه الصورة .

اقول لنفرض ها هنا ــ م ن ــ مثل ــ م د ــ و ــ م ف ــ مثل ــ ن ك ــ و ــ ص م ــ مثل ــ س ل ــ و ــ ن ع ــ مثل ــ م ب ــ و ــ ف ق ــ مثل ــ ن ح ــ و ــ ص س ــ مثل ــ س ط ــ ثم لتدبر كما دبر فى غيره .

قال ابو نصر ومن امثلة هذه المسائل فى الهيئة ان القسى التى فى النصف الحلى من المنقلب الى المنقلب فنسبة مطالع ما هو اقرب الى المنقلب الى مطالع ما هو ابعد كلما كان ميل الافق اكثر يكون اعظم فى جهة الشمال وبعكس ذلك فى النصف الآخر .

وهذا الموضع مما استدركه ما نالاوس على ثاوذوسيوس ذكره كل من اهل الصناعة ذكرا تقليديا من غير تلخيص معناه اعنى قالوا انه اصلح بعض ما ذهب اليه وهم ثاوذوسيوس مذهبا غير قويم ولم ينصوا على المعنى بالتعيين

(١) الشكل الثانى والعشرون بعد المائة ــ ١٢٢ ــ .

ما هو كمن يقف على شيء من كتاب فيقلد مصنفه من غير فهم واستقصاء وانما يفرض مانالاوس في الشكلين المتقدمين ان لا يكون ـ ج د ـ اصغر من ـ ب ج ـ لأن زاوية ـ ا ب ج ـ اذا كانت حادة فقد تكون مع ذلك زاوية ـ ا د ج ـ حادة وذلك اذا لم يفرض ـ ج د ـ ليس بأصغر من ـ ب ج ـ فلا يستقيم امر النسبة المذكورة وههنا فاذا كانت زاوية ـ ا ب ج ـ حادة وكذلك زاوية ـ ا د ج ـ كان الامر واحدا (١) .

(كب) اذا كانت في كرة عظيمتان احداهما مائلة على الآخرى وتعلمت على احداهما نقطتان غير متقابلتين واخرجت عظيمتان تمران بهما وتقومان على الاخرى على قوايم فان نسبة جيب ما بين موقعيهما من التى قامتا عليه الى جيب ما بين النقطتين كنسبة السطح الذى يحيط به قطر الكرة وقطر الدائرة التى تماس احدى العظيمتين الاولين وتوازى الاخرى الى السطح الذى يحيط به قطر الدائرتين اللتين تمران بالنقطتين وتوازيان العظيمة الاخرى فلتكن العظيمتان ا ب ـ ب ج ـ ولتقاطعا على ـ ب ـ على قوائم (٢) ولتعلم على ـ ا ب ـ نقطتا ـ د ـ ه ـ وليمر بهما دائرتا ـ د ج ـ ه ح ـ القائمتان على ـ ب ج ـ على قوائم .

فنقول ان نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ كنسبة السطح الذى يحيط به قطر الكرة وقطر موازية ـ لب ج ـ يماس ـ ا ب ـ الى السطح الذى يحيط به موازيتان ـ لب ج ـ تمران بنقطتى ـ د ه ـ فليخرج ـ ج د ـ ه ح ـ الى ان يتلاقيا على قطب ـ ب ج ـ عند ـ ز ـ ونخرج منها ـ ز ا ـ قائمة على ـ ب ا ـ فيقع على النقطة التى عليها تماس عظيمة ـ ا ب ـ وموازية ب ج ـ لما ستها ولتكن هى نقطة ـ ا ـ فلان فى مثلثى ـ ا ز ه ـ ح ب ه ـ زاويتى ـ ا ح ـ قائمتان وزوبتى ـ ه ـ متساويتان تكون نسبة جيب ـ ا ز ـ الى جيب ـ ز ه ـ كنسبة جيب ـ ح ب ـ الى جيب ـ ب ه ـ وفى قطاع ـ ز ج ـ ب ه ـ نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ مؤلفة من نسبة جيب

(١) الشكل الثالث والعشرون بعد المائة ـ ١٣٣ ـ (٢) صف ج ـ غير قوائم ـ ج ز



كتاب مانالاوس ص ١٣٠

۱۲۴ء



کتاب مانالاؤس ص۱۳۱

ـ ج ز ـ الى جيب ـ ز د ـ ومن نسبة جيب ـ ح ب ـ الى جيب ـ ب ه ـ اعنى جيب ـ ا ز ـ الى جيب ـ ز ه ـ بل مساوية لنسبة سطح جيب ـ ج ز ـ فى جيب ـ ا ز ـ الى سطح جيب ـ ز د ـ فى جيب ـ ز ه(١) ـ وجيب ـ ج ز بصف قطر الكرة وجيب ـ ا ز ـ نصف قطر موازية ـ لب ج ـ يماس ـ ا ب ـ وجيبا ـ ز د ـ ز ه ـ نصفا قطرى دائرتين يوازيان ـ ب ج ـ وتمران ـ بد ه ـ والا قطار هى التى اطرافها نقط ـ ج ـ ا ـ د ه ـ ونسبة الاضعاف كنسبة الانصاف فاذا نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ كنسبة سطح قطر الكرة فى قطر د ئرة تماس ـ ا ب ـ ويوازى ـ ب ج ـ الى سطح احد قطرى دائرتين تمران بنقطتى ـ د ـ ه ـ ويوازيان ـ ب ج ـ فى الآخر وذلك ما اردناه (٢).

قال مانالاوس قد تبين هذا الحكم فى هذا الشكل على غير الوجه الذى ذهب اليه ثاوذوسيوس فى المقالة الثالثة فى الشكل الحادى عشر منها من كتابه فى الاكر اذ هو بين ان نسبة ـ ح ج ـ الى ـ ه د ـ اصغر من نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة المماسة ـ لا ب ـ واستعمل ابلونيوس هذا الحكم فى كتابه فى الصناعة الكلية الذى يقال له الكتاب الجامع والذى بين بعد هذا نافع جدا فيما استعمله ابلونيوس وهو أن تبين ان نسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ هى اعظم من اى نسبة واصغر من اى نسبة .

قال ابو نصر بين ثاوذوسيوس فى الاكر فى الشكل الحادى عشر من المقالة الثالثة ان نسبة قوس ـ ج ح ـ الى قوس ـ د ه ـ اصغر من نسبة قطر الكرة الى قطر الموازية فلا نحتاج الى اعادته فالذى بين مانالاوس هو أن نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ اصغر من تلك النسبة وقد تكون نسبة اعظم من نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ واقل من نسبة قوس ـ ج ح ـ الى قوس ـ د ه ـ ونسبة ايضا مثلها فيما يتبين ان نسبة قطر الكرة الى قطر تلك الدائرة اعظم من نسبة الجيبين لا يظهر انها اعظم من نسبة القوسين .

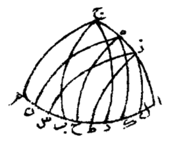
(١) صف ـ د ه (٢) الشكل الرابع والعشرون بعد المائة ـ ١٢٤ ـ

(كجا) فنعيد دائرتى ـ اب ـ ب ج ـ ونخرج ـ زا ـ الى ـ ط ـ فيكون ب ـ قطبا لها ونخرج ـ زك م ـ على ان يكون جيب ـ زك ـ وسطا فى النسبة بين جيبى ـ ط ز ـ زا ـ فيكون قطر الدائرة التى توازى دائرة ـ ب ط ـ ويمر ـ زك ـ مناسبا لقطر الكرة ولقطر الدائرة التى تماسى دائرة ـ اب فيما بينهما.

فنقول الفضل بين قوسى ـ ك ب ـ م ب ـ معلوم وذلك لان فى قطاع ـ زط ـ ب ك ـ نسبة جيب ـ م ط ـ الى جيب ـ اك ـ مؤلفة من نسبة جيب ـ م ز ـ الى جيب ـ زك ـ ومن نسبة جيب ـ ب ط ـ الى جيب ب ا ـ و ـ ب ط ـ ب ا ـ متساويتان فلذلك تكون نسبة جيب ـ م ط ـ الى جيب ـ اك ـ كنسبة جيب ـ م ز ـ الى جيب ـ زك ـ اعنى كنسبة جيب زك ـ الى جيب ـ زا ـ ولأن فى مثلثى ـ ك ز ا ـ ك ب م ـ زاويتى ـ ك متساويتان وزاويتى ـ ا ـ م ـ قائمتان تكون نسبة جيب ـ زك ـ الى جيب زا ـ كنسبة جيب ـ ب ك ـ الى جيب ـ ب م ـ فنسبة جيب ـ م ط ـ الى جيب ـ ك ا ـ كنسبة جيب ـ ب ك ـ الى جيب ـ ب م ـ و ـ ب ا ـ ب ط ربعان ـ فم ط ـ مساو ـ لب ك ـ و ـ ك ا ـ مساو ـ لب م ـ ولأن نسبة مربع جيب ـ م ز ـ الى مربع جيب ـ زك ـ كنسبة جيب ـ م ز ـ اعنى نصف قطر الكرة الى جيب ـ زا ـ اعنى نصف قطر الدائرة المماسة ـ لاب ـ والقطران معلومان يكون مربع جيب ـ زك ـ بل جيب ـ زك ـ معلوما ولأن نسبة جيب ـ ط ز ـ الى جيب ـ زا ـ كنسبة مربع جيب ـ م ز ـ الى مربع جيب ـ زك ـ اعنى كنسبة مربع جيب ـ م ط ـ الى مربع جيب ـ ك ا ـ كان بالتركيب والقلب نسبة مجموع ـ ط ز ـ زا ـ الى فضل جيب ـ ط ز ـ على جيب ـ زا ـ كنسبة مجموع مربعى جيبى ـ م ط ـ ك ا ـ اعنى مربع نصف قطر الكرة الى فضل مربع جيب ـ م ط ـ على مربع جيب ـ ك ا ـ ولكون جيب ـ ط ز نصف قطر الكرة ـ و ـ زا ـ نصف قطر الدائرة المماسة ـ لا ب ـ ومربع نصف قطر الكرة معلوم يكون فضل مربع جيب ـ م ط ـ على مربع جيب ـ ك ا

معلوما

١٢٥



كتاب مانالاوس ص١٣٣

معلوما وكان مربعا هما معلومين فهما معلومان وفضل احدهما على الآخر معلوم وهو فضل ـ ب ك ـ على ـ ب م ـ (١) .

اقول اما بيان انه كيف يخرج ـ ز ك ـ على الوجه المذكور فهو ان يحصل فيما بين نصف قطر الكرة وجيب ـ ز ا ـ خط مستقيم مناسب لهما ونفصل من القطر المار بنقطة ـ ز ـ من طرف ـ ز ـ بقدره ونخرج من الطرف الآخر عمودا على ذلك القطر في سطح دائرة ـ ز م ـ فيقع على نقطة ـ ك ـ منها ضرورة وهذا ما وعدت بيانه في آخر شكل (يه) من هذه المقالة ولنسم هذه القوس بالمتوسطة وسيجئ فيما بعد طرف آخر مما يتعلق بهذه القوس وما حولنا من سائر القسي ان شاء الله تعالى .

واما بيان انه لما كانت نسبة جيب ـ م ط ـ الى جيب ـ ك ا ـ كنسبة جيب ـ ب ك ـ الى جيب ـ م ب ـ و ـ ب ا ب ـ ط ربعا ن كان ـ م ط ب ك ـ متساويين وكذلك ـ ك ا ـ ب م ـ وقد ذكرته في آخر الشكل الخامس عشر من هذه المقالة واما بيان انه اذا كان فضل مربع جيب ـ م ط على مربع جيب ـ ك ا ـ معلوما ومربعا هما معلومين فهما معلومان والفضل بينهما معلوم فهكذا .

ليكن ـ ا ب ـ مساويا ـ لم ط ـ و ا ج ـ لك ا ـ و ـ ج د ـ مربع ـ ا ج وب ه ـ مربع ـ ا ب ـ ونتمم الشكل فلانا اذا اسقطنا من مربعي ـ ج د ـ ب ه علم ـ ز ح ط ـ وهو الفضل بينهما بقي ضعف مربع ـ ج د ـ فمربع ـ ج د معلوم و ـ ا ج ـ ا ب ـ معلومان ونعود الى المتن ونعيد الشكل ونقول فضل ب ك ـ على ـ ب م ـ اعظم من فضل كل قوسين يوجد ان على امثالهما ونفرض ـ د ه ـ عن جنبتي ـ ك ـ ونخرج ـ ز د ج ـ ز ه ح ـ فنسبة جيب م ج ـ الى جيب ـ ك د ـ كنسبة سطح جيب ـ ط ز ـ في جيب ـ ز ا ـ اعني مربع جيب ـ ز ك ـ الى سطح جيب ـ ز ك ـ في جيب ـ ز د ـ ولكون ـ از

---

(١) الشكل الخامس والعشرون بعد المائة ـ ١٢٥ .

قائما على ـ ب ا ـ واصغر من ربع يكون ـ ز ا ـ اصغر من ـ ز د ـ و ـ ز د ـ من ز ك ـ و ـ ز ك ـ من ـ ز ه ـ فربع جيب ـ ز ك ـ اعظم من سطح جيب ز ك ـ فى جيب ـ ز د ـ ولذلك تكون جيب ـ ج م ـ اعظم من جيب ـ ك د و ـ ج م ـ اعظم من ـ ك د ـ (١).

وبمثله تبين ان ـ ح م ـ اصغر من ـ ه ك ـ واذا زيد على اعظم مقدارين اصغر آخرين وعلى اصغرهما اعظم الاخرين او نقص من اعظم المقدارين اعظم الاخرين و من اصغرهما اصغر الاخرين بشرط ان لا يصير الحاصل من الاعظم اصغر من الحاصل من الاصغر كان الفضل بين المقدارين اعظم من الفضل بين الحاصلين فلذلك يكون فضل ـ ب ك ـ على ـ ب م ـ اعظم من فضل ـ ب د ـ على ـ ب ج ـ ومن فضل ـ ب ه ـ على ـ ب ح ـ فاذا فضل ـ ب ك ـ على ـ ب م ـ الذين فضلهما قوس ـ ز ك م ـ اعظم من الفضل بين كل قوسين يفضلهما القسى الخارجة عن ـ ز ـ عن جنبتى نقطة ـ ك ـ.

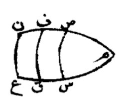
ويظهر فائدة هذا الشكل فى احوال التفاضل (٢) بين قسى السواء و قسى المطالع فى الافق المستقيم والتناسب بين تمامات ميول اجزاء السواء من امثلة هيئة الفلك الى غير ذلك (٣).

(كد) ونعيد قوسى ـ ب د ـ ب ج ـ مع قوسى ـ ز د ج ـ ز ه ح ـ على ان ـ ب د ـ ليس باعظم من ربع وليكن ـ ج ح ـ اولا اعظم من ـ د ه ـ.

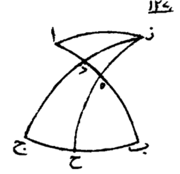
نقول فنسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ اصغر من نسبة قطر الكرة إلى قطر الدائرة المارة بنقطة ـ د ـ موازية لدائرة ـ ب ه ـ وذلك لأن فى قطاع ب ج ـ ز ه ـ نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ مؤلفة من نسبة جيب ج ز ـ الى جيب ـ ز د ـ ومن نسبة جيب ـ ح ب ـ الى جيب ـ ب ه ـ

(١) الشكل السادس والعشرون بعد المائة ١٢٦. (٢) صف ق ـ التقاصيل
(٣) الشكل السابع والعشرون بعد المائة ١٢٧.



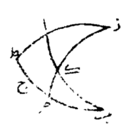


١٢٧



كتاب مانالاؤس ص١٣٤

ع ١٢٨



كتاب مانالاوس ص ١٣٥

وح ب ـ اصغر من ـ ب ه ـ فنسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ كنسبة جيب ـ ج ز ـ الى جيب اعظم من حيب ـ ز د ـ ونسبة جيب ـ ج ز الى جيب اعظم من جيب ـ ز د ـ اصغر من نسبة جيب ـ ج ز ـ الى جيب ز د ـ فنسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ اصغر من نسبة جيب ـ ج ز الى جيب ـ ز د ـ التى هى نسبة قطر الكرة الى قطر دائرة تمر بنقطة ـ د ـ موازية لدائرة ـ ب ج ـ وتكون لذلك نسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ اصغر من نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة المارة بنقطة ـ د ـ وذلك لان ـ ز ج ـ ربع وان ـ ج ح ـ اصغر من ربع . (١)

اقول كما لوكان فى ا نسبة المؤلفة من نسبتين احدى النسبتين نسبة المساواة بان يكون مقدمها مساويا لتاليها كانت المؤلفة مساوية للنسبة الاخرى كذلك اذا كان مقدم احدى النسبتين اعظم من تاليها كانت المؤلفة اعظم من النسبة الاخرى منهما اوكان مقدمها اصغر من نسبة تاليها كانت المؤلفة اصغر من النسبة الاخرى ولهذا لما كانت ـ ج ب ـ اصغر من ـ ب ه ـ صارت نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ المؤلفة اصغر من نسبة ـ ج ز ـ الى ـ ز د التى هى احدى النسبتين اللتين كانت التاليف منهما

وايضا انما قال فى آخر كلامه وذلك ان ـ ز ج ـ ربع وان ـ ج ح ـ اصغر من ربع لان ـ ز ج ـ لوكان اعظم من ربع وجيبه اصغر من جيب ـ د ز ـ وكان ـ ج ح ـ اصغر من ربع اولم يكن لم يجب كون ـ ج ح ـ اعظم من ـ د ه ـ ونعود الى المتن .

قال وايضا نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ كنسبة سطح قطر الكرة فى قطر الدائرة المماسة لدائرة ـ ب ه ـ الموازية لدائرة ـ ب ج ـ الى سطح قطرى الدائرتين المارتين بنقطتى ـ د ه ـ الموازيتين لدائرة ـ ب ج ـ لما مر نقول فنسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ اعظم من نسبة جيب ـ ج

---

(١) الشكل الثامن والعشرون بعد المائة ـ ١٢ .

ح – الى جيب – د ه – لكون – ج ح – اعظم من – د ه – فاذا نسبة ج ح – الى – د ه – اعظم من النسبة المذكورة فقد بتين ايضا ان نسبة – ج ح الى – د ه – اذا كانت – ج ح – اعظم من – د ه – يكون اعظم من اى نسبة واصغر من اى نسبة اذا كانت النسبة نسبة الاعظم الى الاصغر .

اقول فى بيان ان نسبة قوس – ج ح – الى قوس – د ه – اعظم من نسبة جيبيهما اذا كان قوس – ج ح – اعظم من قوس – د ه – ليكن قوسا – ا ب – ا ج – الاعظم والاصغر و – ه – مركز الدائرة ونصل – ه ا – ب ا – ه ج – ب ج – ونخرجه الى ان يلقى – ه على – ز – فنسبة قوس – ب ج – الى قوس – ج ا – اعنى قطاع – ب ه ج – الى قطاع – ج ه ا – اعظم من نسبة مثلث – ب ه ج – الى مثلث – ج ه ز – اعنى خط – ب ج الى خط – ج ز – وبالتركيب نسبة قوس – ب ا – الى قوس – ا ج – اعظم من نسبة – ب د – الى – ز ج – اعنى جيب قوس – ب ا – الى جيب قوس – ا ج – فاذا نسبة قوس – ب ا – العظمى الى قوس – ج ا – الصغرى اعظم من نسبة جيبيها . (١)

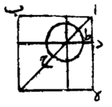
واقول ايضا الحاصل من هذه الدعاوى ان نسبة جيب – ج ح الى جيب – د ه – كنسبة سطح قطر الكرة فى سطح الدائرة الموازيه المماسة الى سطح قطرى المتوازيتين المارتين بنقطتى – د ه – وهذه ما اثبته مانالاوس وثاوذوسيوس واعظم من نسبة جيبيهما بشرط ان يكون – ج ح – اعظم من – د ه – التى هى نسبة احد السطحين الى الآخر وهذا هو المراد من قوله فقد تبين اذا ان نسبة – ج ح – الى – د ه – اذا كانت ج ح – اعظم من – د ه – يكون اعظم من اى نسبة واصغر من اى نسبة .

قال الامير ابو نصر لم يجب من كون نسبة جيب – ج ز – الى جيب ز د – اعظم من نسبة جيب – ج ح – الى جيب – د ه – كما تبين فى الشكل

(١) الشكل التاسع والعشرون بعد المائة-١٢٩ .

وحده

۱۲۹



کتاب ماناکاؤس ص ۱۳۶

وحده فقط كون نسبة قوس ـ ج ح ـ الى قوس ـ د ه ـ اصغر من نسبة جيب ـ ج ز ـ الى جيب ـ ز د ـ وقوله وتكون لذلك نسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ اقل من نسبة قطر الكرة الى قطر تلك الدائرة دال على الاحتياج الى ما اورده ثاوذوسيوس فان ماناﻻوس لم يبين الا كون نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ اقل من تلك النسبة وذلك لا يدل على ما بينه ثاوذوسيوس كما مر بيانه وثاوذوسيوس انما بين ان نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة المذكورة اعظم من من نسبة قوس ـ ح ب ـ الى قوس ه د ـ على تقدير كون ـ ب د ـ ب ج ـ ربعين وها هنا احتيج الى بيان ذلك على تقدير كونهما اصغر من ربعين .

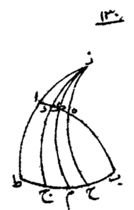
فلبيان ذلك نعيد من شكل ثاذوسيوس دوائر ـ ا ب ـ ج د ـ ا ز ـ ج ح ـ ز ط ـ باقطار ـ ب د ـ ا ج ـ ح ط ـ وليكن كل واحد من ـ ز ح ـ ز ا ـ اقل من ربع حتى تكون دائرة ـ ح ز ط ـ مائلة على دائرة ـ ا ب ج د .

ونخرج قوس ـ ب ن ص ـ ونخرج ـ ح ل س ـ موازيا لقطر ـ ا ه ج ـ ونخرج من ـ ن ـ عمود ـ ن ق ـ الى قطر ـ ح ه ط ـ في سطح دائرة ح ز ط ـ المائلة الى جهة ـ ح ا ط ـ ونخرج من ـ ن ـ عمود ـ ن ع ـ على سطح ـ ا ب ج د ـ ونصل ـ ق ع ـ فتكون زاوية ـ ن ق ع ـ حادة لميل دائرة ـ ح ز ط ـ وكون زاوية ـ ع ق ه ـ قائمة كما سنبين ونخرج في سطح ـ ا ب ج ـ ك ع م ـ ز ق ت ـ موازيين ـ لا ج ـ فهما قطرا موازيتين لدائرة ـ ا ز ج ـ وموازية ـ ك م ـ تمر بنقطة ـ ن ـ فهي دائرة ك ن م ـ ونصل ـ ب ن ـ ه ن ـ ونصل ـ ق ه ـ ق ف ـ فيكون بدل قطاع ز ج ـ ه ب ـ المتقدم ها هنا قطاع ـ ز ا ـ ب ن ـ وص ا ـ الشبيه ـ بن ك ـ نظير ـ ح ج ـ هناك ـ و ـ ن ه ح ـ نظير ـ ن د ـ ولأن المفروض في هذا الشكل هو ان ـ ح ج ـ اعظم من ـ ه د ـ فتكون زاوية ـ ن ف ك ـ

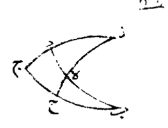
اعظم من زاوية ـ ن ه ح ـ فلكون زاويتى ـ ن ع ف ـ ن ق ه ـ قائمتين وزاوية ـ ن ع ف ـ اعظم من زاوية ـ ن ه ق ـ ون ه ـ اطول من ـ ن ف ـ تكون ـ ق ه ـ اطول من ـ ق ع ـ ونفصل ـ ق ى ـ مثل ف ع ـ ونصل ـ ن ى ـ ز د ـ فلان فى مثلثى ـ ن ع ف ـ ن ق ى ـ زاويتى ع ق ـ قائمتان وضلعا ـ ع ف ـ ق ى ـ مساويان تكون زاوية ـ ن ى ق ـ اعظم من زاوية ـ ن ف ع ـ ونسبة ـ ه ق ـ الى ـ ق ى ـ اعظم من نسبة زاوية ـ ق ى ن ـ الى زاوية ـ ق ه ن ـ فنسبة ـ ه ق ـ الى ـ ف ع ـ اعظم كثيرا من نسبة زاوية ـ ن ف ع ـ الى زاوية ـ ق ه ن ـ ولأن زاوية ـ ع ق ف ـ قائمة تكون زاوية ـ ش ق ع ـ منفرجة و يكون ـ ش ق ـ اصغر من ـ ف ع ـ ونسبة ـ ه ق ـ الى ـ ق ش كنسبة ـ ه ح ـ الى ـ ح ل ـ التى هى نسبة قطر الكرة الى قطر الموازية المماسة لدائرة ـ ط ز ح ـ فاذا نسبة ه ح ـ الى ـ ح ل ـ اعظم من نسبة ـ ه ق ـ الى ـ ف ع ـ التى هى اعظم من نسبة زاوية ـ ق ى ن ـ التى هى اعظم من زاوية ـ ن ف ع ـ الى زاوية ن ه ق ـ فنسبة ـ ه ح ـ الى ـ ح ل ـ اعظم كثيرا من نسبة زاوية ـ ن ف ع ـ الى زاوية ـ ن ه ق ـ اعنى نسبة قوس ـ ص ا ـ الى قوس ـ ن ح ـ وهو المطلوب (١) .

وانما قلنا ان كون ـ ن ع ـ عمودا على سطح ـ ا ب ـ ج د ـ وكون ـ ن ق ـ عمودا على خط ـ ح ط ـ يوجب كون زاوية ـ ع ق ه ـ قائمة لانا اذا عينا نقطة ـ ث ـ على ـ ح ق ـ كيف اتفق ووصلنا ـ ن ث ـ ث ق ـ ث ع ـ كان مربع ـ ن ث ـ المساوى لمربعى ـ ن ع ـ ع ث ـ كمربعى ـ ث ق ـ ق ن ـ ومربع ـ ق ن ـ كمربعى ـ ق ع ـ ع ن ـ فمربعا ن ع ـ ع ث ـ كمربعات ـ ن ع ـ ع ق ـ ق ث ـ الثلاثة واذا اسقطنا مربع ن ع ـ المشترك بقى مربع ـ ع ث ـ كمربعى ـ ع ق ـ ق ث ـ فزاوية ـ ن

(١) الشكل الثلاثون بعد المائة ـ ١٣٠ .



كتاب مانالاوس ص ١٣٨



کتاب مانالاوس ص۱۳۹

ق ث ـ بل زاوية ـ ن ق ه ـ قائمة .

وانما قلنا ان كون زاويتى ـ ن ع ف ـ ن ه ق ـ قائمتين وكون زاوية ـ ن ع ف ـ اعظم من زاوية ـ ن ه ق ـ وـ ن ه ـ اطول من ـ ن ف يوجب كون ـ ه ق ـ اطول من ـ ف ع ـ لانا اذا عملنا على ـ ه ق ـ زاوية ن ه ق ـ كزاوية ـ ع ف ن ـ واخرجنا ـ ق ن ـ الى ـ و ـ صار مثلثا ـ ف ن ع ـ ه و ق ـ متشابهين ونسبة ـ ه و ـ الذى هو اطول من ـ ن ف ـ الى ه ق ـ كنسبة ـ ن ف ـ الى ف ه ـ فه ق ـ اطول كثيرا من ـ ف ع ـ وانما قلنا ان فى منحرف ـ ش ق ـ ع ف ـ الذى زاوية ـ ش ق ع ـ منه منفرجة يكون ـ ش ق ـ اصغر من ـ ف ع ـ لأن العمود الخارج من ـ ق ـ الى ف ع ـ يقع فيما بين نقطتى ـ ف ع ـ ويكون ـ ش ق ـ مساويا لما بين ـ ف وتلك النقطة فيكون اقصر مما بين ـ ف ع ـ واذا تقرر هذا تقرر ان نسبة ـ ه ح الى ـ ح ل ـ التى هى نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة الموازية لدائرة ـ ب ج المماسة لدائرة ـ ب د ـ فى الشكل المتقدم بل نسبة جيب ـ ز ج ـ الى جيب ز د ـ اعظم من نسبة قوس ـ ص ا ـ الى قوس ـ ن ح ـ فى هذا الشكل بل من نسبة قوس ـ ح ج ـ الى قوس ـ د ه ـ فى الشكل المتقدم . (١)

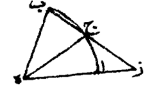
وليكن قوس ـ ج ح ـ اصغر من قوس ـ د ه ـ فيكون حينئذ السطح الذى يحيط به قطر الكرة وقطر الدائرة المماسة ـ اب د ـ اصغر من الذى يحيط به قطر الدائرتين اللتين تمران بنقطتى ـ د ه ـ ويوازيان ـ ب ج لكونهما على نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ ونقول ان نسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ تكون اعظم من نسبة قطر الدائرة المماسة ـ اب د ـ الى قطر الدائرة المارة بنقطة ـ ه وـ اصغر من نسبة سطح قطر الكرة فى قطر الدائرة المماسة ـ اب د ـ الى سطح قطرى الدائرتين المارتين بنقطتى ـ د ه فلنخرج من ـ ز ـ قوسى ـ زك م ـ ز ل ن ـ اخراجا يكون به كل واحد من سطح جيب ـ د ز ـ فى جيب ـ ز ل ـ وسطح جيب ـ ه ز ـ فى جيب

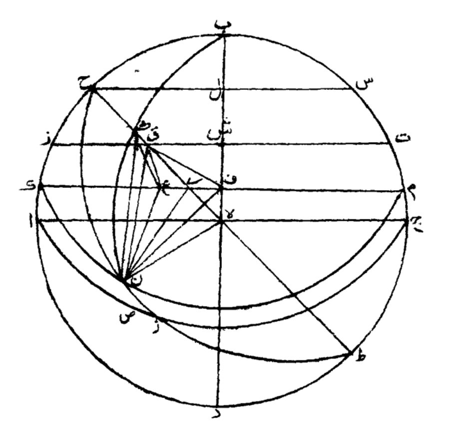
---

(١) الشكل الحادى والثلاثون بعد المائة ـ ١٣١

زك ـ مساويا للسطح الذى يحيط به قطر الكرة وقطر الدائرة المماسة ـ لب د ـ الموازية ـ لب ج ـ فتقع نقطة ـ ل ـ فيما بين نقطتى ـ د ه ـ ومن اجل تساوى السطوح المذكورة يعنى سطح جيب ـ ه ز ـ فى جيب ـ ز ك ـ و سطح جيب ـ ل ز ـ فى جيب ـ ز د ـ و سطح قطر الكرة فى قطر الدائرة المماسة ـ لب د ـ تكون قوس ـ ج ن ـ مساوية لقوس ـ د ل ـ ومن اجل ما عليه هذه الصورة يتبين كما تبين فى الخطوط المستقيمة ان قوس ـ ل ه ـ مساوية لاحدى قوسى ـ ج م ـ ن ح ـ ولكنها اعظم من ـ ن ح ـ فقوس ـ ه ل ـ اذا مساوية لقوس ـ ج م ـ وتكون لذلك قوس ـ زك ـ مساوية لقوس ـ ن ح ـ و ـ ج ح ـ كلها ـ الك ل ـ كلها ـ و ـ م ن ـ الد ه ـ ولأنا قد بينا فيما مر ان نسبة ـ ن م ـ الى ـ ك ل ـ اصغر من نسبة قطر الكرة الى جيب ـ ك ز ـ وهذه النسبة كنسبة جيب ـ ه ز ـ الى قطر الدائرة المماسة لدائرة ـ ب د ـ الموازية ـ لب ج ـ ولذلك تكون نسبة ـ د ه ـ الى ـ ج ح ـ اصغر من النسبة المذكورة اعنى من نسبة جيب ـ ه ز ـ الى قطر الدائرة المماسة ـ لب د ـ فاذا نسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ اعظم من نسبة قطر الدائرة المماسة ـ لب د ـ الى قطر الدائرة المارة بنقطة ـ ه ـ .

وايضا فلأن قوس ـ ج ح ـ اصغر من قوس ـ د ه ـ تكون نسبة قوس ـ ج ح ـ اصغر من نسبة جيب قوس ـ ج ح ـ الى جيب قوس ـ د ه فهى اذا اصغر من نسبة سطح قطر الكرة فى قطر الدائرة المماسة الدائرة ـ ب د الى سطح قطرى الدائرتين المارتين بنقطتى ـ د ـ ه ـ احدهما فى الآخر فقد تبين اذا هاهنا ايضا ان نسبة ـ ج ح ـ الى ـ د ه ـ من اى نسبة هى اعظم ومن اى نسبة هى اصغر فى اى نسبة يكون لها اليها من نسب الاصغر الى الاعظم وقد تبين مما قلنا انه اذا كانت نقطة طرف ربع الدائرة هى نقطة ـ د ـ كانت نسبة ـ ج ح الى ـ د ه ـ اقل من نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة التى تماس ـ ب د ويوازى ـ ب ج ـ واعظم من نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة المارة بنقطة ـ ه ـ


ب
ج
ز
ا
ه


ب
ح
ل
س
ز
ش
ت
ق
ط
ى
ف
م
ا
ه
ج
ن
ص
ز
ط
د

ه - الموازية - لب ج - وانه اذا كانت نقطة طرف ربع الدائرة فيما بين نقطتى د - ه - مثل نقطة - ل - فان قوسى - د ل - ل ه - ان كانتا متساويتين كانت نسبة - ج ح - الى - د ه - اصغر واعظم من النسبتين المذكورتين على مثل مامر وصفه وان كانت قوسا - د ل - ل ه - غير متساويتين كانت نسبة - ج ح ايضا الى - د ه - اصغر من نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة المماسة - لب د واعظم من نسبة قطر الكرة الى قطر الدائرة المارة بأبعد نقطتى - د - ه - عن نقطة - ل - الموازية - لب ج - وذلك ما اردناه (١) .

اقول لما كان ضلع المربع الذى يساوى سطح قطر الكرة فى قطر الدائرة المماسة - لب د - مساويا لقوس واحدة من اقسى المخرجة اعنى القوس المتوسطة وجب ان يكون كل قوسين سطح جيب احدهما فى الآخر مساو لذلك السطح واقعين عن جيبى تلك القوس ووجود مثل هاتين القوسين بأن نضيف سطح جيب - ز ط - فى جيب - ز ا - الى خط اطول من جيب ز ا - واقصر من جيب - ز ك - ليحدث عرض اطول منه فيكون الاقصر جيب قوس يقع فيما بين - ك ا - مثل - ز د - والاطول جيب قوس يقع فيما بين - ب ك - مثل - ز ه - ومع كون - ج ح - اصغر من - د ه - يحتمل ان تكون النقطة المتوسطة خارجة عن ما بين - د ه - بل يكون اما هى نقطة د - او خارجة فى جهة - ك - ويحتمل ان يكون فيما بين - ه د - لكن الى د - اقرب منها الى - ه - وعلى التقدير الاول لا تقع قوس - ز ل - التى هى قرينة - ز د - فيما بين - ز ه - ز د - بل يقع خارجا فى جهة - ك - وعلى التقدير الثانى يقع فاذا قوله فتقع نقطة - ل - فيما بين نقطتى - د - ه - على الاطلاق غير صحيح وايضا من كون قسى - ز ه - زك - ز ل - ز د - الاربعة على الصفة المذكورة لا يجب وقوع النقطة المتوسطة فيما بين - ه د - الا اذا كانت نقطة الربع معينة وكانت القسى الاربعة لاتتعدى ذلك الربع .

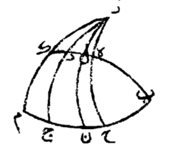
(١) الشكل الثانى والثلاثون بعد المائة - ١٣٢ .

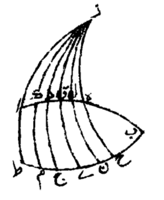
وبيان ذلك ان الربعين اذا تمما الى نصف الدور حتى صار ـ ب ج ـ ب د ـ نصفى دائرتين متقاطعتين حصل فى كل ربع نقطة متوسطة وانقسم كل نصف الى اربعة اقسام قسمان منها تليان نقطتى التقاطع وقسمان يتوسطهما نقطة الربع واذا اخرج من القطب اربعة قسى الى قسم واحد مثلا الى القسم الذى بين تقاطع ـ ب ـ والنقطة المتوسطة الاولى التى فى الربع الاول التى تلى ـ ب ـ وقعت اربعة اخرى ثانية فيمابين النقطة المتوسطة الاولى ونقطة الربع فى هذا الربع الاول تكون الاربعة الاولى قراين هذه الاربعة بالصفة المذكورة والنقطة المتوسطة الاولى تتوسط بين الاربعتين على السواء وتقع اربعة اخرى ثالثة فى القسم الثالث الذى يلى نقطة الربع من الجانب الآخر وتكون هذه الاربعة ايضا قرائن الاربعة الاولى لكونها متساوية الجيوب مع الاربعة الثانية النظير مع النظير لكون كل نظيرين كنصف دائرة ولاتكون النقطة المتوسطة الاولى بين هاتين الاربعتين على السواء بل يكون اى الاربعة الاولى اقرب ويقع اربعة اخرى فى القسم الباقى الذى يلى التقاطع الثانى وتكون هذه قراين الاربعتين المتوسطتين كما فى اربعة الاولى ولايمكن ان تقع القسى الاربعة الماخوذة التى هى قسى ـ ز ه ـ ز ل ـ ز د ـ زك ـ جميعا فى القسم الاول ولافى الرابع ولاثلاثة منها فى احدهما اما اذا كان الجميع فى الاقسام الثلاثة ماخلا القسم الاول وكانت النقطة المتوسطة المعتبرة هى الاولى وكانت الاربعة خارجة عن النقطة المتوسطة فى خلاف جهة ـ ب ـ وان كانت ثلاثة منها خارجة وواحدة من الاربعة الاولى كانت المتوسطة فيما بين نقطتى ـ ه ـ ل ـ وان كانت ثنتان من القسم الاول واثنتان من القسم الثانى اوالثالث كانت بين نقطتى ـ د ـ ل ـ ولا يمكن ان يكون بين ـ ك د ـ لأن قوسى ـ ل ز ـ د ز ـ لا يكونان بتلك الصفة .

واذا تقرر ذلك فيجب ان تكون نقطتا التوسط والربع متعينين والقسى الاربعة فى ربع واحد اثنتان فى قسم واثنتان فى القسم الآخر حتى يصح ما ذهب اليه









كتاب مانالاوس ص ١٢٣

اليه ما نالاوس فى هذا الموضع قوله ومن اجل تساوى السطوح المذكورة يعنى سطح جيب ــ ه ز ــ فى جيب ــ ز ك ــ وسطح جيب ــ زل ــ فى جيب ز د ــ وسطح قطر الكرة فى قطر الدائرة المماسة ــ اب د ــ تكون قوس ج ن ــ مساويا لقوس ــ د ل ــ .

اقول هذا مبنى على وقوع النقطة المتوسطة فيما بين ــ ل ــ د ــ وتساوى كل قوسين يقعان عن جنبتى النقطتين المتوسطتين على التبادل وذلك لم يثبت فيما مضى الا فى القوسين اللتين مجموعهما ربع وفى غيرهما يثبت التناسب فى الجيوب وذلك لا يقتضى التساوى لا فى القسى ولا فى الجيوب الا ببيان آخر .

ولنعد الشكل الذى نحن فيه بعد أن نتمم ربعى ــ ب ا ــ ب ط ونخرج ــ ز ا ط ــ ولتكن القوس المتوسطة ــ زوى ــ فتبين انه اذا كان سطح جيب ــ ه ز ــ فى جيب ــ ز ك ــ مثل مربع جيب ــ ز ــ وكانت نسبة جيب ــ ب ه ــ الى جيب ــ ب ح ــ كنسبة جيب ــ م ط ــ الى جيب ك ا ــ وذلك لأنهما على نسبة جيب القائمة الى جيب زاوية ــ ه ــ ونقول لا تكون قوس اخرى مبتدئة من ــ ب ــ تفصلها قوس تخرج من نقطة ــ ز ــ الى ربعى ــ ب ا ــ ب ط ــ مثل قوسى ــ ب ل ــ ب ن ــ تكون نسبة جيبيهما هذه النسبة وذلك لأن ذلك يقتضى تساوى زاويتى ــ ه ــ ل ــ بل قوسى زه ــ ه ل ــ وقوسى ــ ج ن ــ ل ن ــ واذا لم تكن قوسان اخريان على هذه النسبة وكانت هذه النسبة موجودة عند تساوى قوسى ــ ب ه ــ م ط ــ فوجب ان تكون قوسا ــ ب ه ــ م ط ــ متساويتين على تقدير كون جيب ــ زو ــ وسطا فى النسبة بين جيبى ــ زل ــ وهذا البيان وان كان على طريق الخلف لكنه لما كان مؤديا الى المطلوب بسهولة اوردته هاهنا وبمثله يعلم تساوى قوس ــ ه ل ــ ج م ــ وقوسى ــ ح ن ــ د ك وقوسى ــ ل و ــ ى ج ــ وقوسى ــ و د ــ ن ى ــ . (١)

---

(١) الشكل الثالث والثلاثون بعد المائة ــ ١٣٣ ·

وللامير ابى نصر فى هذه المطالب طريقه اخرى سأذكرها قوله ومن اجل ما عليه هذه الصورة تتبين كما تبين فى الخطوط المستقيمة ان قوس ل ه ـ مساوية لاحدى قوسى ـ ج م ـ ن ح ـ لكنها اعظم من ـ ن ح فقوس ـ ه ل ـ اذا مساوية لقوس ـ ج م .

اقول يعنى بالخطوط المستقيمة الجيوب فان تساوى القسى يعلم من تساويها ومن عدم احتمال ان يكون مجموع الجيبين كنصف دائرة وانه لما حكم اولا فى ظاهر الحال غير ما يقتضيه النظر الدقيق ان القوس المتوسطة يقع فيما بين نقطتى ـ ز ه والقسم ما بينهما بنقطة ـ ل ـ اقتضى ذلك انها تكون اما فيما بين ـ ه ل ـ او فيما بين ل د ـ وعلى التقدير الاول تكون ـ ه ل ـ مساوية ـ لح ن ـ وعلى التدير الثانى تكون مساوية ـ لج م ـ وقد وضع فى صدر الدعوى ان ـ ح د ـ اصغر من ـ د ه ـ فلم تحمل ان يكون فيما بين ـ ه ل ـ وتعين كونها فيما بين ـ ل د واقتضى ذلك كون ـ ه ل ـ مساوية ـ لج م ـ قوله وهذه النسبة يعنى نسبة قطر الكرة الى جيب ـ ك ز ـ كنسبة جيب ـ ه ز ـ الى قطر الدائرة المماسة لدايرة ـ ب د ـ الموازية لدايرة ـ ب ط .

اقول وذلك انما لزم من تساوى سطح قطر الكرة فى قطر الدائرة المماسة ـ لب د ـ وسطح جيب ـ ك ز ـ فى جيب ـ ه ز ـ واما طريقه الامير ابى نصر بن عراق فى بيان هذه المطالب وهى حسنة غير مبنية على الخلف فلنقدم لبيانها مقدمة .

هى ان نقول كل زاوية مثل زاوية ـ ك ـ فى هذا الشكل يكون بقدر تمام ميل ـ م ط ـ ولنخرج ـ ك م ـ ك ب ـ الى تمام الربعين ونرسم على قطب ـ د ـ وببعد الربع قوس ـ س ع ـ ونخرجها الى ان تلاقى ـ ط ب على ـ ص ـ فيكون ـ م ص ـ ربعا وكذلك ـ ص س ـ ونخرج ـ اد ب ـ الى ـ ع فيكون ـ ع س ـ قدر زاوية ـ ك ـ وهى تمام ـ ع ـ التى هى مثل قوس ـ ب ص لكون زاوية ـ ص ـ قائمة ـ وب ص ـ مساوية ـ لم ط ـ لكون ـ م ب ـ ط ـ

ط ـ ربعين فاذا زاوية ـ ك ـ بقدر تمام ميل قوس ـ م ط ـ وكذلك الحكم فى كل زاوية تحدث فى ربع ـ ب ا ـ من قوس تخرج من القطب اليه .

واذا تقرر ذلك فانا اذا جعلنا ـ ب ه ـ مثل ـ م ط ـ واخرجنا قوس ـ ز ه ح ـ كان فى مثلثى ـ ب ه ح ـ ب ص ع ـ زاويتا ـ ح ـ ع قائمتين وزاويتا ـ ب ـ متساويتين و ترى ـ ب ص ـ ب ه ـ متساويتين فيكون ميل ـ ص ع ـ مثل ـ ه ح ـ وتكون زاوية ـ ك ـ مساوية لقوس ه ز ـ .

وبمثله تبين ان زاوية ـ ه ـ تكون مساوية ـ لزك ـ وزاوية ـ ل مساوية ـ لزل ـ وزاوية ـ د ـ مساوية ـ لزل ـ وقد ثبت فيما مران زاوية و ـ مثل ـ ز و ـ ولكون نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ب ح ـ كنسبة جيب زاوية ح ـ القائمة الى جيب زاوية ـ ه ـ اعنى قوس ـ ز ك ـ ونسبة جيب ـ م ط الى جيب ـ ك ا ـ كنسبة جيب ـ م ز ـ الربع وهو جيب القائمة الى جيب ز ك ـ ايضا تكون نسبة جيب ـ ب ه ـ الى جيب ـ ب ح ـ كنسبة جيب م ط ـ الى جيب ـ ك ا ـ وايضا نسبة جيب ـ ح ن ـ الى جيب ـ ه ل ـ كنسبة جيب زاوية ـ ل ـ الى جيب ـ ز ه ـ ونسبة جيب ـ د ك ـ الى جيب ـ ج م كنسبة جيب ـ ب و ـ اعنى زاوية ـ ل ـ الى زاوية ـ ك ـ اعنى جيب ـ ز ه فنسبة جيب ـ ح ن ـ الى جيب ـ ه ل ـ كنسبة جيب ـ د ك ـ الى جيب ج م ـ وكذلك تبين ان نسبة جيب ـ ن ى ـ الى جيب ـ ل و ـ كنسبة جيب ج د ـ الى جيب ـ ى ج ـ وايضا لكون زوايا ـ ه ل م ـ م د ك ـ مساوية لقسى ـ ز ك ـ ز د ـ ز و ـ ز ل ـ ز ه ـ كانت فى المساواة نسب الزوايا كنسب القسى على التبادل النظير للنظير ولكون نسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب ز و ـ كنسبة جيب زاوية ـ و ـ الى جيب زاوية ـ ه ـ ونسبة جيب ـ ز و الى جيب ـ ب ك ـ كنسبة جيب زاوية ـ ك ـ اعنى جيب ـ ز ه ـ الى جيب زاوية ـ و ـ اعنى جيب ـ ز و ـ بل كنسبة جيب ـ ز ه ـ الى جيب ـ ز و ـ فاذا جيب ـ ز و ـ وسط فى النسبة بين جيبى ـ ز ه ـ ز ك ـ وكذلك تبين انه وسط

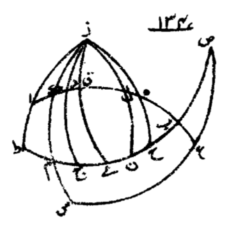
فى النسبة بين جيبى ـ ز ل ـ ز د ـ فاذ اسطح جيبى ـ ز ه ـ ز ك ـ وسطح جيبى ـ ز ل ـ ز د ـ كل واحد منهما مسا ولمربع جيب ـ ز و ـ المساوى لسطح قطر الكرة فى سطح الدائرة المماسة ـ اب ـ وذلك ما اردناه (١) .

وهذا آخر الكتاب بحسب النسخة التى ارقامها بالحمرة وبحسب نسخة ابن عراق وجدت هذا الموضع فى النسخة التى ارقام اشكالها بالسواد هكذا واذ قد بينا هذه الاشياء وظهر لنا ان فضل ـ م ط ـ على ـ م ب ـ يعنى فضل ـ ب ك ـ على ـ ب م ـ معلوم .

اقول وذلك من الشكل الذى كان فيه ـ ب ا ـ ب ط ـ ربعين وجيب ـ ز ا ـ نصف قطر الدائرة المماسة ـ ب ا ـ وجيب ـ ز ك ـ وسطا فى النسبة بين جيبى ـ ز ط ـ ز ا ـ فلنبين ان نسبة ـ ح د ـ الى ـ د ه ـ اعظم من اى نسبة واصغر من اى نسبة وقد تبين ان نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ كنسبة مربع جيب ـ ز ك ـ الى سطح جيب ـ ز ه ـ فى جيب ز د ـ وقد بينا ان ـ ز ه ـ اعظم من ـ ز ك ـ و ـ ز ك ـ من ـ ز د ـ و ـ ز د ـ من ـ ز ا ـ فسطح جيب ـ ز ه ـ فى جيب ـ ز د ـ اعظم من مربع جيب ـ ز د ـ واصغر من مربع جيب ـ ز ه ـ ونسبة مربع جيب ـ ز ك ـ الى مربع جيب ز د ـ اعظم من نسبته الى سطح جيب ـ ز ه ـ فى جيب ـ ز د ـ فنسبة جيب ه ح ـ الى جيب ـ د ه ـ اصغر من نسبة مربع جيب ـ ز ك ـ الى مربع جيب ـ ز د ـ وايضا نسبة مربع جيب ـ ز ك ـ الى مربع جيب ـ ز ه ـ اصغر من نسبة الى سطح جيب ـ ز ه ـ فى جيب ـ ز د ـ فنسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ اعظم من نسبة مربع جيب ـ ز ك ـ الى مربع جيب ـ ز ه فقد تبين ان نسبة جيب ـ ج ح ـ الى جيب ـ د ه ـ اعظم من نسبة ما واصغر من نسبة ما وكانت كلتا النسبتين نسبة اعظم الى اصغر ويمكننا بمثل هذا الطريق ان نبين ذلك متى كانت النسبة من اصغر الى اعظم ومتى كانت ـ ب د ـ ضلع مربع ـ ا ـ و ـ ب ه ـ ضلع مربع ـ و ـ وذلك ما اردناه ـ

(١) الشكل الرابع والثلاثون بعد المائة ـ ١٣٤

اقول





كتاب مانالاوس ص ١٣٢

اقول تقدم ان نسبة جيب ــ ج ح ــ الى جيب ــ د ه ــ كنسبة سطح قطر الكرة فى سطح الدائرة المماسة اعنى مربع ــ ز ك ــ الى سطح قطرى موازيتى ــ د ه ــ الذى هو اعظم من مربع ــ ز د ــ واصغر من مربع ــ ز ه ــ فلذلك قال نسبة جيب ــ ج ح ــ الى جيب ــ د ه ــ اعظم من نسبة مربع يلزم ان تكون نسبة قوس ــ ج ح ــ الى قوس ــ د ه ــ اعظم منها فان نسبة القوس الى القوس ها هنا اصغر من نسبة الجيب الى الجيب والذى ادعاه فى صدر الشكل نسبة القوسين لا نسبة الجيبين قوله فى آخر الكلام ومتى كانت ــ ب د ــ ضلع مربع ــ ا ــ و ــ ب ه ــ ضلع مربع .

اقول اظن انه تصحيف ولعله كانت متى كانت ــ ز د ــ ضلع مربع ا ــ و ــ ز ه ــ ضلع مربع فان الكلام فى هذا الشكل لم يتعلق ــ بب د ــ وبب ه ــ وهذا آخر الكتاب وقد فرغت من ايضاح مسائله وتحرير مطالبه فى الحادى والعشرين من شعبان سنة ثلاث وستين وستمائة هجرية نبوية ونقلت من الكتاب الذى كتب فى آخره هذه العبارة .

(فرغ من نسخة كتبها من نسخة الاصل بخط المصنف رحم الله عليه المولى الامام والحبر الهمام وحيد الدهر فريد العصر قطب الحق والملة والدين الشيرازى ادام الله معاليه مقبول بن اصيل الرومى الفيرشهرى بين الصلاتين يوم الاربعاء الثانى عشر من شعبان سنة تسع وسبعمائة هجرية حامدا .

لله تعالى و مصليا على نبيه المجتبى ــ ١)

فى ترتيب اشكال كتاب مانالاوس

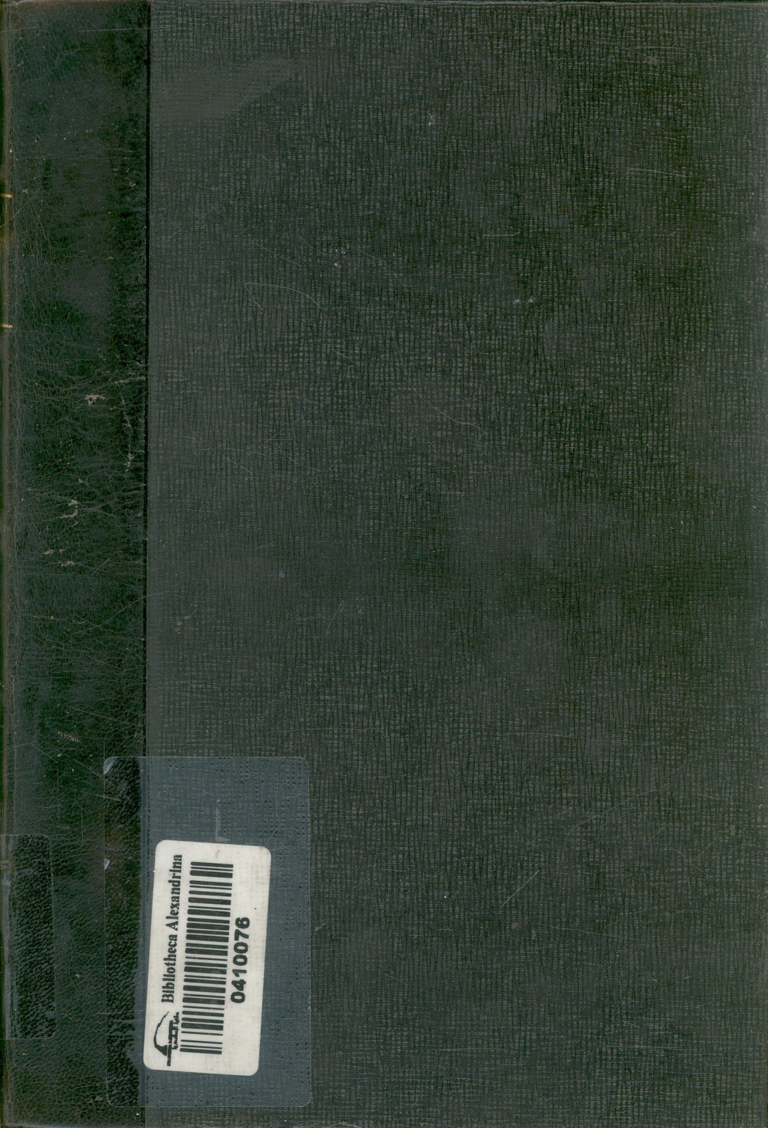
اشكال كتاب مانالاوس الى الثامن متساوية فى النسخ وجعل الوجه الآخر من الشكل الثامن فى النسخة التى ارقامها بالسواد شكلا مفردا وجعل

(١) من ر ــ وفى صف ق ــ وفرغ الكاتب من نمقه فى الثالث عشر من شوال سنة تسع وثلاثين وسبعمائة هجرية ــ ٧٣٩ .

الشكل الاول من المقالة الثانية فى النسخة التى ارقامها بالحمرة فى تلك النسخة ايضا شكلين والثانى من المقالة الثالثة فى نسخة الحمرة ايضا شكلين فزاد اشكال نسخة السواد على نسخة الحمرة بثلاثة اشكال وكان نسخة الحمرة ثمانية وثمانين شكلا فصارت نسخة السواد واحدا وتسعين شكلا ثم اختلفت نسخة السواد فجعلها بعضهم فى ثلاث مقالات احدى وستين فى اولاها وثمانية عشر فى وسطاها واثنى عشر فى اخيرتها وبعضهم فى مقالتين احد اوستين وثلاثين واما نسخة الحمرة فكانت فى ثلاث مقالات تسعة وثلاثون فى اولاها واربعة وعشرون فى وسطاها وعشرون فى اخيرتها واسقط ابن عراق الرابع عشر والخامس عشر من وسطاها وجعل السادس عشر ذيلا للثالث عشر فنقص من اشكاله ثلاثة وصارت خمسة وثلاثين وهذا تفصيل النسخ التى وقعت الى .

تم الكتاب بعون الله

الملك الوهاب


Bibliotheca Alexandrina
0410076